أساليب الإحصاء

للعلوم الإقتصادية وادارة الأعمال
مع استخدام برنامج SPSS

الدكتور
عبد الحميد عبد المجيد البلداوي



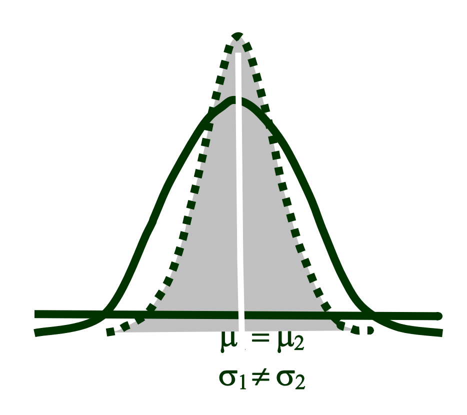


الطبعة الاولى
2009

أساليـب الإحصاء

للعلوم الاقتصادية وإدارة الأعمال

مع استخدام برنامج SPSS



الدكتور عبد الحميد عبد المجيد البلداوي



الطبعة الأولى

٢٠٠٩

رقم الايداع لدى دائرة المكتبة الوطنية : (٢٠٠٩/٢/٣٧٢)
البلداوي، عبد الحميد عبد المجيد
أساليب الإحصاء للعلوم الاقتصادية وإدارة الأعمال مع استخدام برنامج SPSS /
عبد الحميد عبد المجيد البلداوي. عمان: دار وائل، ٢٠٠٩
(٤٤٢) ص
ر.أ. : (٢٠٠٩/٢/٣٧٢)
الواصفات: الإحصاء الوصفي / الإحصاء // إدارة الأعمال // الحواسيب.

* تم إعداد بيانات الفهرسة والتصنيف الأولية من قبل دائرة المكتبة الوطنية

****

رقم التصنيف العشري / ديوي : ٥١٩.٥
ISBN 978-9957-11-796-2 (ردمك)

* أساليب الإحصاء للعلوم الاقتصادية وإدارة الأعمال مع استخدام برنامج SPSS
* الدكتور عبد الحميد عبد المجيد البلداوي
* الطبعــة الأولى ٢٠٠٩
* جميع الحقوق محفوظة للناشر



دار وائــل للنشر والتوزيع

* الأردن - عمان - شارع الجمعية العلمية الملكية - مبنى الجامعة الاردنية الاستثماري رقم (٢) الطابق الثاني
هـاتف : ٠٠٩٦٢-٦-٥٣٣٨٤١٠ - فاكس : ٠٠٩٦٢-٦-٥٣٣١٦٦١ - ص. ب (١٦١٥ - الجبيهة)
* الأردن - عمـان - وسـط البـلد - مجمـع الفحيص التجــاري- هــاتف: ٠٠٩٦٢-٦-٤٦٢٧٦٢٧
www.darwael.com
E-Mail: Wael@Darwael.Com

المحتويات

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الفصل الثاني

أساليب تبويب المعطيات والعرض البياني

Data Tabulation and Graphical Presentation

الموضوع	الصفحة

الفصل الثالث
النزعة المركزية وغير المركزية والتشتت
Central, Non-Central Tendencies And Dispersion

الموضوع	الصفحة

الفصل الرابع
الاحتمالات Probabilities

الموضوع	الصفحة

الفصل الخامس
اختبار الفروض وتحليل التباين
Hypothesis Testing and Analysis of Variance

الموضوع	الصفحة

الفصل السادس

تحليل الارتباط Correlation Analysis

الموضوع	الصفحة

الفصل السابع
تحليل الانحدار Regression Analysis

الصفحة	الموضوع

الفصل الثامن

تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis

الفصل التاسع

الأرقام القياسية Index Numbers

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الفصل العاشر
استخدامات برنامج SPSS

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

مقدمة

يوفر هذا الكتاب حزمة متكاملة لأغلب ما يحتاجه الباحث والدارس من أدوات الإحصاء، مراعين في وضعه الاعتبارات التالية:

١. الأسس والقواعد التي تقوم عليها الأدوات الإحصائية من دون الذهاب في تفاصيل نظرية غير ضرورية من الناحية التطبيقية .

٢. إعطاء فكرة واضحة عن حالات استخدام الأدوات الإحصائية عند التطبيق .

٣. تناول إجراءات انجاز التحليل الإحصائي باستخدام برنامج SPSS على شكل خطوات مبسطة ومصورة ولغاية الحصول على مخرجات التحليل .

٤. توخيا في عدم مقاطعة تسلسل الأفكار عند متابعة اي موضوع، فقد تم تخصيص فصل مستقل وهو الفصل العاشر لإجراءات استخدام برنامج SPSS ومخرجاته، مع الإشارة في كل فصل الى موقع الموضوع المعني باستخدام البرنامج الذي يروم الباحث او الدارس تطبيقه .

والكتاب ضم عشرة فصول، جاء في فصله الأول التطرق الى مفاهيم ما يتعلق بعلم الإحصاء وبرنامج SPSS والى أهم العينات العشوائية. وفصلين تضم مواضيع الإحصاء الوصفي وهي كل من تبويب المعطيات والعرض البياني والنزعة المركزية وغير المركزية والتشتت واستخداماتها، وفصلين تخص الإحصاء الاستدلالي التي تتميز باستخداماتها التطبيقية الواسعة ويقصد بها الاحتمالات واختبار الفروض ولكون جزء مهم من موضوع اختبار الفروض تعتمد عليه الفصول اللاحقة لها والتي تجمع بين الوصفي والاستدلالي وهي كل من الارتباط والانحدار والسلاسل الزمنية، وفي الفصل التاسع تناولنا موضوع الأرقام القياسية واستخداماتها، اما الفصل العاشر والأخير فقد ضم تطبيقات ومخرجات برنامج SPSS لما تم تناوله في فصول الكتاب حيثما يكون الموضوع بحاجة لاستخدام البرنامج المذكور .

آملا ان يقدم هذا الكتاب فائدة متواضعة للباحثين والدارسين، ولله الحمد والشكر على كل حال .

د. عبدالحميد عبدالمجيد البلداوي

beldawin@yahoo.ca

الفصل الأول

علم الإحصاء وبرنامج SPSS

١-١ مفهوم علم الإحصاء

يشار لعلم الإحصاء من انه مجموعة الطرق العلمية القياسية التي يمكن توظيفها لجمع المعطيات (البيانات والمعلومات) الاحصائية عن الظواهر ، وتبويبها وتلخيصها وتقييمها والخروج من خلالها باستنتاجات حول مجموع وحدات المجتمع اعتمادا على على جزءا صغير من هذا المجتمع ، وهذا الجزء يدعى بالعينة . وعلم الاحصاء على نوعين هما :

١-١-١ الاحصاء الوصفي Descriptive Statistics

وهو ما يتعلق بطرق جمع وتحليل المعطيات ووصفها لتكون بصيغة ذات مدلول من دون التعامل مع تعميم النتائج .

١-١-٢ الاحصاء الاستدلالي Inferential Statistics

ويختص بطرق تحليل وتفسير واستخلاص الاستنتاجات بالاعتماد على جزء (عينة) من المجتمع للتوصل الى قرارات تخص مجموع المجتمع الاحصائي ، وعليه فان الاحصاء الاستدلالي يتعامل مع التعميم والتنبوء والتقدير . وتتسم الاستنتاجات في بعض الحالات بعدم التأكد (uncertain) عندها يتم قياسها باستخدام الاحتمالات .

١-٢ مفهوم المعطيات الاحصائية

ويقصد بها البيانات والمعلومات الاحصائية المتعلقة بالظواهر والانشطة والفعاليات البشرية او النباتية او الحيوانية ، وما يتعلق بالجغرافيا من جبال ووديان وبحار وانهار وطقس وغيرها ، او تلك المعلومات المتولدة عن تجارب هندسية او فيزيائية او طبية او كيميائية ..... الخ . وان مصادر توفرها هي :

(١) **السجلات والوثائق التاريخية** ، فان كانت هذه السجلات والوثائق لدى الجهات التي تتولى تدوينها وجمعها وتبوبها وجدولتها ونشرها ، عندها تدعى بالمصادر الاصلية، كما هو الحال مثلا بوزارات الصحة والتربية وغيرها التي تتجمع لديها المعطيات من جراء ممارسة انشطتها اليومية . اما اذا توفرت لدى جهات وردت اليها المعطيات من مصادر اصلية ، عندها ي طلق عليها بالمصادر الثانوي ة ، كما هو الحال

في المعطيات التي تتوفر لدى المنظمات الدولية والتي تتلقاها من الدول الاعضاء فيها لتقوم هذه المنظمات بطبعها ونشرها لاحقا .

(٢) **مصادر ميدانية** : وتتوفر من خلال تنفيذ المسوحات (الاستقصاءات) الميدانية الشاملة او بالعينة (موضوع الفقرة ١-٣) .

والمعطيات على صنفين رئسيين هما :

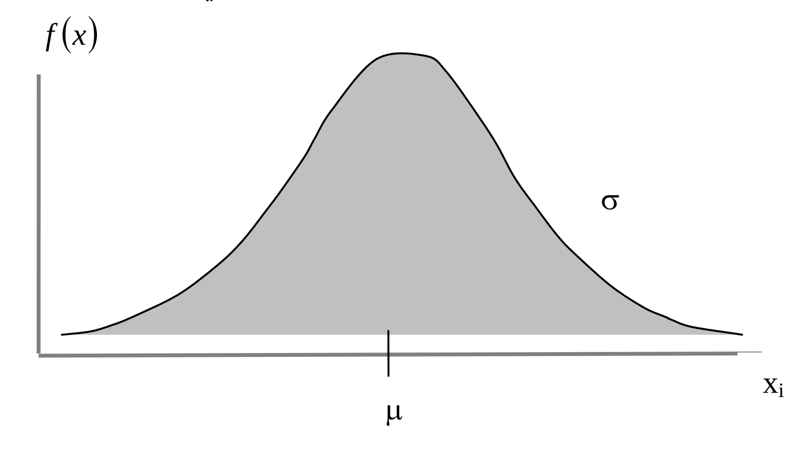
١-٢-١ المعطيات الكمية Quantitative data

وهي التي تعبر بشكل رقمي عن ظاهرة معينة ، ويطلق عليها احيانا بالمعطيات المقاسة measured data وتمثل اية نشاط او فعالية على وفق المقدار المنجز ، فنقيس الانتاج بالطن او الكيلو او المتر واجزاءه وما شابه ، والتعبير عن السعر بالدينار او الدولار او الدرهم واجزائها وعن الزمن بالساعة والدقيقة ...... الخ . ان هذا النوع من المعطيات يعبر عن ظروف وخصائص اية سلعة او خدمة او ظاهرة كما هي عليه من دون اجتهاد او وجهة نظر. **وعندما تشتمل قيم هذه المعطيات على كسور يطلق عليها بالمتغيرات المستمرة او المتصلة continuous variables** ، فيتم القيام بايجاد احتمال هذه القيم كمساحة تحت المنحني وكما مبين في الشكل رقم (١-١) ، وهذا النوع من المعطيات يسمح باستخدام الاساليب الكمية التي تشترط استيفاء فرضية التوزيع الطبيعي واختبار جودة نتائج تحليلها .

شكل بياني رقم (١-١)

يوضح الشكل العام للتوزيع الاحتمالي لقيم

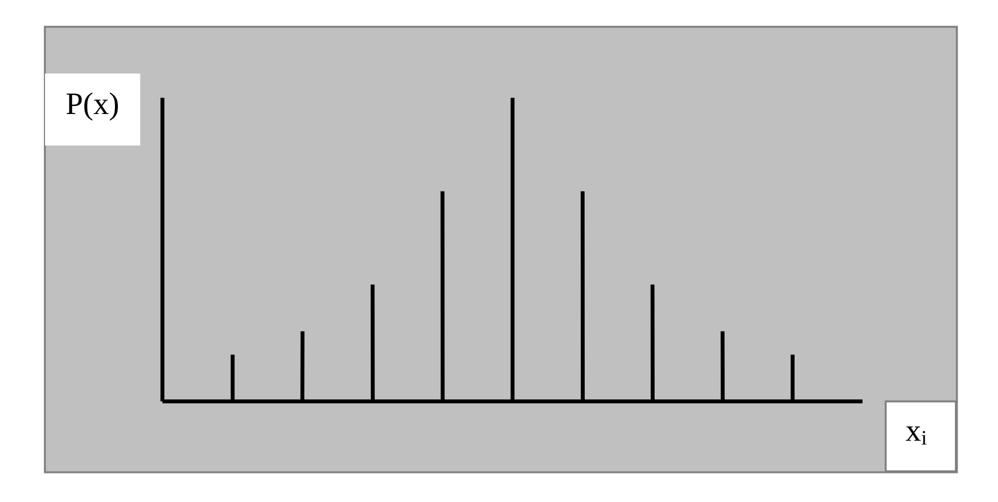
المتغير العشوائي المتصل (التوزيع الطبيعي)



اما عندما تكون قيم المعطيات عبارة عن اعداد صحيحة من دون كسور فتسمى بالمتغيرات المتقطعة discrete variables حيث يكون تمثيلها بيانيا عبارة عن نقاط منفصلة مما يتعذر تشكيل مساحة متصلة بين قيمها لصعوبة قياس عرض كل من هذه الاعمدة وبذلك تكون مساحتها مساوية للصفر وكما مبين في الشكل رقم (١-٢) ، مما يستوجب التخلص من مديات الفئات باستخراج ما يسمى بالحدود الحقيقية للفئات او بنهايات الفئات (النهاية الدنيا والنهاية العظمي) لاجل التواصل بين الفئات وبالتالي التمكن من ايجاد منحنى طبيعي تقريبي للقيم المتقطعة .

شكل بياني رقم (١-٢)

يوضح الشكل العام للتوزيع الاحتمالي لقيم المتغير العشوائي المتقطع



١-٢-٢ المعطيات النوعية Qualitative data

وهي المعطيات التي تصف ظاهرة معنية بشكل غير رقمي كالجنس (ذكور- اناث) التحصيل الدراسي (دكتوراه- ماجستير- بكلوريوس ...الخ) ، كما ويمكن تنظيم وحدات الظاهرة حسب اشتراكها في الصفة مثل ممتاز، جيد جدا ، جيد ، ... الخ . وقد تكون قيمة البيان تمثل راي الشخص المبحوث وقناعته ، وهذه المعطيات تساعد في حل العديد من المشاكل الاجتماعية والاقتصادية كون الاشخاص الذين يدلون بارائهم يعتمدون

عليها في اتخاذ قراراتهم عمليا . وبذلك فان هذه المعطيات تكون بحاجة الى تحويلها الى قيم كمية للتمكن من اخضاعها للتحليل ، وتتم عملية التحويل من خلال اعتماد **نظام الدرجات scaling system** الذي بموجبه يفضل ان يكون تقسيم مستوى اهمية المتغير الى عدد فردي كأن يكون ٣ مستويات او ٥ او ٧ الخ وحسب درجة الدقة المستهدفة وطبيعة المتغيرات ، لتصبح نقطة الوسط هي ٢ في حالة ٣ مستويات و ٣ في حالة ٥ مستويات وهكذا . فمثلا في حالة تحديد مستوى جودة سلعة ما بـ ٥ مستويات هي رديء وتعطى له القيمة ١ ومقبول وتعطى له القيمة ٢ و ٣ لمستوى جيد و ٤ لجيد جدا والقيمة ٥ لمستوى ممتاز .

وهناك نمطين من آليات نظام الدرجات هما :

(١) النمط ذات البعد الاحادي Uni-dimensional scaling ، ويشمل :

- **المتغيرات الاسمية Nominal Variables** وهي المتغيرات التي لايمكن ترتيبها تصاعديا او تنازليا ، لذلك يكون ترميزها Coding من دون معنى كمي لان ترتيب مواقع اصناف او فئات المتغير ياتي من دون افضلية فعند اعطاء الرمز ١ للذكور و ٢ للاناث مثلا لايعني ان الرمز ٢ يساوي ضعف الرمز ١ للذكور ، لانه بالامكان ترتيب الاناث قبل الذكور ايضا وبالتالي يكون الرمز ١ للاناث والرمز ٢ للذكور.
- **المتغيرات القابلة للترتيب Ordinal Variables** وهي المتغيرات التي يمكن ترتيب مستوياتها او فئاتها ترتيبا تصاعديا او تنازليا ، لكن لايمكن تحديد مقدار الفروق او المسافات بدقة بين هذه المستويات او الفئات ، فعندما يتكون المتغير من ثلاث مستويات مثلا هي عالي - متوسط - ضعيف ، فالاجابات المحتملة ستصف الحجم النسبي وتمكننا فقط من معرفة ان عالي هي اكبر من متوسط ولكن لانستطيع معرفة مقدار حجم الفرق بين عالي و متوسط او بين متوسط وضعيف وهكذا .

(٢) النمط ذو الابعاد المتعددة Multi-dimensional scaling ، والذي فيه يستمر السؤال بعد الاجابة الاولى فياتي سؤال ثاني يتعلق بالاجابة الاولى ، فاذا افترضنا بان الاجابة جاءت من ان السلعة رديئة فياتي السؤال اللاحق عن سبب كون السلعة رديئة ، او الطلب من المبحوث تقديم مقترح او ابداء ما يراه مناسبا لتحسين السلعة لكي تكون ممتازة من وجهة نظره ، وقد يتبع ذلك اسئلة اخرى تتعلق بذات الموضوع وهكذا.

١- ٣ المسوحات (الاستقصاءات) الاحصائية

١-٣-١ المسوحات الشاملة Censuses

وهي المسوحات التي تشمل كافة مفردات المجتمع الاحصائي سواء كانت هذه المفردات (الوحدات) انسانا او نباتا او جمادا . كما هو الحال في المسوحات السكانية والصناعية والزراعية والثروة الحيوانية وغيرها ، وهي ما يطلق عليها بالتعداد او الحصر الشامل .

ان اسلوب المسوحات الشاملة يحتاج الى امكانيات مالية وبشرية وفنية كبيرة ويحتاج ايضا لوقت طويل من التهيئة والتحضير . وغالبا ما يتم تنفيذ هذه المسوحات غلى فترات متباعدة نسبيا كان تكون كل ١٠ سنوات كما هو الحال في التعدادات السكانية والزراعية . ومن ابرز اهداف توفير معطيات كاملة عن المجتمع الاحصائي هي الاغراض الادارية الرسمية او لبناء خطط تنموية لاغراض اجتماعية واقتصادية ، كما ويمكن الاستفادة من نتائج هذه المسوحات لاغراض تصميم العينات وفي تنفيذها باستخدامها كاطر احصائية لاغراض سحب العيتات وكادلة لاغراض التنفيذ . ان اي خاصية رقمية تعود للمجتمع الاحصائي يطلق عليها **معلمة Parameter** وعادة ما يعبر عن المعلمة بحرف لاتيني كبير ، فمثلا معلمة الوسط الحسابي للمجتمع يعبر عنه بالحرف μ (ميو) والانحراف المعياري σ (سكما) وهكذا. الا ان المسوحات الشاملة اخذت بالتناقص في السنين الاخيرة نتيجة للعوامل التالية:

- التطور الكبير الحاصل في العمل الاداري للدول وانتظام السجلات الادارية والتوسع في استخدام الاجهزة الاكترونية .
- زيادة الوعي الاجتماعي والثقافي للافراد وادراكهم لاهمية اعطاء معطيات صحيحة عن اسرهم وممتلكاتهم وعناوينهم وغيرها ولحاجتهم اليها كمستمسكات رسمية في انجاز معاملاتهم عند الحاجة .
- تطور الاساليب العلمية الاحصائية والرياضية في مجال تعميم الاستنتاجات التي يتم الحصول عليها من العينات ، وتيسير اساليب بناء التقديرات والتوقعات الدقيقة عن اجمالي المجتمع ، وقد سهل ذلك وبدرجة كبيرة التوسع في استخدام الحاسوب الالي .

١-٣-٢ مسوحات العينة Sampling surveys

ان المسح بالعينة يعني شمول جزءا من المجتمع الاحصائي ، على ان يكون هذا الجزء ممثلا دقيقا لخصائص المجتمع . ومن الامثلة على هذا النوع من المسوحات استطلاعات الراي ومسوحات الاسرة وخدمات النقل والخدمات الاجتماعية والاقتصادية والظواهر الحياتية وغيرها. ومن اهم ميزات اسلوب العينات هي :

- توفير الوقت والجهد والتكاليف .
- توقع الحصول على نتائج المسح بوقت قصير .
- زيادة دقة المعطيات الاحصائية نتيجة لقلة الاخطاء البشرية التي تشكل بحدود ٩٠ % من احمالي اخطاء المسوحات وذلك كنتيجة لاستخدام عدد قليل من الايدي العاملة مقارنة لما تحتاجه المسوحات الشاملة .
- توفر الطرق العلمية المناسبة للعينات كمقياس فترة الثقة confidence limits واختبار الفروض hypothesis testing وغيرها التي تتيح الفرصة للتاكد من مستوى دقة نتائج مسوحات العينة .
- هناك حالات استحالة لاستخدام المسوحات الشاملة كما هو الحال مع المجتمعات الانهائية كالاسماك والطيور وما شابه ، وكذلك مع الحالات التي تؤدي لخسائر كبيرة او تتسبب بتكلفة باهضة اذا ما اجري المسح الشامل عليها في الانتاج والطب والمواد الغذائية وغيرها ، مما تستوجب استخدام العينات معها حصرا . ان خاصية العينة تسمى **الاحصاءة statistic** ويعبر عن الاحصاءة بحروف انكليزية ، فاذا كنا بصدد الوسط الحسابي للعينة نرمز لها $\bar{x}$ وللانحراف المعياري نرمز له s وهكذا . والعينات على نوعين هما العينات العشوائية (الاحتمالية) والعينات غير العشوائية (غير احتمالية) ، والاخيرة لاتخضع للطرق العشوائية بل يتم اختيار وحداتها وفق لوجهة نظر الباحث ، وبذلك فهي اقل اهمية واعتمادية من العينات العشوائية .

١-٤ العينات العشوائية (الاحتمالية) Random samples

وهي العينات التي تكون مستوفية للشروط التالية :

- ان يكون لكل عينة يمكن اختيارها من المجتمع لها احتمال معلوم ، وتبعا لذلك فلكل وحدة يجب ان يكون لها ايضا احتمال معلوم لكي يتم شمولها في العينة وليس من الضروري ان يعني هذا الاحتمال المعلوم تساوي الاحتمال لكل وحده في المجتمع كما هو الحال في العينات العشوائية البسيطة Simple random sample ، بل قد يختلف وهذا الاختلاف يساعد في حالة المجتمعات غير المتجانسة على توفير دقة

أعلى للتقديرات التي نحصل عليها من العينة كما في حالة العينات العشوائية الطبقية Stratified random sample

- ان يتم سحب العينة باستخدام إحدى طرق الاختيار العشوائي ، بحيث تتحقق الاحتمالات المعلومة الواردة في الفقرة أعلاه .
- ان يتم اعتماد الاحتمالات المعلومة عند استخدام نتائج العينات في الحصول على تقديرات جيدة لمعالم المجتمع الذي نقوم بدراسته .

والعينات العشوائية او الاحتمالية على عدة أنواع ، اهمها :

١-٤-١ العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

والعينة العشوائية البسيطة تعد الأساس لباقي أنواع العينات العشوائية ، وتستخدم عندما يكون المجتمع متجانسا من حيث الغرض أو الصفة التي تتعلق بها الدراسة

ويتم اختياروحداتها بطريقة تعطي لكل وحده واحدة من المجتمع الإحصائي N فرصة الظهور نفسها في كل مرة من مرات الاختيار (1/N) ، وبذلك فلكل عينة حجمها n احتمال الاختيار نفسه من بين العينات الممكنة أي :

$$\frac{1}{\binom{N}{n}}$$

إذ إن الصيغة أعلاه تمثل عدد العينات الممكن اختيارها بحجم n من مجتمع حجمه N ونحصل عليها باستخدام صيغة التوافيق combination التي تم التطرق اليها في الفصل الرابع ، وهي :

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}$$

حيث إن :

N! تدعى عاملي N (مضروب N) ومفكوكة هو :

(N) (N-1) (N-2) .. (2) (1)

مثال (١.١) : لدينا مجتمع إحصائي يتكون من الوحدات الآتية B, C, D, E: . والمطلوب ايجاد عدد العينات الممكن سحبها لحجم n = 2 ، واحتمال كل عينة واحتما وحداتها .

الحل لـ (١.١) : باستخدام صيغة التوافيق اعلاه نحصل على 6 عينات هي :
BC , BD , BE , CD , CE , DE ونلاحظ إن لكل من هذه العينات لها نفس الاحتمال وهو 1/6 ، وان لكل وحده في المجتمع لها الاحتمال نفسه في الظهور وهو 3/6= 1/2 .
من ذلك نستدل على ان العينة العشوائية البسيطة لها صفتان أساسيتان هما :- إن لكل عنصر في المجتمع له نفس احتمال الظهور ، وان لكل من العينات الست لها أيضا نفس احتمال الاختيار .

(١) أساليب اختيار العينة العشوائية البسيطة
Random Sample Selection Method

- الاختيار بالإرجاع (Selection With Replacement) وهو يعنى أننا حين نختار مفرده من المجتمع فأننا نعيدها ثانيه إلى المجتمع ليتم اختيار المفردة الثانية، وقد تظهر المفردة نفسها أو غيرها .
- الاختيار بدون إرجاع (Selection Without Replacement) وهو يعنى انه عند اختيارنا للمفرده الأولى فأننا لا نلجأ إلى إعادتها ثانيه إلى المجتمع وأنما نختار مفرده مما تبقى من المجتمع وهكذا . ومن الناحية العملية فان جميع مسوحات العينة تعتمد على اسلوب الاختيار بدون إرجاع ، لذا سيكون التركيز على هذا الاسلوب في دراستنا للعينات .

(٢) اساليب سحب وحدات العينة
Random Sample Units Selection Methods

- **استخدام برنامج SPSS :** بالإمكان في حالة إدخال معطيات المجتمع الاحصائي إلى الحاسوب من الحصول على العينة باستخدام برنامج SPSS باستدعاء القائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Sample من تم التاشير على طريقة السحب المطلوبة ان كانت periodic or random . حيث تتحقق بهذا الإيعاز عملية سحب

- العينة وهي أما الدورية periodic باعتماد أسلوب العينة العشوائية المنتظمة والتي تعتمد العشوائية في جزئها الأول ، أو طريقة السحب العشوائي المباشر Random.

- **استخدام جداول الأرقام العشوائية** : وتكون مناسبة عندما يكون حجم المجتمع صغير او محدود ، ليتم اللجوء إلى الطريقة اليدوية التقليدية في استخدام جداول الأرقام العشوائية Random Numbers Tables والمبين نموذج منه في الملحق رقم (١) ، والتي تحتوى على أرقام تم الحصول عليها بطريقه عشوائية ، اى بطريقه غير خاضعة لأي نوع من أنواع الترتيب ، والتي تتلخص بالخطوات التالية:

- نعطى أرقاما متسلسلة لعناصر (وحدات) المجتمع المراد دراسته
- تحديد عدد الأعمدة التي سنستخدمها من الجدول العشوائي للحصول على الأرقام المطلوبة، ويتوقف هذا على حجم المجتمع . فبذلك نختار عدد الأعمدة بحيث يكون مساويا لعدد خانات اكبر رقم أعطي للمجتمع .
- نحدد نقطه البداية في الجداول العشوائية .
- نبدأ باختيار أول رقم من الجدول من نقطه البداية التي حددناها شرط ان يكون من ضمن الأعمدة التي اخترناها ، فالعدد الذي يليه في هذه الأعمدة إلى ان نحصل على عدد وحدات العينة المطلوبة مع استبعاد أي عدد يتكرر او أي عدد اكبر من عدد عناصر (مراتب Digits) المجتمع الإحصائي ، اي اذا كان حجم المجتمع اقل من ١٠٠ نعمل على مرتبتين واكثر من ١٠٠ الى اقل من ١٠٠٠ نعمل على ثلاثة مراتب وهكذا.
- نحدد عناصر المجتمع التي تحمل الأرقام المختارة لتكون وحدات العينة العشوائية البسيطة المراد اختيارها من هذا المجتمع .

مثال (٢.١) : إذا كنا بصدد القيام بدراسة عن أوضاع العاملين في أحد المصانع وكان مجموعهم 500 عامل ، والمطلوب اختيار عينه عشوائية حجمها 10 % ، باستخدام جداول الأرقام العشوائية.

الحل ل (٢.١) :

أ. بما أن عدد العاملين هو 500 وان حجم العينة المطلوبة يمثل نسبة قدرها 10 % ، فان حجمها هو n = 50 عاملا ، وبذلك نعطى أرقاما لجميع العاملين من 1 إلى 500

ب. بما ان اكبر عدد أعطي لوحدات المجتمع هو 500 يتكون من ثلاثة مراتب (خانات) أذن يكون عدد ألاعمده التي سنستخدمها كل مره هو 3 أعمده (أي ان كل عدد يتكون في ثلاثة أرقام).

ج . نحدد نقطه البداية في جدول الأرقام العشوائية ، ولتكن بداية الجدول في الملحق(١) ولثلاث مراتب فنجد أنه الرقم ٨٠٩ ولما كان هذا الرقم اكبر من 500 عليه يتم إهماله ونأخذ الرقم الثاني وهو ٣٦٦ وبما انه اقل من 500 فأن علينا عده الرقم الأول في العينة . ثم نأخذ الرقم الثاني المكون أيضا من ثلاث مراتب وهو ١٣٣ وبما أنه أقل من حجم المجتمع 500 فهو يعد الرقم الثاني في العينة وهكذا حتى نحصل على 50 رقما من بين ل 500 دون تكرار لأي منها , وبموجب ذلك فأن أرقام العينة هي :

366, 133, 358, 449, 362, 466, 018, 126, 394, 455, 134, 228, 461, 252, 219, 001, 482, 141, 301, 471, 421, 251, 493, 231, 053, 375, 224, 121, 047, 141, 467, 102, 125, 238, 243, 134, 061, 272, 374, 238, 291, 453, 231, 254, 230, 045, 228, 320, 261, 479 .

د. ألان نحدد أسماء العاملين الذين يحملون هذه الأرقام ليكونوا هم وحدات العينة العشوائية البسيطة المطلوبة .

هـ. يمكن الحصول على المعطيات المطلوبة للدراسة من وحدات هذه العينه .

و. تعمم النتائج التي نحصل عليها من هذه العينه على مجتمع العاملين بالمصنع كله وذلك باعتبار أن المعطيات التي حصلنا عليه من العينه تعد ممثله لجميع العاملين في المصنع .

عيوب العينة العشوائية البسيطة ، وتظهر في المجالات الآتية

(١) إذا كانت وحدات المجتمع غير متجانسة في الصفة التي نقوم بدراستها، فأن استخدام العينة العشوائية لا يضمن ان تكون العينة ممثله لهذه الصفة بالمجتمع .

(٢) في حالة كون المجتمع الإحصائي كبيرا ، فأن استخراج وحدات العينة العشوائية يحتاج إلى مجهود كبير لتهيئه إطار المجتمع وبخاصة إذ لم نستخدم في العملية الحاسب الآلي .

(٣) عندما تكون وحدات العينه موزعه على مناطق جغرافية واسعة ومتباعدة فأن تكاليف جمع المعطيات من هذه الوحدات تكون عالية عادة مع صعوبة أحكام الإشراف على العمل الميداني.

١-٤-٢ العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

(١) مفهوم العينة العشوائية الطبقية وخصائصها

عندما يكون المجتمع الاحصائي غير متجانس ، تصبح العينة العشوائية البسيطة غير مناسبة للاستخدام لانها سوف لاتكون ممثلة للمجتمع الذي تسحب منه ، لذا يتطلب الامر اللجوء الى العينة العشوائية الطبقية التي تتلخص اختيار وحداتها بما يلي :

- تقسيم الجتمع الاحصائي N غير المتجانس الى مجتمعات صغيرة متجانسة :

$N_1, N_2, ..., N_k$ ، وتسمية هذه المجتمعات بالطبقات Strata على ان لايحصل تداخل بين وحداتها ، اي لا تتكرر الوحدة ذاتها في اكثر من طبقة واحدة، بحيث يتحقق $N_1+N_2+........+N_k = N$

- نختار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة ، بحيث تكون العينات المختارة من الطبقات المختلفة هي العينة العشوائية الطبقية ، اي $n_1+n_2+.....+n_k = n$

(٢) طريقة تحديد عدد وحدات العينة لكل طبقة

والمقصود هنا هو كيفية تحديد حجم العينة العشوائية البسيطة التي يتم سحبها من كل طبقة ، ونتطرق هنا الى طريقتين رئيسيتين هما :

- **طريقة الاختيار المتناسب Proportional allocation method**

وبموجب هذه الطريقة فان حجم العينة لكل طبقة يكون متناسبا مع نسبة حجم الطبقة الى الى الحجم الكلي للمجتمع الاحصائي ، اي ان حجم العينة العشوائية الماخوذة من طبقة ما الى حجم العينة النهائي يكون مساويا لنسبة حجم تلك الطبقة الى الحجم الكلي للمجتمع ، ويمكن التعبير عن ذلك بالصيغة التالية :

$$W_i = \frac{N_i}{N} = \frac{n_i}{n}$$

حيث ان W_i هي نسبة العينة i الى الحجم الكلي للعينة ، بهذا يكون حجم العينة i من الطبقة i هو :

$$n_i = n\frac{N_i}{N}$$

حيث ان : n حجم العينة الكلي ، اي $\Sigma n_i = n$ و N حجم المجتمع الكلي ،اي $\Sigma N_i = N$

مثال (٣.١) : لنفترض ان لدينا مجتمعا يتكون من ٢٥ اسرة وان المصروفات النثرية الاسبوعية (بالدولار) لكل من هذه الاسر هو كما مبين في الاتي ، والمطلوب سحب عينة عشوائية طبقية تتكون من ٨ اسر مستخدما طريقة الاختيار المتناسب .

10, 50, 40, 15, 41, 24, 23, 25, 45,48, 18, 17, 27, 30, 38, 32, 12, 14, 16, 19, 44, 43, 42, 46, 29

الحل لـ (٣.١) : من ملاحظة ارقام المجتمع الاحصائي نستدل على امكانية تقسيم المجتمع الى ثلاث طبقات هي :

الطبقة ١ (N_1) : ١٠، ١٥، ١٧، ١٢، ١٨، ١٤، ١٦، ١٩

الطبقة ٢ (N_2) : ٣٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٧، ٢٩، ٣٠

الطبقة ٣ (N_3) : ٥٠، ٤٠، ٤١، ٤٥، ٣٨، ٤٢، ٤٦، ٤٤، ٤٣، ٤٨

اي ان عدد وحدات كل طبقة هو : $N_1=8$, $N_2=7$, $N_3=10$

وباستخدام صيغة تحديد عدد الاسر المطلوب سحبها من عشوائيا من كل طبقة نحصل على:

$$n_i = n\frac{N_i}{N}$$

$$n_1 = 8\frac{8}{25} = 2.56 \approx 3$$

وهي عدد وحدات عينة الطبقة N_1

$$n_2 = 8\frac{7}{25} = 2.24 \approx 2$$

وهي عدد وحدات عينة الطبقة N_2

$$n_3 = \frac{10}{25} = 3.2 \approx 3$$

وهي عدد وحدات عينة الطبقة N_3

وفي المرحلة الاخيرة نستخدم الجداول العشوائية على وفق الخطوات المذكورة في الفقرة (١-٤-١) نحصل على وحدات العينة التي ظهرت من كل طبقة على النحو الاتي :

العينة n_1 : ١٠، ١٧، ١٤

العينة n_2 : ٢٧، ٢٣

العينة n_3 : ٣٨، ٤١، ٤٤

وبذلك فان وحدات العينة هي : ٣٨ ، ٤١ ، ٤٤ ، ٢٧ ، ٢٣ ، ١٠ ، ١٧ ، ١٤

- **طريقة الاختيار الامثل Optimal allocation method**

وتقوم هذه الطريقة اساس تقليل التباين او التكاليف الى الحد الادنى عند تحديد احدهما ، فان عدد وحدات كل طبقة سيتناسب مع درجة تجانس وحداتها فيكون صغيرا في حالة الطبقات المتجانسة في حين يزداد في جالة الطبقات غير المتجانسة ، اي ان تحديد العدد يعتمد على مقدار تباين مجتمع كل طبقة بالاضافة الى حجم الطبقة ذاتها ، وتدعى هذه العلاقة بالاختيار الامثل لنيمان (Nymen) ، ويمكن التعبير عن هذه العلاقة في حالة عدم تساوي تكاليف اختيار الوحدة بالصيغة التالية :

$$n_i = n\frac{\frac{N_i S_i}{\sqrt{C_i}}}{\frac{\sum_{i=1}^{k} N_i S_i}{\sqrt{C_i}}}$$

حيث ان : C_i هي تكاليف اختيار الوحدة n_i ، k عدد الطبقات ، وان صيغة دالة التكاليف الخطية هي :

$$C = C_o + \sum_{i=1}^{k} C_1 n$$

اذا كانت تكاليف اختيار الوحدة متساوية فتصبح العلاقة على النحو الاتي :

$$n_i = n \frac{N_i S_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i S_i}$$

حيث ان n هي حجم العينة الطبقية ، و S_i هو الانحراف المعياري للطبقة i وهو :

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{N_i}}$$

وان المقدار : $\frac{N_i S_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i S_i}$ يمثل النسبة W_i في حالة طريقة الاختيار المتناسب .

مثال (٤.١) : من دراسة سابقة شملت خصائص المسافرين (العمر ، الدخل ، هدف السفر... الخ) اتضح بان عدد المسافرين على مجموعة خطوط السير التي تربط عاصمة احدى الدول بالمدن الرئيسية الاخرى لتلك الدولة هو ٧٠٩٦٧ مسافرا اسبوعيا وان توزيعهم حسب ايام الاسبوع موضح في الجدول الاتي ، ولغرض دراسة تقوم بها هيئة التخطيط الحضري ، فقد تم تحديد حجم العينة بـ ٣٠٠ مسافر لشمولهم بهذه الدراسة وذلك بالاعتماد على متغيرمعدل الدخل الشهري لهذا المجتمع ، وتم تقسيم المجتمع الى ٧ طبقات (ايام الاسبوع) تبعا لمتغير الدخل وان حجم كل طبقة N_i وانحرافها المعياري S_i (وفقا لمخرجات SPSS بسبب كبر حجم المجتمع) هي مبينة في الجدول المذكور . والمطلوب تحديد عدد الوحدات الازم سحبها من كل طبقة باستخدام طريقة الاختيار الامثل .

عدد المسافرين من عاصمة احدى الدول اسبوعيا حسب ايام الاسبوع

$N_i\,S_i$	الانحراف المعياري S_i	حجم الطبقة N_i	الطبقة i
٣١٢٦٥.٩	٣.٥٠٢	٨٩٢٨	N_1
٣٨٧٩٦.٤	٤.٥٢٧	٨٥٧٠	N_2
٣٠٩٥٠.٨	٣.٥٩٦	٨٦٠٧	N_3
٢٨٨٧٠.٨	٣.٢٤٥	٨٨٩٧	N_4
٣٤٣٨٤.٠	٣.٥٠٠	٩٨٢٤	N_5
٤٣٨٢١.٥	٣.٤٤٤	١٢٧٢٤	N_6
٧٢٥٧٢.٦	٥.٤٠٩	١٣٤١٧	N_7
$\sum_{i=1}^{7} N_i S_i = 280662$	----	٧٠٩٦٥	المجموع

الحل لـ (٤.١) : بتطبيق صيغة طريقة الاختيار الامثل لحالة التكاليف المتساوية ، فان عدد الوحدات المطلوب سحبها من كل طبقة N_i هو :

$$n_i = n\frac{N_i S_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i S_i}$$

$$n_1 = 300\frac{(8928)(3.502)}{280662} = 33$$

$$n_2 = 300\frac{(8570)(4.527)}{280662} = 41$$

$$n_3 = 300\frac{(8607)(3.596)}{280662} = 33$$

$$n_4 = 300\frac{(8897)(3.245)}{280662} = 31$$

$$n_5 = 300\frac{(9824)(3.500)}{280662} = 37$$

$$n_6 = 300\frac{(12724)(3.444)}{280662} = 47$$

$$n_7 = 300\frac{(13417)(5.409)}{280662} = 78$$

١-٤-٣ العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

لقد لاحظنا بان العينات التي تطرقنا اليها وهي العشوائية البسيطة والعشوائية الطبقية كانت تتطلب معرفة حجم المجتمع وغالبا ما تكونا مكلفتين، واحيانا استخدامهما مستحيلا لعدم معرفة حجم المجتمع، ولحل مثل هذه المشكلات برزت طريقة المعاينة العشوائية المنتظمة والتي تتلخص في اختيار i^{th} على التوالي بعد تحديد نقطة البداية عشوائيا بين الاعداد من ١ ،٢ ، ...... ،i وقد سميت بالعينة العشوائية المنتظمة، لان وحداتها يتم اختيارها بطريقة منتظمة بعد نقطة البداية العشوائية .

فمثلا اذا اردنا اختيار عينة عشوائية منتظمة ، باختيار كل عاشر وحدة ، فان علينا ان نحدد نقطة البداية عشوائيا من بين ١ و ١٠ وليكن ٤ حينئذ تكون وحدات العينة المنتظمة هي : ٤ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤ .... الخ والى ان نحصل على عدد وحدات العينة المطلوبة . والعينة العشوائية المنتظمة واسعة الاستخدام وخاصة في حالة المجتمعات المتحركة كوسائط النقل المارة او حركة المسافرين وما شابه وذلك في المجالات التطبيقية كالمترددين على المكتبات العامة او المتسوقين من المخازن التجارية او اختيار عينة من المساكن او المتاجر وهكذا. ويتميز هذا النوع من العينات بانخفاض تكاليفه و بسهولة التطبيق حيث كل مانحتاجه هو تحديد عدد عشوائي واحد، اضافة الى انها تتوزع على المجتمع توزيعا منتظما اكثر مما يحصل مع باقي العينات التي قد تتركز وحداتها في موقع واحد .

(١) **اسلوب اختيار وحدات العينة العشوائية المنتظمة :** في حالة معرفة حجم المجتمع N فان اختيار عينة عشوائية منتظمة بحجم n يتم على النحو الاتي :

- نحدد طول دورة المعاينة L وهي: $L = \frac{N}{n}$
- نحدد نقطة البداية باختيار عدد عشوائيا بين ١ و L
- نضيف في كل مرة طول الدورة L الى العدد الذي تم اختياره لنحصل على حجم العينة n المطلوب، فاذا اردنا مثلا اختيار عينة عشوائية منتظمة بحجم $n = 10$ من مجتمع مكون من ١٠٠ وحدة يستوجب اتباع الخطوات المذكورة وكالاتي :

ـ نجد طول الدورة وهي: $L = \frac{100}{10} = 10$

ـ نحدد نقطة البداية، اي الوحدة الاولى بالعينة وذلك عشوائيا من بين الاعداد التي تقع بين ١ و ١٠ وليكن ٤

ـ نحدد عناصر العينة باضافة طول الدورة ١٠ الى العدد الاول ٤ بانتظام فنحصل على وحدات العينة وهي: ٤ ،١٤ ،٢٤ ،٣٤،٤٤ ،٥٤ ،٦٤ ،٧٤،٨٤ ،٩٤ ، اي :

4 ،4+2L ،2+3L ،................... ،4+ (n-1)L

(٢) **عيوب العينة العشوائية المنتظمة :** الا ان للعينة العشوائية المنتظمة عيبان، احدهما حاصل والثاني محتمل الوقوع. فالعيب الحاصل يتمثل في انه لايوجد للعينة العشوائية المنتظمة طريقة ذات اعتمادية عالية في تقدير الخطأ المعياري لمتوسط المجتمع، فرغم شمولها ضمنيا على طبقات الا ان العشوائية تحصل مع مفردة واحدة لكل طبقة. اما العيب المحتمل الوقوع فيحصل عندما تاخذ وحدات المجتمع نسقا دوريا ثابتا، فمثلا عند الرجوع الى ترتيب افراد الاسرة يبدا عادة برب الاسرة ومن ثم الزوجة فالاولاد الاكبر فالاصغر وهكذا، ففي مثل هذه الحالة تكون الوحدة الاولى دائما رب الاسرة والثانية غالبا الزوجة والثالثة الابن الاكبر وكذا. وعليه اذا كان ترتيب وحدات المجتمع موضوع الدراسة ترتيبا دوريا فيجب تجنب استخدام هذا النوع من العينات .

(للزيادة في التفاصيل بخصوص العينات العشوائية، يرجى الرجوع إلى:
كتاب الطرق الاحصائية التطبيقية للمعاينة، المؤلف ١٩٩٥)

١-٥ برنامج SPSS

يرمز البرنامج الإحصائي SPSS الى الحزمة الاحصائية للعلوم الاجتماعية Statistical Package for Social Sciences والذي يعمل تحت نظام Windows ويسمح للمستخدم بخزن المعطيات في ملف خاص واجراء تحويل في صيغة المعطيات Transformations وكذلك رسم الاشكال البيانية Graphs بالاضافة للهدف الرئيسي باجراء التحليلات الاحصائية المختلفة . ورغم التشابه بين اغلب اصدارات البرنامج ، الا ان الاصدار ١٤ هو ما سيتم اعتماده في هذا الكتاب . وكما هو معلوم فان انجازية الدراسات والبحوث يجب ان تشتمل على اركان اساسية تتمثل بالدقة العالية والموضوعية العلمية الرصينة والحصول على نتائج باقل كلفة واقصى سرعة ممكنة . وان هكذا مواصفات وخصائص يمكن ان تتحقق من خلال **اعتماد الاساليب الاحصائية الملائمة** للحالة الدراسية واهدافها **وعلى توظيف البرامج الكفوءة** التي تمكن الباحث من الحصول على نتائج معنوية وباقل وقت ممكن ، ومن هذه البرامج برنامج SPSS الاكثر اهمية للباحثين عموما في مجال التحليل الاحصائي لما تؤول اليه مخرجاته من عمق وتفاصيل احصائية وافية لغالبية البحوث والدراسات . الا ان مسألتي اختيار الاساليب الاحصائية الملائمة للتحليل وكيفية تفسير مخرجات (نتائج) برنامج SPSS تبقى الاكثر اهمية للعديد من القائمين بالبحوث والدراسات ، وهو ما سيتم تناوله عند استخدام برنامج SPSS.

١-٥-١ أجراءات الدخول الى البرنامج

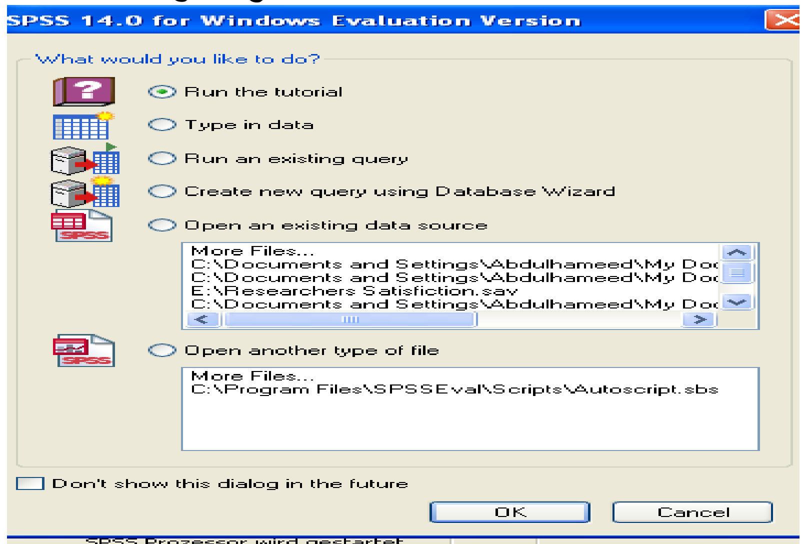
(١) ويتم الدخول الى البرنامج بالاجراءات التالية :

start ⇨ program ⇨ SPSS

(٢) وعقب الدخول الى البرنامج تظهر لنا لوحة تحمل قائمة بالخيارات وكما مبين في الشكل البياني رقم (٣.١) ليتم تاشير الملف المطلوب استخدامه او ان يكون الخيار هو لانشاء ملف جديد . او باللجوء الى الامر الرئيسي File ومن ثم اختيار الامر الفرعي New في حالة انشاء ملف جديد او اختيار احد الملفات الموجودة مسبقا للعمل عليه .

الشكل بياني رقم (٣.١)

لوحة قائمة الخيارات المتاحة لبدأ العمل مع برنامج SPSS



١-٥-٢ القوائم الرئيسية لبرنامج SPSS

عقب الدخول للبرنامج سيطالعنا شريط القوائم الرئيسية وعددها ١٠ قوائم كما مبين في الشكل البياني رقم (٣.١) ، تضم كل قائمة رئيسية عدة قوائم فرعية ، يمكن بواسطتها اصدار الاوامر والقيام بالعمليات التي يوفرها نظام البرنامج ، وان هذه القوائم ووظائفها الرئيسية هي :

(١) الملف File

ان الأوامر الفرعية لهذه القائمة ترمي الى التعامل مع الملفات من حيث انشاءها اوفتحها او تخزينها او طبعها وعند الخروج من البرنامج . الا انه من المفيد الاشارة قبل التعامل مع كيفية ادخال قيم المتغيرات واسماءها لتكوين ملف يكون جاهزا لاخضاعه للتحليل ، يتطلب الامر مراعاة الملاحظات المهمة التالية :

- ان لا يزيد طول اسم المتغير عن ٨ حروف
- عدم استخدام رموز مثل % او $ او # او ما شابه
- عدم تكرار اسماء متشابهه للمتغيرات

وتبدأ عملية إنشاء ملف وإدخال المعطيات في حالة استخدام اللوحة التي تحمل قائمة الخيارات من خلال التاشير على موقع Type in data المبين في الشكل رقم (٣.١) ، ومن ثم الكبس غلى ايقونة Ok الموجودة في اسفل القائمة فتظهر صفحة الجدول التي يتم فيها تدوين اسماء المتغيرات المزمع تبويب معطياتها المبينة في الشكل رقم (4.1) والتي تحمل عنوان Variable view المدونة في اسفل الجدول . كما يتم فيها ادراج المعلومات القاموسية المطلوبة بخصوص كل متغير معني وهي : نوع الترميز ويشار اليها بـ Type للاشارة ان كان المتغير رقمي numeric او اسمي string ، وعدد الخانات المطلوبة Width ، عدد المراتب العشرية Decimals ، وتعريف المتغير او عنوانه Label ، القيمة Value ، تعريف القيم المفقودة Missing values ، عدد مراتب العمود Columns ، تنسيق العمود Align ، ونوع القياس Measure .

شكل بياني رقم (4.1)

يبين صفحة Variable View لتدوين المعلومات المتعلقة بالمتغيرات

Researchers Satisfiction [DataSet1] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure
1	sex	Numeric	8	2	Sex	None	None	8	Right	Scale
2	age	Numeric	8	2	Age	None	None	8	Right	Scale
3	deg	Numeric	8	2	Deg	None	None	8	Right	Scale
4	cou	Numeric	8	2	Cou	None	None	8	Right	Scale
5	tit	Numeric	8	2	titl	None	None	8	Right	Scale
6	ays	Numeric	8	2	ays	None	None	8	Right	Scale
7	tys	Numeric	8	2	tys	None	None	8	Right	Scale
8	uni	Numeric	8	2	Uni	None	None	8	Right	Scale
9	spm	Numeric	8	2	spm	None	None	8	Right	Scale
10	fin	Numeric	8	2	fin	None	None	8	Right	Scale
11	spe	Numeric	8	2	Spe	None	None	8	Right	Scale
12	x01	Numeric	8	2	x01	None	None	8	Right	Scale
13	x02	Numeric	8	2	x02	None	None	8	Right	Scale
14	x03	Numeric	8	2	x03	None	None	8	Right	Scale
15	x04	Numeric	8	2	x04	None	None	8	Right	Scale
16	x05	Numeric	8	2	x05	None	None	8	Right	Scale
17	x06	Numeric	8	2	x06	None	None	8	Right	Scale
18	x07	Numeric	8	2	x07	None	None	8	Right	Scale
19	x08	Numeric	8	2	x08	None	None	8	Right	Scale
20	x09	Numeric	8	2	x09	None	None	8	Right	Scale
21	x10	Numeric	8	2	x10	None	None	8	Right	Scale
22	x11	Numeric	8	2	x11	None	None	8	Right	Scale
23	x12	Numeric	8	2	x12	None	None	8	Right	Scale
24	x13	Numeric	8	2	x13.	None	None	8	Right	Scale
25	x14	Numeric	8	2	x14	None	None	8	Right	Scale
26	x15	Numeric	8	2	x15	None	None	8	Right	Scale
27	y	Numeric	8	2	y	None	None	7	Right	Scale
28	nay	Numeric	8	2	nay	None	None	8	Right	Scale

وعقب الانتهاء من تدوين اسماء المتغيرات والمعلومات القاموسية المتعلقة بها ، يتم الكبس على ايقونة Data View المبينة في اسفل ذات الصفحة ايضا ، ليظهر الجدول المبين في الشكل البياني رقم (5.1) الذي يتم فيه ادخال المعطيات ويجري ذلك بشكل متسلسل فكل صف (سطر) تعود معطياته لمشاهدة معينة (كان تكون استبانة اوسنة او وحدة زمنية او مكانية او شخص) وكل موقع (خانة) في السطر تعود لمتغير محدد ، وفي حالة مصادفة معطيات مفقودة يترك مكانها خاليا ليتم معالجتها لاحقا بعد الانتهاء من عملية الادخال اما بتقديرها او تعويضها باحد اساليب التقدير او التعويض .

شكل بياني رقم (٥.١)

يبين صفحة Data view التي يتم فيها تدوين المعطيات عند انشاء الملف

Untitled [DataSet2] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

1 : sex 1

	sex	age	deg	cou	tit	ays	tys	uni	spm	fin	spe	x01	x02	x03	x04	x05	x06
1	1.00	2.00	1.00	2.00	2.00	10.00	10.00	1.00	1100.00	1800.00	1.00	3.00	4.00	3.00	4.00	3.00	3.
2	1.00	2.00	1.00	3.00	2.00	11.00	12.00	1.00	1150.00	1150.00	3.00	4.00	2.00	4.00	3.00	4.00	4.
3	1.00	4.00	1.00	1.00	1.00	26.00	38.00	1.00	1500.00	1500.00	1.00	4.00	3.00	3.00	4.00	4.00	2.
4	1.00	1.00	2.00	3.00	4.00	2.00	6.00	1.00	400.00	800.00	1.00	3.00	4.00	4.00	3.00	3.00	3.
5	1.00	3.00	1.00	1.00	2.00	11.00	27.00	2.00	1900.00	1900.00	5.00	4.00	3.00	2.00	3.00	4.00	3.
6	1.00	1.00	2.00	3.00	4.00	6.00	6.00	2.00	650.00	650.00	4.00	3.00	4.00	4.00	3.00	2.00	3.
7	1.00	1.00	2.00	3.00	4.00	6.00	6.00	1.00	500.00	700.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	2.00	3.
8	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	4.00	4.00	1.00	500.00	850.00	6.00	3.00	4.00	5.00	3.00	2.00	2.
9	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	3.00	3.00	1.00	450.00	800.00	6.00	3.00	3.00	3.00	4.00	3.00	3.
10	2.00	4.00	2.00	3.00	2.00	22.00	37.00	1.00	800.00	1700.00	2.00	4.00	4.00	3.00	3.00	3.00	3.
11	1.00	1.00	2.00	2.00	3.00	6.00	6.00	1.00	650.00	900.00	2.00	3.00	3.00	3.00	4.00	3.00	3.
12	1.00	3.00	1.00	3.00	2.00	10.00	25.00	1.00	1000.00	1000.00	3.00	3.00	4.00	3.00	3.00	3.00	3.
13	1.00	2.00	1.00	3.00	2.00	9.00	18.00	2.00	1600.00	1600.00	3.00	3.00	3.00	2.00	4.00	2.00	4.
14	1.00	1.00	1.00	2.00	2.00	12.00	12.00	1.00	1100.00	1100.00	3.00	3.00	2.00	3.00	3.00	3.00	2.
15	1.00	2.00	2.00	3.00	3.00	10.00	10.00	1.00	600.00	600.00	3.00	3.00	4.00	4.00	3.00	3.00	3.
16	1.00	4.00	1.00	3.00	2.00	16.00	34.00	2.00	1800.00	1800.00	3.00	4.00	2.00	4.00	3.00	2.00	3.
17	1.00	1.00	2.00	3.00	4.00	4.00	4.00	2.00	600.00	600.00	2.00	2.00	3.00	3.00	3.00	2.00	3.
18	1.00	2.00	2.00	2.00	3.00	3.00	3.00	1.00	500.00	750.00	6.00	3.00	3.00	3.00	4.00	2.00	3.
19	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	4.00	4.00	1.00	550.00	1100.00	4.00	3.00	4.00	4.00	4.00	2.00	2.
20	2.00	1.00	1.00	3.00	3.00	3.00	3.00	1.00	750.00	1100.00	1.00	2.00	3.00	3.00	5.00	3.00	3.
21	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	5.00	2.00	700.00	1300.00	6.00	3.00	5.00	4.00	4.00	2.00	3.
22	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	2.00	9.00	1.00	500.00	800.00	1.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.
23	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	3.00	3.00	1.00	400.00	1400.00	2.00	2.00	2.00	2.00	4.00	2.00	2.
24	2.00	1.00	2.00	3.00	4.00	4.00	8.00	1.00	400.00	1200.00	2.00	3.00	3.00	3.00	2.00	3.00	4.
25	1.00	4.00	2.00	3.00	2.00	16.00	34.00	3.00	900.00	900.00	3.00	3.00	3.00	4.00	2.00	2.00	2.
26	1.00	3.00	1.00	3.00	1.00	25.00	25.00	1.00	1000.00	1200.00	3.00	3.00	4.00	2.00	4.00	3.00	3.
27	1.00	1.00	2.00	3.00	4.00	3.00	5.00	1.00	450.00	450.00	6.00	2.00	3.00	3.00	5.00	4.00	2.
28	1.00	3.00	1.00	3.00	2.00	12.00	34.00	3.00	1500.00	1500.00	6.00	4.00	2.00	3.00	5.00	4.00	3.
29	1.00	3.00	1.00	3.00	2.00	20.00	21.00	3.00	1100.00	1100.00	3.00	3.00	3.00	4.00	4.00	3.00	3.
30	1.00	2.00	1.00	1.00	2.00	10.00	18.00	1.00	1200.00	1200.00	3.00	3.00	3.00	2.00	4.00	3.00	4.
31	1.00	2.00	1.00	3.00	2.00	9.00	12.00	1.00	1200.00	1600.00	4.00	2.00	4.00	2.00	3.00	3.00	4.
32	1.00	2.00	1.00	3.00	3.00	9.00	9.00	2.00	1400.00	1400.00	2.00	4.00	3.00	3.00	3.00	2.00	2.

Data View / Variable View

SPSS Processor is ready

(٢) التحرير Edit

واستخدامها يتعلق بعمليات النسخ واللصق ونقل المعطيات والبحث .

(٣) العرض View

وتقوم هذه القائمة باظهار الايقونات Toolbar

(٤) البيانات Data

وباستخدام هذه القائمة يتم تعريف المتغيرات وتغيير اسمائها ، وكذلك القيام بالعمليات المتعلقة بفرز المعطيات وتحويلها ودمجها مع معطيات اخرى .

(٥) التحويلات Transformation

ويتم استخدامها لتحويل المعطيات النوعية غير الرقمية الى قيم كمية او عند الحاجة لاعادة صياغة متغيرات معينة او تحويلها الى فئات او مجموعات، ولاهمية عمليات التحويل فسنحاول التوسع بتفصيل وافي لهذه الفقرة . تتضمن القائمة حالات التحويل التالية :

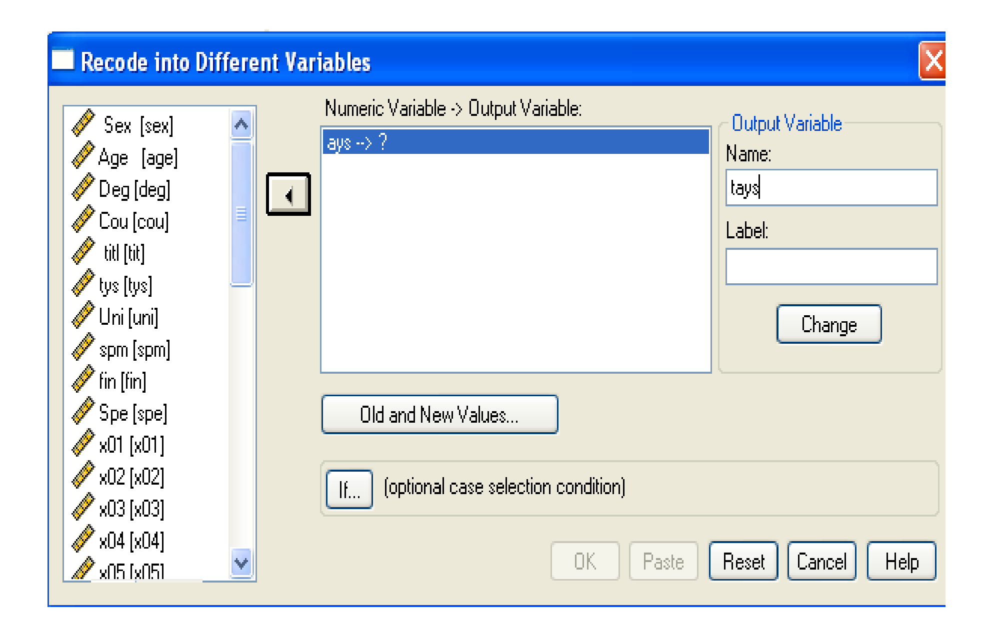
➢ **أعادة ترميز المعطيات Recoding Data**

يستخدم الأمر الفرعي Recode في ترميز المتغيرات في مجموعات حسب قيم معينة ، كترميز قيم تبدا بحد ادنى وتنتهي بحد اعلى لجعل المعطيات بعدد اقل من المستويات او الفئات ، كتبويب الاعمار مثلا بعدد معين من الفئات . وانجاز العملية يتم باتباع الخطوات التالية :

- اختيار الامر الفرعي Recode من قائمة Transform ومنه الى into different variable عندها سيتم فتح مربع الحوار المبين في الشكل رقم (٦.١) ادناه، ويتم فيه نقل المتغيرالمطلوب تحويله وليكن متغير مجموع سنوات الخدمة للباحثين ورمزه tys من قائمة المتغيرات الموجودة الى يسار مربع الحوار بواسطة ايقونة السهم ليصبح في اعلى المربع ، ومن ثم تدوين رمزالمتغيرالجديد المطلوب تشكيله ولنرمز له بـ tsyg مع تعريفه في خانة label من انه total years of service grouping، ثم النقر على ايقونة change .

شكل بياني رقم (٦.١)

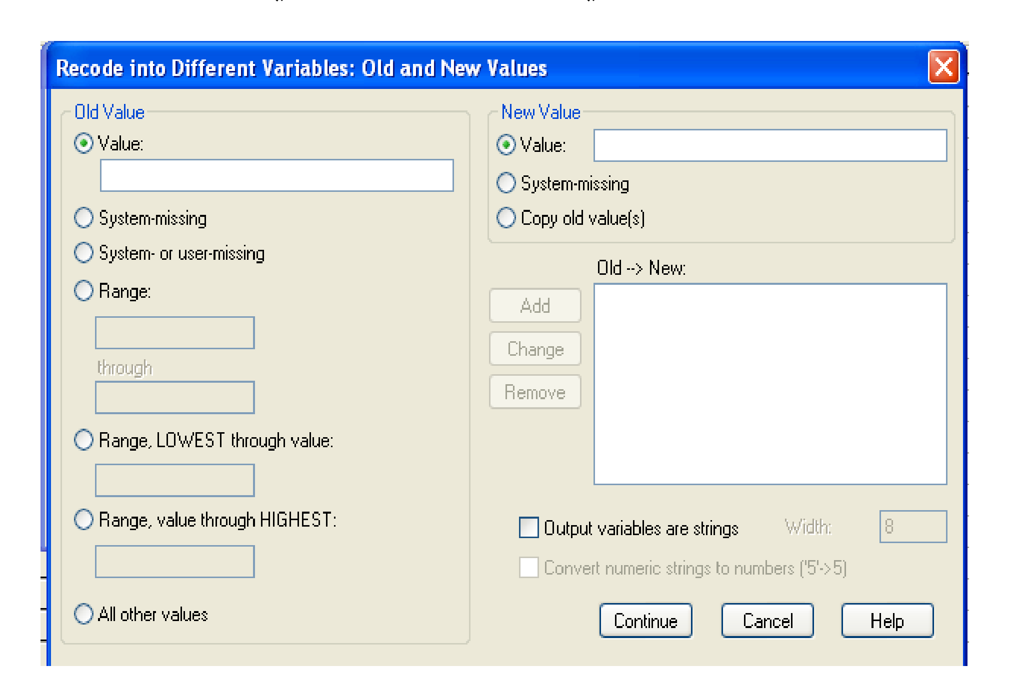
مربع حوار الامر الفرعي Recode من قائمة Transform



- النقرفوق ايقونة old and new value ليظهر لنا مربع الحوار التالي المبين في الشكل البياني رقم (٧.١) ، ويتم فيه اختيار Range: lowest through يتم فيه تدوين اقل مدة خدمة موجودة في الملف بالنسبة للمتغير، من ثم ندون اعلى قيمة كحد اعلى للمجموعة الاولى عندvalue through highest : ، وفي الجزء new value يتم تدوين الرقم ١ كاشارة للمجموعة الاولى مع الكبس على ايقونة add . ومن ثم ادخال اقل قيمة تمثل المجموعة الثانية في مربع Range: lowest through وندون اعلى قيمة كحد اعلى للمجموعة الثانية في Range: value through highest ، بعدها ندون الرقم ٢ في new value للدلالة للمجموعة الثانية يلي ذلك الكبس على add وهكذا لغاية اخر مجموعة مقررة .
- الكبس على ايقونة Continue ومن ثم Ok ليظهر المتغير الجديد tysg على صفحة ادخال المعطيات Data view ضمن الملف المعني .

شكل بياني رقم (٧.١)

يوضح مربع الحوار التالي لتكملة ايعازات الامر الفرعي Recode

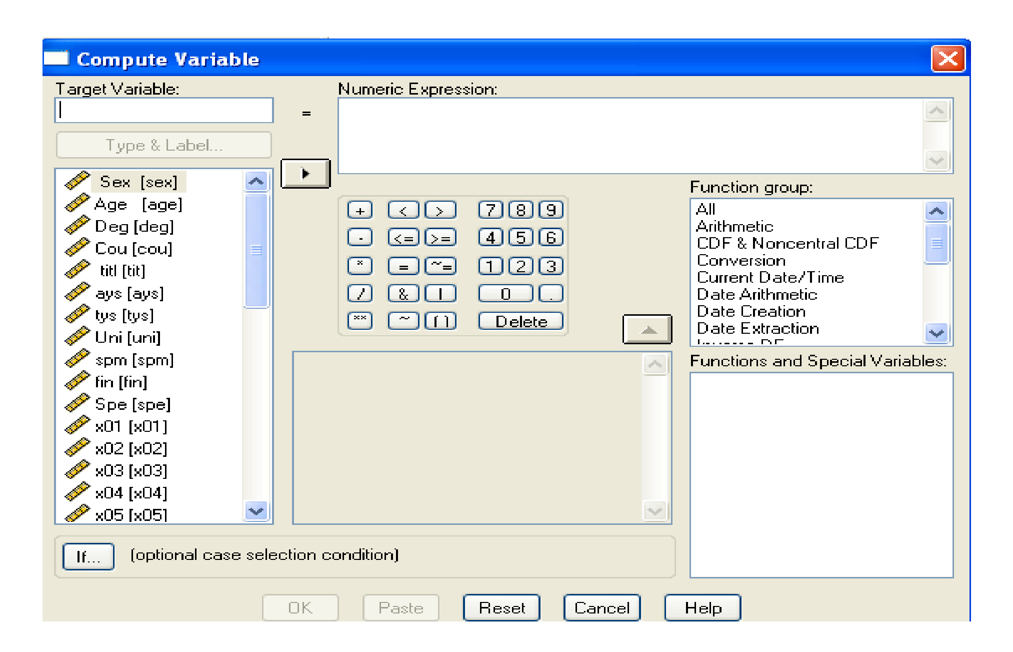


➢ **اجراء عملية حسابية Compute**

ويستخدم للقيام بعمليات حسابية من خلال كتابة المعادلات اما عن طريق لوحة مفاتيح جهاز الحاسوب او باستخدام الالة الحاسبة calculator الموجودة داخل مربع الحوارلـ compute variable المبين في الشكل رقم (٨.١) او باستخدام الدوال الرياضية functions ، او المنطق من خلال عبارة If الشرطية . وعلى فرض كنا بصدد ايجاد معدل عدد البحوث التي يقوم بنشرها الاستاذ الجامعي خلال فترة خدمته اي قسمة المتغير y على المتغيرtys ، فنقوم بالكبس على Compute من القائمة الرئيسة Transform وندخل اسم المتغير المستهدف وهو averagey في مربع Target variable كما مبين في الشكل (8.1) ونقوم بالتاشير على متغير y وادخاله في المربع المقابل بواسطة السهم ومن ثم الكبس على علامة القسمة الموجودة في الاله الحاسبة بنفس مربع الحوار بعدها ادخال المتغيرtys ونختار الاقونة Ok لنحصل على قيم المتغير المستهدف averagey .

شكل بياني رقم (٨.١)

يوضح مربع حوار الامر الفرعي Compute من القائمة Transform



➢ عمليات العد Count

ويقوم بحساب القيم المتشابهة لمجموعة من المتغيرات التي تعود لمشاهدة case معينة ، ويتم فيه استخدام نفس اجراءات compute في استدعائه .

➢ If الشرطية

وهي متوفرة للاستخدام في جميع حالات التحويل اعلاه سواء في Recode او Compute او Count اذا اردنا تخصيص عملية معينة كحساب متغير جديد مع مجموعة المشاهدات التي ينطبق عليها الشرط المطلوب ، والايعازات المتوفرة لـ **If الشرطية** هي: يساوي EQ لا يساوي NE وأقل من LT وأكثر من GT و اقل من او يساوي LE واكثر من او يساوي GE. كأن يكون الايعاز مثلا IF X_1 EQ X_3 فأن $Y=X_1$. كما ان برنامج SPSS يوفر بحدود ٧٠ دالة حسابية واحصائية ورياضية وغيرها يمكن استخدامها عند الحاجة خلال عمليات التحويل وكما يظهر مجموعة منها في الشكل رقم (8.1) في اعلاه .

(٦) التحليل Analysis

وتضم قائمة الاساليب الاحصائية التحليلية وسيتم تناول استخدامها واسلوب قراءة مخرجات التحليل عند التطرق الى المواضيع الاحصائية في الفصول الاحقة

(٧) الرسوم البيانية Graphs

وتتناول هذه القائمة عمل الرسوم والاشكال البيانية وسيتم التطرق لها ايضا في فصل تبويب وعرض المعطيات جدوليا وبيانيا .

(٨) الادوات Utilities

وبواسطة هذه القائمة يمكن الحصول عن معلومات تتعلق بالملف المستخدم والمتغيرات التي يضمها الملف مع تعريف واستخدام المجموعات Sets للمتغيرات

(٩) اطار الشاشة Window

وتضم الاوامر الفرعية التي تمكن المستخدم على التنقل بين النوافذ المختلفة والتحكم بحجمها ،

(١٠) المساعدة Help

وتساعد المستخدم الحصول على اجابات للتساؤلات التي قد تبرز عند استخدام برنامج SPSS

الفصل الثاني

اساليب تبويب المعطيات والعرض البياني

Data Tabulation and Graphical Presentation

٢-١ تبويب المعطيات Data Tabulation

عندما يكون الباحث امام اعداد كبيرة من المعطيات (بيانات ومعلومات احصائية) سواء اكان قد تم جمعها بواسطة الاستقصاءات او ما هو متوفر في السجلات والمصادر التاريخية الناتجة عن نشاط اقتصادي او اجتماعي او صحي او تربوي ، فان اول خطوة يحتاجها هي ان يقوم بتبويبها وعرضها بصيغة ملائمة لتكون ذات مدلول ومهيئة بصيغة قابلة لاخضاعها للتحليل لمعرفة اتجاهاتها وما تحمل بين ثناياها من مكنونات ومعاني . ان انجار هذا الاجراء هو مايطلق عليها بالتوزيع التكراري Frequency Distribution

٢-١-١ التوزيع التكراري البسيط Simple Frequency Distribution

ويقصد به توزيع القيم التي تخص احد المتغيرات من خلال بناء جدول يشتمل على توزيع هذه الاعداد الكبيرة من المعطيات على فئات Class Intervals ، وان خطوات عملية بناء جدول التوزيع التكراري البسيط يمكن اجمالها بما يلي :

الخطوة ١ : تحديد عدد الفئات Class Intervals

ويختلف عدد الفئات باختلاف طبيعة المعطيات وخبرة الباحث ودرجة الدقة المستهدفة ، فكلما ازدادت درجة الدقة المطلوبة استوجب الامر زيادة عدد الفئات على ان لا تزيد غلى ٢٠ ولاتقل عن ٥ فئات ، الا انه يمكن الركون الى قاعدة ستورج Sturge's Form لتحديد عدد الفئات وصيغتها هي :

$$k = 1 + 3.322 \log n$$

حيث ان k تشيرالى عدد الفئات، و log n هو لوغاريتم Logarithm عدد القيم المطلوب تبويبها .

الخطوة ٢ : تحديد طول الفئة Interval Range

ان تحديد طول (مدى) الفئة ولنرمز له بـ H والذي هو عبارة عن الفرق بين اكبر واصغر قيمة في المعطيات المطلوب تبويبها ، اي :

$$H = \frac{\text{اكبر قيمة - اصغر قيمة}}{k\ \text{(عدد الفئات)}}$$

الخطوة ٣ : تحديد حدود الفئات Lower and Upper Limits

عقب تحديد عدد الفئات وطول الفئة يتم تحديد حدود الفئات (الحد الادنى lower limit والحد الاعلى upper limit) ويتم ذلك كالاتي :

تكون اصغر قيمة بين المعطيات هي الحد الادنى لاول فئة ، والحد الاعلى هو عبارة عن الحد الادنى مضافا اليه طول الفئة H ناقصا ١ . اما الحد الادنى للفئة الثانية فهو عبارة عن القيمة الاحقة للحد الاعلى للفئة السابقة ، في حين حدها الاعلى كما في السابق عبارة عن : قيمة الحد الادنى للفئة المعنية + طول الفئة – ١ ، وهكذا مع باقي الفئات المتبقية .

الخطوة ٤ : توزيع القيم على الفئات Frequency Distribution

وتعني القيام بتوزيع المعطيات على الفئات ، وللسهولة يفضل ان تكون على شكل حزم من العلامات امام كل فئة ومن ثم عدها وتدوين عدد تكرارها حسب الفئات .

مثال (١.٢) : المعطيات التالية تخص مدة الخدمة الوظيفية (بالسنين) لعينة عددها n=74 من العاملين في الحقل الاكاديمي الجامعي ، والمطلوب تبويبها في جدول توزيع تكراري .

05	03	03	02	04	05	06	09
08	11	10	09	08	11	07	07
13	14	15	15	16	14	12	13
22	15	12	16	15	14	12	13
	36	27	29	27	28	28	17
	17	21	20	22	26	25	22
	18	18	32	20	21	19	17
	17	20	18	17	31	30	27
	10	20	20	17	18	35	19
	23	23	22	22	23	25	25

الحل لـ (١.٢) :

- نحدد عدد الفئات باستخدام صيغة Sturge's Form

$k = 1 + 3.322 \log n$

$= 1 + 3.322 (\log 74)$

لدينا log 74 = ١.٨٦٩٢٣٢ فنحصل على عدد الفئات K وهو :

$k = 1 + 3.322$ (١.٨٦٩٢٣٢) ≈ 7

- نجد طول الفئة H بموجب الصيغة اعلاه وهي طرح اصغر قيمة من اكبر قيمة مقسومة على عدد الفئات فنحصل على :

$$H = \frac{36-2}{7} \approx 5$$

- نحدد حدود الفئات بموجب الطريقة اعلاه ، فنحصل على الفئات المبينة في الجدول (١.٢)
- توزيع المعطيات على الفئات لنحصل على التكرارات وكما مبين في الجدول (١.٢) ايضا مع ملاحظة من ان مجموع التكرارات يحب ان يكون مساوي لعدد المعطيات .

جدول رقم (١.٢)

جدول التوزيع التكراري لمعطيات المثال (١.٢)

الفئات Class Interval	التكرار Frequency , f_i	
60-02	11111 11	٧
11-07	11111 1111	٩
16-12	11111 11111 11111	١٥
21 -17	11111 11111 11111 11111	٢٠
26-22	11111 11111 11	١٢
31-27	11111 111	٨
36-32	111	٣
المجمـــــوع		٧٤

٢-١-٢ استخدام برنامج SPSS في تبويب جدول توزيع تكراري بسيط

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS للتوزيع التكراري البسيط
متوفرة في (١٢-١-١) من الفقرة ١٢-١
في الفصل الثاني عشر

٢-١-٣ الفئات المفتوحة والفئات غير المتساوية

Opened and Unequal Classes

في حالات معينة يصادف أن تضم مجموعة المعطيات المطلوب توزيعها تكراريا بعض القيم المتطرفة عن اتجاه القيم الأخرى ، فإذا كانت متطرفة في الصغر فستخص الفئة الأولى ، وعندما تكون متطرفة في الكبر فسيتعلق الأمر بآخر فئة ، الأمر الذي يؤدي أما جعل الفئات غير متساوية الطول أو أن تصبح بعض الفئات خالية من التكرارات .ولمعالجة هكذا حالة يمكننا اللجوء الى الفئات المفتوحة ، فلو عدنا الى المثال (١.٢) اعلاه و افترضنا مثلا كان هناك باحث اكاديمي مدة خدمته ٤٨ سنة ، عندها سنضطر اما لاضافة فئة الى الجدول طولها ٣٣- ٤٨ وهو امر سيستوجب اجراء تعديلات حسابية جديدة كما سيتبين في الفقرة الاحقة ، او اللجوء الى الخيار الاخر وهو اضافة ٥ فئات جديدة هي : ٣٧-٤١ ، ٤٢-٤٦ ، ٤٧-٥١ ليتسنى تبويب القيمة ٤٨ وسيكون تكرار فئتين من هذه الفئات هو ٠ مما يسبب اشكالات المقارنة الفئوية وفي العرض البياني . ولتلافي مثل هذه الحالة يمكن اللجوء الى الفئات المفتوحة وتكون مفتوحة من الاعلى ، اي ترك الحد الاعلى لآخر فئة مفتوح لتصبح ٣٢ فاكثر بدلا من ٣٢-٣٦ . اما في حالات التطرف في الصغر فيتم رفع الحد الادنى لتصبح مفتوحة من الاسفل اي ٦ فاقل .

ويتم اعتبار طول الفئة المفتوحة مساويا لطول الفئة السابقة لها في حالة الفئات المفتوحة من الاعلى ومساوية لطول الفئة الاحقة لها في حالة الفئات المفتوحة من الادنى وذلك عند الحاجة لاستخدام جدول التوزيع التكراري سواء في ايجاد مقاييس النزعة المركزية او مقاييس التشتت او العرض البياني او غيرها . أما حين يكون التوزيع التكراري ذو فئات غير متساوية الطول ، فيتعين تعديل التكرارات قبل البدء في حساب المقاييس ، ويتم ذلك باستخدام طريقة شبرد لتعديل التكرارات Sheppard correction of grouping وذلك بقسمة التكرار الخاص بكل فئة على طول الفئة ، فمثلا اذا كان لدينا فئات أعمار موزعة على الفئات المبينة في الجدول (٢.٢) التالي ، فان استخدام طريقة شبرد لتعديل التكرارات تؤدي للحصول على القيم f، المبينة في الجدول المذكور.

جدول رقم (٢.٢)

استخدام طريقة شبرد لتعديل تكرارات الفئات غير المتساوية الطول

التكرار المعدل $f' = \frac{f_i}{H}$	طول الفئة Class Range	التكرار f_i	الفئات Class Intervals
3.25	4	13	17-14
18.50	2	37	19-18
34.50	2	69	21-20
14.00	2	28	23-22
8.50	2	17	25-24
4.00	4	16	20-26
1.50	4	6	33-30
٠.٦٧	3	2	36-34

٢-١-٤ مراكز الفئات Mid Points

ويرمز لمركز الفئة بـ x_i ، ويتم ايجادها كقيم للمشاهدات لاستخدامها بدلا عن الفئات في اجراء العمليات الحسابية ، ومركز الفئة هو عبارة عن حاصل جمع حدي الفئة المعنية مقسومة على ٢ ، اي :

$$X_i = \frac{\text{الحد الادنى + الحد الاعلى}}{٢}$$

فنحصل على القيم المبينة في الجدول رقم (٣.٢) التالي :

جدول رقم (٣.٢) : يبين مراكز الفئات

التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	الفئات Class Intervals
٧	4	60-02
٩	9	11-07
١٥	14	16-12
٢٠	19	21 -17
١٢	24	26-22
٨	29	31-27
٣	34	36-32
$\sum f_i$=٧٤	---	---

٢-١-٥ الحدود الحقيقية للفئات (نهايات الفئة) Class Boundares

رغم أن الفئات تضم كافة المعطيات ، إلا أنها غير متصلة ببعضها ، أي أن هناك مديات فاصلة بين فئة وأخرى وكما يتضح من الشكل (١.١) ، ولاجل معالجة هذه المسالة التي يكون لها تاثير مباشر على التوزيعات الاحتمالية فبالامكان اللجوء الى تقريب هذه المديات ليتسنى الحصول على التوزيع المبين في الشكل (٢.١) ، ويتم ذلك بادخال تعديلات على حدي كل فئة من خلال استخدام تمهيد المنحنى التكراري وهو ما يؤدي الى اضافة ½ الى الحد الاعلى لكل فئة وطرح ½ من الحد الأدنى لكل فئة ، وبالرجوع الى فئات المثال (1.2) اعلاه نحصل على الحدود الحقيقية المبينة في الجدول التالي رقم (٤.٢) .

جدول رقم (٤.٢)

يبين الحدود الحقيقية Class Boundaries لفئات الجدول رقم (١.٢)

النهايات العليا Upper Boundary	النهايات الدنيا Lower Boundary	الحدود الحقيقية Class Boundaries	الفئات Interval Classes
6.5	١.٥	٦.٥-١.٥	٠6-02
١١.٥	٦.٥	١١.٥-٦.٥	11-07
١٦.٥	١١.٥	١٦.٥-١١.٥	16-12
٢١.٥	١٦.٥	٢١.٥-١٦.٥	21 -17
٢٦.٥	٢١.٥	٢٦.٥-٢١.٥	26-22
٣١.٥	٢٦.٥	٣١.٥-٢٦.٥	31-27
٣٦.٥	٣١.٥	٣٦.٥-٣١.٥	36-32

٢-١-٦ التوزيع التكراري النسبي Relative Frequency

وهو عبارة عن نسبة ما يشكله تكرار كل فئة من مجموع التكرارات ، ويتم ذلك بقسمة تكرار كل فئة على مجموع التكرارات مضروبا ب ١٠٠ . وتعود أهميته عند أجراء المقارنات مع توزيعات تكرارية تختلف من حيث المجموع ، حيث تكون المقارنات متساوية بمجاميعها وهي ١٠٠% ، بالإضافة إلى سهولة معرفة نسبة ما تمثله كل فئة من المجموع .

٢-١-٧ التوزيع التكراري المتجمع
Cumulative Frequency Distribution

وهي التكرارات التي ينصب الاهتمام فيها على القيمة التي تزيد او تقل عن فئة او نهاية فئة معينة، وهي على نوعين هما :

(١) **المتجمع الصاعد** : Ascending Cumulative Frequency وهي التي يبدأ تجميعها من الاعلى باتجاه الاسفل ، وتساوي قيم المتجمع الصاعد عدد القيم التي تقل Less than عن النهاية الدنيا لفئة تكرارية معينة .

(٢) **المتجمع النازل** : Descending Cumulative Frequency والذي يبدأ تجميعه من الاسفل باتجاه الاعلى ، وتساوي عدد القيم التي تزيد More than على النهايات

العليا للحدود الحقيقية . والجدول رقم (٥.٢) يعطي قيم التكرارات المتجمعة لكل من الصاعد والنازل وفي حالتي الفئات ونهايات الفئات للمثال (1.2)

جدول رقم (٥.٢)

التكرارات المتجمعة (الصاعد والنازل)

الفئات	التكرار	المتجمع الصاعد	المتجمع النازل	النهايات الدنيا مع المتجمع الصاعد		النهايات العليا مع المتجمع النازل	
06- 02	٧	٧	٧٤	اقل من١.٥	٠	١.٥ فاكثر	٧٤
11- 07	٩	١٦	٦٧	اقل من٦.٥	٧	٦.٥ فاكثر	٦٧
16 -12	١٥	٣١	٥٨	اقل من ١١.٥	١٦	١١.٥ فاكثر	٥٨
21 -17	٢٠	٥١	٤٣	اقل من١٦.٥	٣١	١٦.٥ فاكثر	٤٣
26 -22	١٢	٦٣	٢٣	اقل من٢١.٥	٥١	٢١.٥ فاكثر	٢٣
31-27	٨	٧١	١١	اقل من٢٦.٥	٦٣	٢٦.٥ فاكثر	١١
36-32	٣	٧٤	٣	اقل من٣١.٥	٧١	٣١.٥ فاكثر	٣
---	$\Sigma f_i=74$	---		اقل من36.5	٧٤	٣٦.٥ فاكثر	٠

٢-٢ التوزيع التكراري المزدوج
Double Frequency Distribution

٢-٢-١ خصائص التوزيع التكراري المزدوج

ويستخدم هذا النوع من الجداول في التبويب في حالة وجود ظاهرتين (متغيرين) يعتمد احدهما على الاخر كاطوال الاشخاص واوزانهم او كميات بضاعة وسعرها وما شابه ، وهي الجداول التي غالبا ما تستخدم في اختبار الفروض Hypotheses Testing مثل $\chi^{٢}$ و تحليل التباين Analysis of Variance . وان بناء جدول توزيع تكراري مزدوج يتم بموجب الخطوات التالية :

(١) تحديد عدد واطوال الفئات لكل من المتغيرين بصورة مستقلة باستخدام ذات الاجراءات السابقة المتعلقة بالتوزيع التكراري البسيط .
(٢) ترتيب فئات احد المتغيرين افقيا وترتيب فئات المتغير الاخر عموديا في الجدول .
(٣) تبويب المعطيات على كلا المتغيرين حسب الفئات ، اي وضع الرقم في الخانة التي تعود لفئتي المتغيرين ذات العلاقة بالرقم .
(٤) تخصيص حقلين في نهاية الجدول احدهما افقي لمجاميع حقول المتغير الاول والثاني عمودي لمجاميع المتغير الثاني ، لاجل التاكد من مطابقة كلا المجموعين لعدد المعطيات .

مثال رقم (٢.٢) : المعطيات في الجدول التالي رقم (٦.٢) يتضمن كميات زيت المحركات (بالغالون) وقيمها (بالدينار) ، المستهلكة من قبل ١٨ شركة خلال ثلاثة اشهر ، والمطلوب :

- ايجاد اطوال الفئات وحدودها لكل من المتغيرين باستخدام ٧ فئات لمتغير الكميات و ٥ فئات لمتغير القيم .
- تبويب المعطيات في جدول توزيع تكراري مزدوج .

جدول رقم (٦.٢) : معطيات المثال ٢.٢

تسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨
الكمية	٦	٣٦	١٢	٨	٣	٥	٢	٩	٣	٤	٤	٢٠	٢	٩	٤	٣	١٠	١٦
القيمة	٥	٣	٧	٥	٢	٤	١	٩	٥	٢	٤	١٥	٤	٤	٢	٢	٦	١٢

الحل لـ (٢.٢) :

- ايجاد طول الفئة لمغير الكميات ، لدينا

اصغر كمية = ٢

اكبر كمية = ٣٦

طول الفئة ، $H = \frac{٣٦ - ٢}{٧} \approx ٥$

◆ ايجاد طول الفئة لمتغير القيم ، لدينا

اصغر قيمة = ١

اكبر قيمة = ١٥

$$\text{طول الفئة ،} \quad H = \frac{١٥ - ١}{٥} \approx ٣$$

◆ نرتب فئات المتغير الاول وليكن الكميات عموديا ، وفئات المتغير الثاني وهو القيم افقيا ،ومن ثم يتم تبويب كل من المعطيات حسب الفئات ذات العلاقة وطبقا لاجراء التوزيع التكراري ، فنحصل على جدول التوزيع التكراري المزدوج رقم (٧.٢) التالي .

جدول رقم (٧.٢)

التوزيع التكراري المزدوج لمعطيات المثال (٢.٢)

فئات القيم / فئات الكميات	٠٣-٠١	٠٦-٠٤	٠٩-٠٧	١٢-١٠	١٥-١٣	المجموع
٠٦ -٠٢	١ ١١١١١	١١١				٩
١١-٠٧		١١١١١				٥
١٦-١٢			١	١		٢
٢١-١٧					١	١
٢٦-٢٢						
٣١-٢٧						
٣٦-٣٢					١	١
المجموع	٦	٨	١	١	٢	١٨

٢-٢-٢ استخدام برنامج SPSS في تبويب التوزيع التكراري المزدوج
ان أجراءات استخدام برنامج SPSS للتوزيع التكراري المزدوج
متوفرة في (١٢-١-٢) من الفقرة ١٢-١
في الفصل الثاني عشر

٢-٣ التوزيعات الزمنية والجغرافية والنوعية البسيطة
Temporal, Spatial and Qualitative Frequency Distributions

وهي التوزيعات التي لا تحتاج إلى اتباع الإجراءات المتبعة مع التوزيع التكراري البسيط أو المزدوج ، حيث يتم توزيع المعطيات أما حسب الزمن كالسنين والأشهر وغيرها أو المكان كأسماء المدن أو الأقاليم وغير لك أو الصفات كالحالة التعليمية أو الزوجية أو صنف البضاعة وما شابه . وكما مبين في التالي :

٢ -٣-١ التبويبات الزمنية Temporal Frequency Distribution

وتعطي فكرة عن التغير الذي يطرأ على الظاهرة حسب وحدة القياس الزمني، والجدول رقم (٨.٢) يمثل احدى حالات التبويب الزمني .

جدول رقم (٨.٢)
قيم فرضية لحجم الاستيرادات والصادرات للفترة ٢٠٠٠-٢٠٠٧

السنة	قيمة الاستيرادات (بالمليون دولار)	قيمة الصادرات (بالمليون دولار)	المجموع
٢٠٠٠	٥٠٠	٤٠٠	٩٠٠
٢٠٠١	٨٠٠	٥٠٠	١٣٠٠
٢٠٠٢	١٢٠٠	٧٥٠	١٩٥٠
٢٠٠٣	١١٠٠	١٠٠٠	٢١٠٠
٢٠٠٤	٢٨٠٠	١٦٠٠	٤٤٠٠
٢٠٠٥	٣٠٠٠	٢٥٠٠	٥٥٠٠
٢٠٠٦	٣١٠٠	٢١٠٠	٥٢٠٠
٢٠٠٧	٣٨٠٠	٢٠٠٠	٥٨٠٠
المجموع	١٦٣٠٠	١٠٨٥٠	٢٧١٥٠

٢-٣-٢ التبويبات المكانية Spatial Frequency Distribution

وفيها يكون التبويب حسب الوحدة المكانية كالمدن والاقاليم والدول وغيرها ، والجدول رقم (٩.٢) نموذج لهذا النوع من التبويبات .

جدول رقم (٩.٢)

عدد الحيازات الزراعية العائدة لعدد من البلديات الليبية لسنة ٢٠٠٧

البلدية	عدد الحيازات الزراعية
الجبل الاخضر	١٠٠٩٢
بنغازي	٤٤٩٠
خليج سرت	١٤٤٨٨
طرابلس	٢٣٠٧٧
الزاوية	٢٢٩٩١
الجبل الغربي	١٧٦٤٧
النقاط الخمس	١٧٢١٥
سبها	٤٨٩٦

٢-٣-٣ التبويبات النوعية

Qualititative Frequency Distribution

وهي الجداول التي يتم بناؤها حسب الاصناف والصفات التي تعود اليها المعطيات مثل المهن وحالة العمل (عمل دائمي ، عمل مؤقت ، عاطل) والحالة التعليمية ....الخ، والجدول رقم (١٠.٢) يمثل نموذج للتوزيع النوعي .

جدول رقم (٢.١٠)
نموذج للتبويبات النوعية يوضح
عدد الاشجار الدائمية موزعة حسب نوعها

نوع الشحرة	العدد (بالاف)
زيتون	٧٠١٥.٧
نخيل	٣٤٣٩.٩
لوز	٣٥٠١.٦
تفاحيات	٢٧٨٣.٧
حمضيات	٤٠٢٢.٩
عنب	٨٩٩١.٣
رمان	١٧٣٥.٦
تين	١٥٨١.٢
صلبة	١٨٩٥.٦

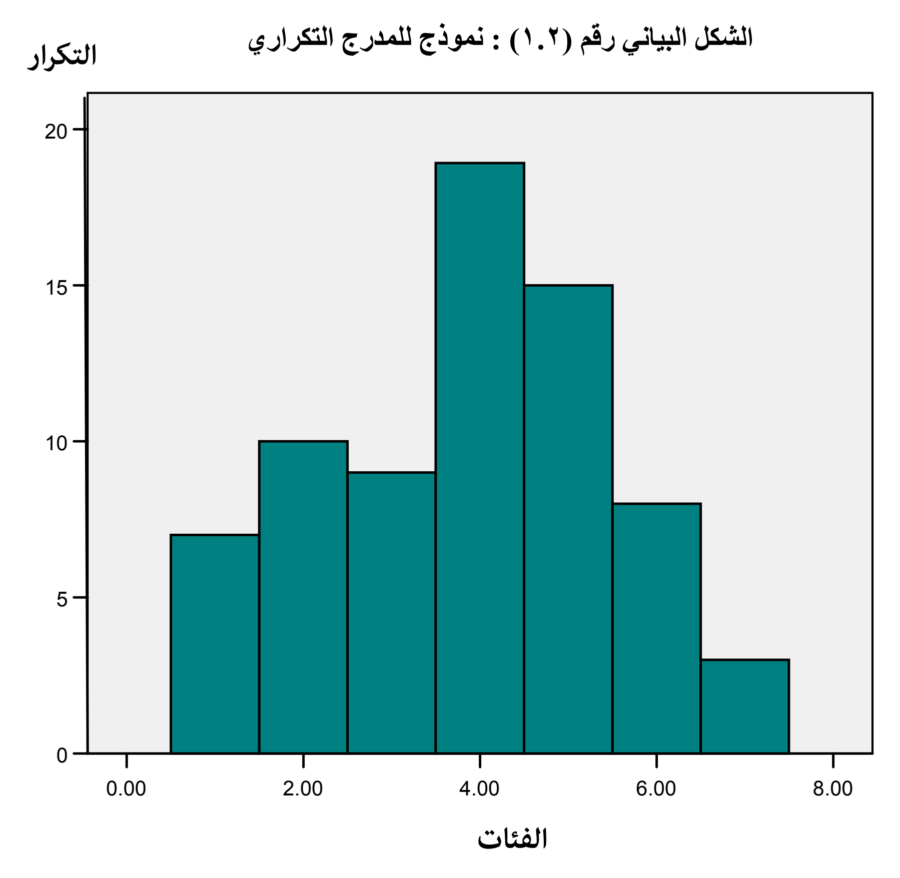
٢-٤ العرض البياني Graphical Presentation

انها وسيلة مهمة للكشف عن اتجاه المعطيات وطبيعة توزيعها ، بالاضافة الى انها تمكننا من عرض نتائج التحليل بطريقة سهلة وواضحة واكثر قبولا من الارقام ، وهناك العديد من الخيارات في العرض البياني الا انه بصورة عامة يتم اختيار المناسب منها وفقا لطبيعة المعطيات ورغبة الباحث ولكن الاهم من ذلك هو مراعاة متطلبات هدف التحليل ان كان وصفيا او تحليلا متقدما .

٢-٤-١ العرض البياني للتوزيعات التكرارية
Frequency Distributions

(١) المدرج التكراري Histogram

ويعتبر الاساس في تحديد شكل توزيع المعطيات الاحصائية، ويتكون من محورين ، افقي يتم عليه ادراج الفئات او مراكزها او احد نهايات حدود الفئات الحقيقية، ومحور عمودي يتم عليه ادراج تكرارات المتغير المراد عرضه ، ويجب مراعاة ان تكون تقسيمات المحورين الى اجزاء متساوية في حالة الفئات المتساوية الطول (المدى). وباعادة عرض معطيات جدول التوزيع التكراري رقم (٢.١) نحصل على الشكل البياني رقم (٢.١) التالي .



الشكل البياني رقم (١.٢) : نموذج للمدرج التكراري

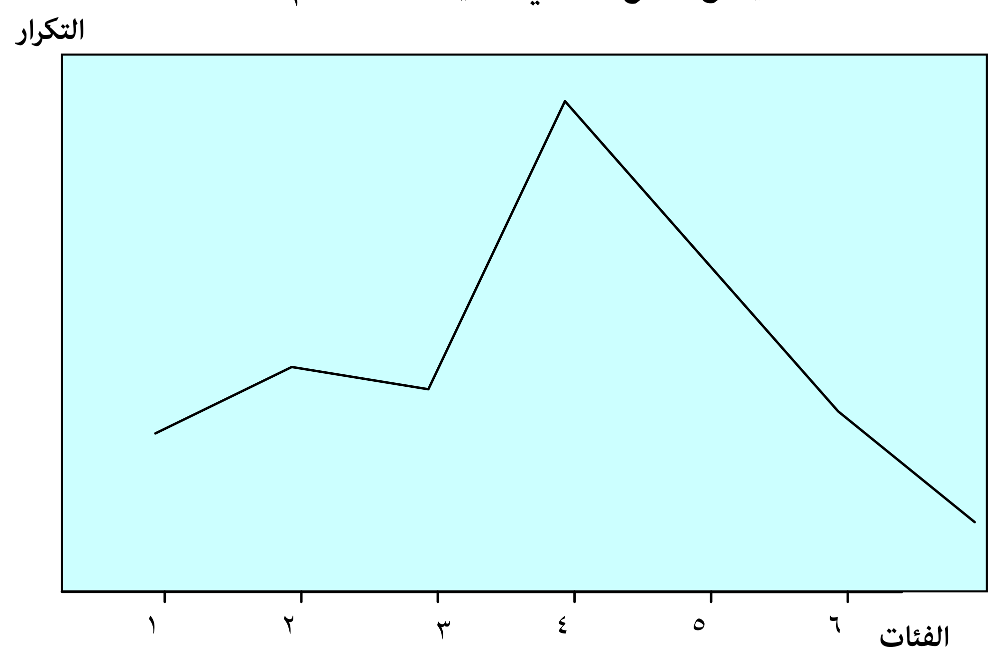
(٢) المضلع والمنحني التكراري

Frequency Polygon and Smoothed Polygon

أن المدرج التكراري في أعلاه يمكن أيضا عرضه بمضلع تكراري، ويتم ذلك بتحديد مراكز الفئات على المحور الأفقي ، وتعيين التكرارات المقابلة لها على المحور العمودي، ومن ثم التوصيل بين نقاط مراكز نهايات الأعمدة التكرارية بخطوط مستقيمة بعد إضافة فئتين عند بداية ونهاية المحور الأفقي وبتكرار مقداره صفر وكما مبين في الشكل البياني رقم (٢.٢) .

اما المنحني التكراري فهو لايتعدى عن اجراء تمهيد للزوايا التي تتكون عند نقاط التقاء الخطوط المستقيمة للمضلع التكراري ، ومن خصائص المضلع والمنحني هو امكانية رسم اكثر من مضلع او منحني على نفس الشكل البياني، مع ملاحظة بان مساحتي كل من المدرج والمضلع او المنحني هي متساوية ، حيث ان المساحات التي ستقع تحت المضلع او المنحني هي مساوية للمساحات التي ستقع خارج المضلع او المنحني عند اعتماد المدرج التكراري في رسم المضلع او المنحنى التكراري،

شكل بياني رقم (٢.٢)
يوضح المضلع التكراري لمعطيات الجدول رقم (١.٢)



(٣) المنحني التكراري المتجمع Cumulative Frequency Polygo

ويتم أعداده بتثبيت قيم المتجمع الصاعد أو النازل على المحور العمودي ومراكز الفئات أو النهايات العليا على المحور الأفقي ، ومن ثم توصيل النقاط التي يتم تعيينها بخطوط مستقيمة ، وبتمهيد المضلع نحصل على المنحنى المتجمع ، وكما يتضح من الشكل البياني رقم (٣.٢) . وفي حالة استخدام التكرارات المتجمعة النسبية بدل من القبم المطلقة على المحور العمودي يدعى بالمضلع التكراري المتجمع النسبي .

الشكل البياني رقم (٣.٢)
المنحنيات المتجمعة الصاعد والنازل لمعطيات الجدول رقم (٧.٢)

٢-٤-٢ الاعمدة البيانية Bar Charts

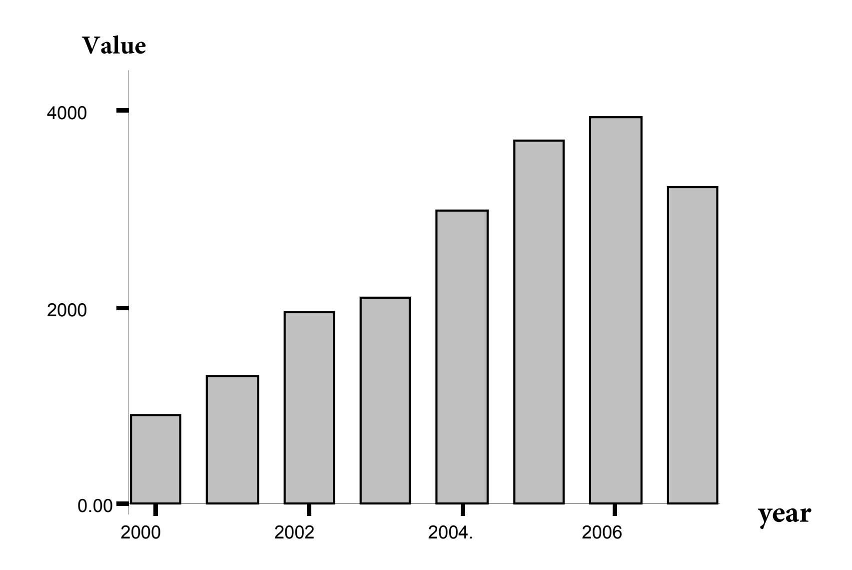
وتتميز بسهولة فهم أدراك نتائج التحليلات والدراسات من مختلف المستويات والاختصاصات ، كما أنها اكثرا جذبا في توصيل المعلومة للقراء والمشاهدين عن ظاهرة معينة وابراز حجمها ومعالمها .

وتعتبرالاعمدة البيانية من اكثر الانواع استخداما ، ويتم رسمها بتعيين الفئات او السنين او الصفات على المحور الافقي ، والتكرارات على المحور العمودي ، وتشمل الانواع التالية:

(١) الاعمدة الاحادية (البسيطة) Simple Bars

وتخص متغير واحد ، وهي ما يطلق عليها بالاعمدة البسيطة كما مبين في الشكل البياني رقم (٤.٢) .

الشكل البياني رقم (٤.٢)
نموذج اعمدة بيانية احادية

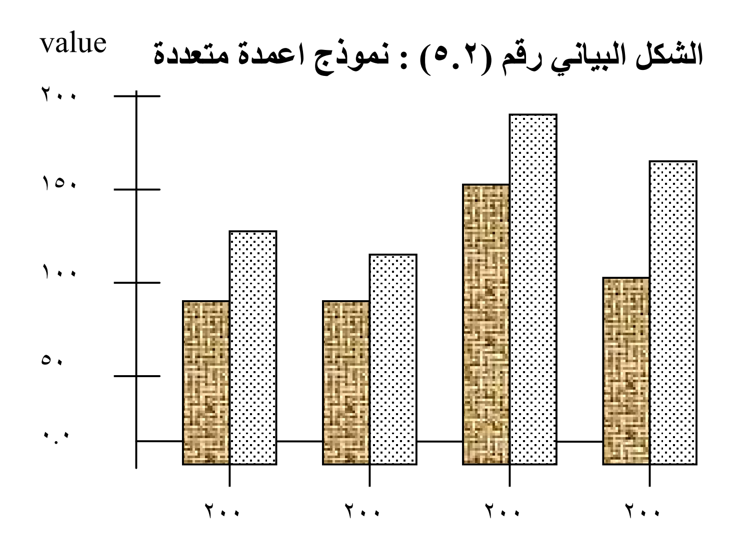


(٢) الاعمدة المتعددة والاعمدة المركبة

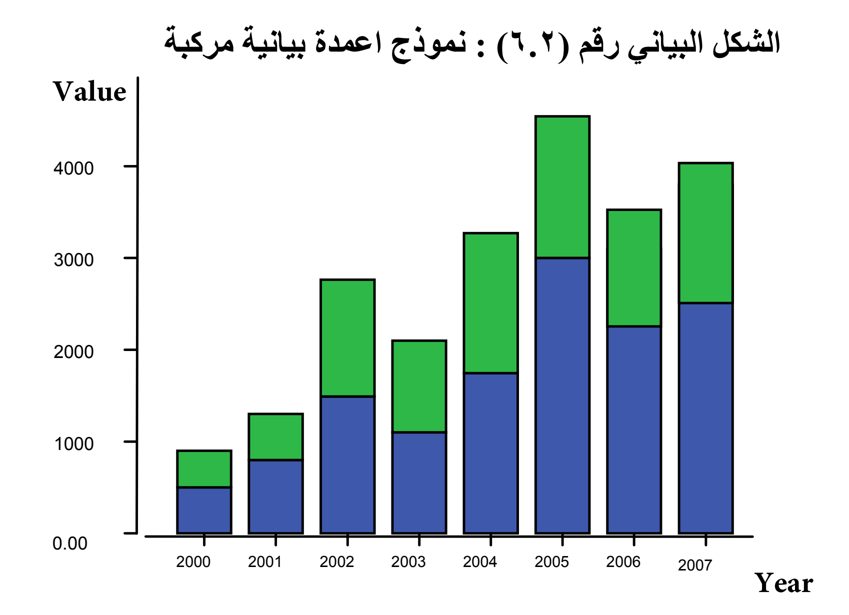
Clustered and Stacked Bars

وتشمل متغيرين او اكثر ، كما في الشكل البياني رقم (٥.٢) ، وعندما يشتمل العمود على اكثر من مستوى ، تسمى بالاعمدة المركبة كما في حالة الشكل البياني رقم (٦.٢) .

الشكل البياني رقم (٥.٢) : نموذج اعمدة متعددة



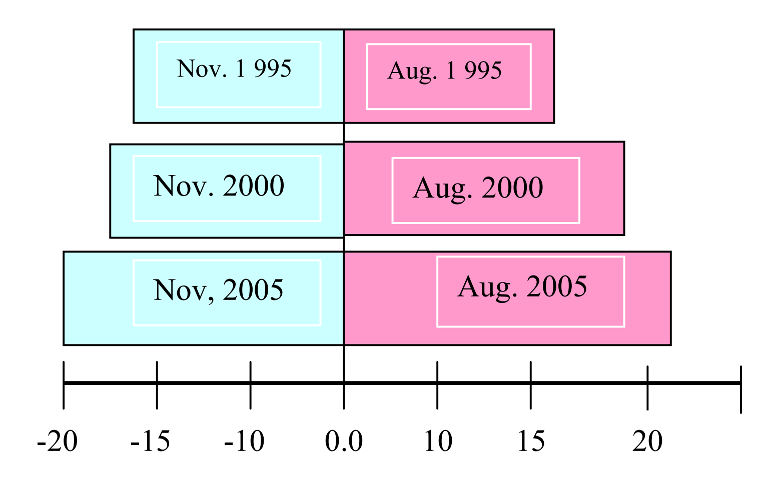
الشكل البياني رقم (٦.٢) : نموذج اعمدة بيانية مركبة



(٣) الاعمدة الجانبية Horizontal Bares

ويمكن ان تاخذ الاعمدة اتجاهات جانبية (افقية) ، اي ان الاعمدة تكون على جانبي المحور العمودي حيث يصبح عندها المحور العمودي للسنين او الفئات او الصفات ، بينما يصبح المحور الافقي للتكرارات كما في حالة عرض درجات الحرارة التي نزيد على الصفر الى اليمين (الجانب الموجب) ، ودرجات الحرارة التي تقل عن الصفر الى الجانب الايسر (الجانب السالب) ، او كما في حالة الارقام القياسية التي تزيد على ١٠٠ لتكون في الحانب الايمن وتلك التي تقل عن ١٠٠ في الجانب الايسر وهكذا، وكما مبين في الشكل البياني رقم (٧.٢) .

الشكل البياني رقم (٧.٢) : نموذج لاعمدة جانبية



درجات الحرارة

٢-٤-٣ مخطط الساق والورقة Stem-and-Leaf Plot

وطريقة "مخطط الساق والورقة" Stem-and-Leaf Plot والمبينة في الشكل رقم (٣٩.١٢) ، هي طريقة تستخدم لاعطاء فكرة مختصرة ومرتبة لتوزيع المعطيات الرقمية بالاعتماد على مراتب القيم ، فمثلا يمكن كتابة الرقمين ٦١ و ٦٩ بالشكل التالي : 1 9 | 6 حيث وضعت العشرات لهذين الرقمين بصورة مشتركة ، بينما

توزعت الاحاد لتدل على الرقمين المختلفين . فعلى فرض لدينا علامات ٢٠ طالبا في مادة الاحصاء هي : **74 , 61 , 98 , 72 , 57 , 64 , 67 , 52 , 84 , 69 , 77 , 63 , 68 , 88 , 61 ,**
65 , 79, 82 , 55 , 74

فبموجب طريقة مخطط الساق والورقة Stem-and-Leaf Plot ، يكون عرض المعطيات بالشكل التالي :

Steam	Leaves							
5	**2**	**7**	**5**					
6	**9**	**7**	**4**	**1**	**5**	**1**	**8**	**3**
7	**2**	**4**	**4**	**9**	**7**			
8	**4**	**2**	**8**					
9	**8**							

ويمكن اعادة كتابة المعطيات تصاعديا على الشكل التالي :

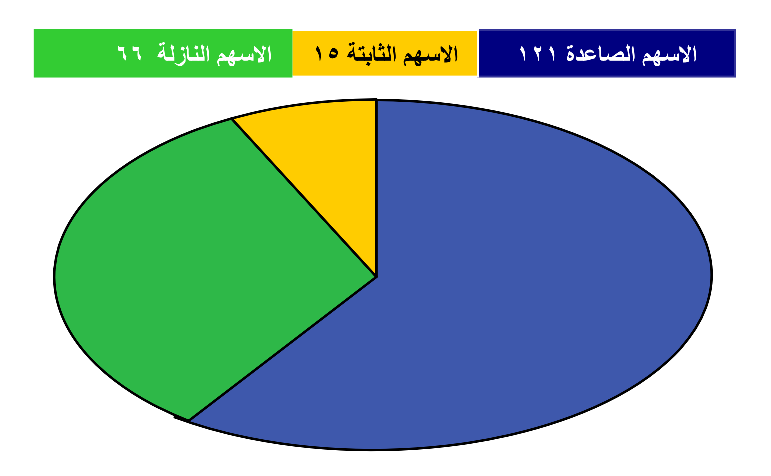
Steam	Leaves							
5	**2**	**5**	**7**					
6	**1**	**1**	**3**	**4**	**5**	**7**	**8**	**9**
7	**2**	**4**	**4**	**7**	**9**			
8	**2**	**4**	**8**					
9	**8**							

٢-٤-٤ الدائرة البيانية Pie Charts

واستخدام الدائرة البيانية يستهدف متابعة تطور ظاهرة او متغير معين وابراز الاجزاء التي يتكون منها المتغير كما مبين في الشكل البياني رقم (٨.٢) ، ويتم ذلك من خلال تقسيم مساحة الدائرة الى قطاعات كل منها يمثل جزءا منها . ويتم تحديد كل جزء من خلال ضرب الزاوية المركبة للدائرة والتي مقدارها ˚٣٦٠ بحاصل قسمة الجزء المعني على مجموع الاجزاء ، اي :

$$\text{مساحة الجزء المعني} = \frac{\text{قيمة مساحة الجزء}}{\text{مجموع قيمة مساحات الاجزاء}} * 360^0$$

الشكل البياني رقم (٨.٢)
نموذج لدائرة بيانية يوضح حركة الاسهم
خلال الاسبوع الاول من يوليو ٢٠٠٨ في بورصة في عمان



٢-٤-٥ الصور البيانية Pictorial Charts

ويستهدف استخدامها الى ايصال المعلومة الى الاشخاص بطريقة مبسطة وكونها اكثر جذبا ،ويعتمد شكل الرسوم البيانية على شكل وحدات الظاهرة المعنية كرمز اساس في عرضها لاعطاء صورة تقريبية عن الظاهرة ، مع افتراض قيمة محددة للوحدة ، فمثلا اذا كنا بصدد عرض تطور وسائط النقل فتكون صورة السيارة كمقياس ، واذا اردنا التعبير عن تطور السكان نعتمد صورة تخطيطية للشخص وهكذا . ويمكن الحصول على الاشكال والرسوم من عدة مصادر كالرموز Symbol او Picture المتوفرة في قائمة Insert وغيرها . فالتعبير عن تطور عدد الهواتف الارضية لبلد ما كما هي في سنة ٢٠٠٧ وكان عددها هو ٥,٤٥٥,٠٠٠ هاتف ، وحددنا قيمة ١٠٠٠٠٠٠ هاتف لكل صورة فيصبح التعبير عن ذلك كما في الشكل البياني رقم (٩.٢) التالي :

شكل بياني رقم (٩.٢)
يمثل نموذج للرسوم البيانية

☎= 1000000
☎ = ٤٥٥٠٠٠
☎ ☎ ☎ ☎ ☎ ☎

٢-٤-٦ استخدام برنامج SPSS في العرض البياني

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS للحصول على الاشكال البيانية متوفرة في (١٢-١-٣) من الفقرة (١٢-١) من الفصل الثاني عشر

تمارين الفصل الثاني

تمرين (١.٢) :

القيم التالية تمثل علامات الطلبة وعددهم $n = 60$ في احد الامتحانات :

22 , 13 , 04 , 16 , 23 , 38 , 38 , 21 , 33 , 49 , 23 , 35 , 27 , 13 , 25 , 38 , 27 ,
29 , 39 , 49 , 27 , 24 , 25 , 34 , 33 , 40 , 37 , 15 , 29 , 24 , 32 , 23 , 18 , 14 ,
12 , 18 , 07 , 05 , 40 , 21 , 22 , 12 , 35 , 21 , 35 , 27 , 32 , 38 , 16 , 42 , 22 ,
32 , 26 , 32 , 20 , 25 , 24 , 29 , 44

والمطلوب :

ا- تبويب المعطيات في جدول توزيع تكراري ،
ب- ايجاد النهايات الدنيا والعليا (الحدود الحقيقية للفئات) ،
ج- ايجاد مراكز الفئات ،
د- ايجاد التكرارالمتجمع الصاعد والنازل ،
و- حساب التكرار النسبي للمتجمعين والصاعد والنازل ،
ز- رسم المدرج التكراري مع تحديد المضلع التكراري على ذات الرسم ،
ك- رسم المضلعين الصاعد والنازل .
م-. استخدام برنامج SPSS في ادخال المعطيات لتكوين ملف للمتغير Marks ،
ن- استخدام برنامج SPSS في ايجاد التوزيع التكراري Frequency مع التكرار النسبي والمتجمع،
ح- الاستعانة بالامرالفرعي Compute من قائمة Transform في ايجاد جدول توزيع تكراري حسب الفئات التي يتم تحديدها في (ا) اعلاه .

تمرين (٢.٢) :

في الجدول التالي معطيات موزعة تكراريا لعينة من الاسر الريفية حسب فئات الدخل الشهري (بالدينار) . والمطلوب ايجاد مراكز الفئات ورسم المدرج التكراري باستخدام برنامج SPSS .

فئات الدخل	التكرار f_i
٧٦-٨٤	٣
٨٥-٩٤	٤
٩٥-١٠٤	٨
١٠٥-١١٤	١٠
١١٥-١٢٤	١٥
١٢٥-١٣٤	١٠
١٣٥-١٤٤	٨
١٤٥-١٥٤	٥
١٥٥-١٦٤	٢

تمرين (٣.٢) :

الجدول التالي يضم معطيات تتعلق بعدد حوادث السير على الطرق لاحدى الدول للفترة ٢٠٠٢ – ٢٠٠٨ مصنفة حسب نوع الحادث ، والمطلوب :

ا- عرض المعطيات على شكل اعمدة بيانية مركبة باستخدام برنامج SPSS ،

ب- عرض المعطيات على شكل اعمدة بيانية متعددة باستخدام برنامج SPSS ،

ج- عرض معطيات سنة ٢٠٠٨ على شكل دائرة بيانية باستخدام برنامج SPSS.

السنة	نوع الحوادث			
	دهس	اصطدام	انقلاب	المجموع
٢٠٠٢	٥٥٧٥	٦٤٩٤	١٨٤٨	١٣٨١٧
٢٠٠٣	٥٧٦٤	٦٧٥٧	٢٠٥٦	١٤٤٧٧
٢٠٠٤	٧٣٣٨	١٢٤٤٦	٢٢١٦	٢٢٠٠٠
٢٠٠٥	٩٦٠٠	١٧٠٧٣	٢٣١٢	٢٨٩٨٥
٢٠٠٦	١٠٣١١	١٦٤٦٦	٢٥٠٨	٢٩٢٨٥
٢٠٠٧	٩١٩١	١٦٨٩٩	٢٥٩٨	٢٨٦٨٦
٢٠٠٨	١١٤٧	١٧٣٥٧	٣١٥٩	٣١٩٨٨

تمرين (٤.٢) :

استخدم جدول تمرين (٢.٢) لايجاد الدخول التي تقل عن ٩٥.٥ دينار ، وتلك التي تزيد على ١٤٤.٥ دينار ، من خلال ايجاد الحدود الحقيقيقة للفئات واستخدام التكرارات المتجمعة .

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية وغير المركزية والتشتت

Central, Non-Central Tendency and Desperation

٣-١ المقاييس المركزية (المتوسطات)

هناك خاصيتان أساسيتان لاية معطيات احصائية تساعد على اعطاء مدلول واضح لوصفها هما : **النزعة المركزية ومقاييسها** متمثلة بالمتوسطات ويقصد بها قيمة مفردة تمثل مجموعة من قيم المعطيات ،وبواسطة المتوسط نتمكن من تحديد موقع النقطة التي تتمحور حولها المعطيات . اما المقاييس غير المركزية فتتمثل بالعشير والربيع والمئين. **والخاصية الثانية هي مقاييس التشتت** التي يقصد بها حالة الانتشار التي تكون عليها المعطيات حول المتوسط ، اي المسافات التي تبتعد فيها القيم عن المركز . بالاضافة للمقاييس الاخرى التي توفرها خواص الانحراف المعياري باعتباره احد مقاييس التشتت والتي سيتم التطرق اليها لاحقا . والمتوسطات على عدة انواع اهمها هي :

٣-١-١ الوسط الحسابي Arithmetic mean ، $\bar{x}$

ويعتبر من اهم مقاييس النزعة المركزية ، وعملية حسابه غير معقدة ومفهومة ويتسم بسعة استخداماته ومن ميزاته شموله على كافة وحدات التوزيع التكراري .

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة Ungrouped data

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$$

حيث ان :

$\sum x_i$ هي مجموع قيم وحدات العينة

n هي عدد وحدات العينة و f_i هي التكرارات

وبذلك يمكن توظيف الوسط الحسابي لايجاد مجموع قيم المشاهدات عند معلومية حجم العينة n ، حيث ان $\Sigma x_i = n\bar{x}$: .

مثال (١.٣) : المطلوب ايجاد الوسط الحسابي للقيم : ٣ ،٥ ،٦ ، ٧، ١٠، ١٢

الحل لـ (١.٣) : بتطبيق الصيغة $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$

نحصل على $\bar{x} = \frac{12+10+7+6+6+5+3}{7} = 7$

(٢) اما في حالة المعطيات المبوبة (جدول التوزيع التكراري) Grouped data ، فان صيغة حساب الوسط الحسابي تصبح :

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

مثال (٣-٢) : لدينا جدول التوزيع التكراري التالي رقم (٣-١) المتعلق بمدة الخدمة الوظيفية (بالسنين) لعينة عددها n=74 من العاملين في الحقل الاكاديمي الجامعي موضوع المثال (٢-١) ، والمطلوب ايجاد الوسط الحسابي $\overline{X}$.

جدول رقم (٣-١): التوزيع التكراري لمدة خدمة عينة من الاكاديمين العاملين في الجامعات

الفئات **Interval Classes**	التكرار f_i
60-02	٧
11-07	٩
16-12	١٥
21 -17	٢٠
26-22	١٢
31-27	٨
36-32	٣
المجموع	٧٤

الحل لـ (٣-٢) : وفقا لمتطلبات صيغة حساب الوسط الحسابي $\overline{X}$ للمعطيات المبوبة اعلاه نحتاج لتوفير قيم كل من : مراكز الفئات x_i ، $\Sigma f_i x_i$ فيكون لدينا الجدول رقم (٣-٢) التالي:

جدول رقم (٣-٢)

الفئات Interval Classes	التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	$f_i x_i$
06-02	٧	٠٤	٢٨
11-07	٩	٠٩	٨١
16-12	١٥	١٤	٢١٠
21 -17	٢٠	١٩	٣٨٠
26-22	١٢	٢٤	٢٨٨
31-27	٨	٢٩	٢٣٢
36-32	٣	٣٤	١٠٢
المجموع	Σf_i = ٧٤	-----	$\Sigma f_i x_i = 1321$

وبتطبيق صيغة الوسط الحسابي نحصل على :

الوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1321}{74} = 17.85$

مع الاشارة الى انه قبل انتشار الحاسوب ، كانت هناك اهمية لطرق مختصرة يجري الاستعانة بها في حال مواجهة جداول تكرارية مطولة او معقدة في حساب الوسط الحسابي وغيره من المقاييس ، الا ان استخدام الحاسوب بصورة واسعة في الوقت الراهن، قلل من اهمية مثل هذه الطرق التي تقوم على نفس الاسس النظرية للصيغة العامة اعلاه، وسنحاول العروج للطرق المحتصرة من باب الاشارة ة والمعلومات والتي يمكن اجمال خطواتها بما يلي :

- استخدام قيمة أصل اعتباطية (عشوائية) يتم اختيارها من بين قيم مراكز الفئات x_i تدعى بالقيمة الفرضية ، ولنرمز لها بـ x_o ليتم طرحها من قيم مراكز الفئات x_i بدلا من اعتماد القيم الاصلية لـ x_i ، وقسمة الفروق على طول الفئة H ، فاذا رمزنا للنتائج التي نحصل عليها بـ D_i فان صيغتها هي :

$$D_i = \frac{x_i - x_o}{H}$$

- استخراج قيمة حاصل ضرب التكرارات بنتائج الانحرافات ، $\sum D_i f_i$
- حساب الوسط الحسابي الفرضي factious mean ، $\bar{x}_o$ الذي تصبح صيغته

$$\bar{x}_o = \frac{\sum D_i f_i}{\sum f_i}$$

- تحويل الوسط الحسابي الفرضي $\bar{x}_o$ الى الوسط الحسابي الحقيقي $\bar{X}$ كالاتي

$$\bar{x} = x_o + \bar{x}_o H$$

وباستخدام الطريقة المختصرة مع معطيات المثال (٢.٣) اعلاه ، وعلى افترض اختيار القيمة ١٩ من بين مراكز الفئات لتكون القيمة الفرضية x_o نحصل على قيم كل من D_i و $\sum D_i f_i$ وكما مبين في الجدول رقم (٣-٣) .

جدول رقم (٣-٣)

الفئات	مراكز الفئات x_i	$D_i = \frac{x_i - x_o}{H}$	التكرار f_i	$D_i f_i$
06-02	٠٤	-٣	٧	-٢١
11-07	٠٩	-٢	٩	-١٨
16-12	١٤	-١	١٥	-١٥
21 -17	١٩	٠	٢٠	٠
26-22	٢٤	١	١٢	١٢
31-27	٢٩	٢	٨	١٦
36-32	٣٤	٣	٣	٩
المجموع	-----		Σf_i = ٧٤	$D_i f_i \Sigma$= -١٧

نقوم بحساب الوسط الحسابي الفرضي factious mean ، $\bar{x}_o$ نحصل على :

$$\bar{x}_o = \frac{\sum D_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x}_o = \frac{-17}{74} = -0.23$$

يتم تحويل الوسط الحسابي الفرضي $\bar{x}_0$ الى الوسط الحسابي الحقيقي $\bar{X}$ كالاتي:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_o + \bar{x}_o H \\ &= 19 + (-0.23)(5) \\ &= 17.87 \end{aligned}$$

٣-١-٢ الوسيط Median ، M_d

ويمتاز الوسيط بعدم تاثره بصورة مباشرة بالقيم المتطرفة ، مع امكانية استخدامه مع الفئات المفتوحة والفئات غير المتساوية في الطول ، الا انه قد يحتاج لعمليات حسابية مطولة لايجاده في حالة المعطيات المبوبة ولاعتماده على قيمة واحدة او قيمتين او على فئة واحدة في حالة المعطيات المبوبة . كما انه قد لايعبر بصورة صحيحة عن مركز تجمع المعطيات عندما يكون عددها قليلا .

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة Ungrouped data

- **اذا كان عدد المعطيات فرديا** نقوم اولا بترتيب المعطيات تصاعديا من الاصغر فالاكبر او تنازليا من الاكبر فالاصغر ، ويصبح الوسيط عبارة عن القيمة الوسطية التي موقعها عند:

$$\frac{n+1}{2}$$

مثال (3.3) : حصل احد طلبة ادارة الاعمال في ٥ أختبارات بمادة الاحصاء على العلامات التالية : ٩٤ ، ٧٥ ، ٨٦ ، ٨٠ ، ٩١ ، والمطلوب ايجاد الوسيط .

الحل لـ (٣.٣) :

- نقوم اولا بترتيب المعطيات تصاعديا فيكون لدينا : ٧٥ ، ٨٠ ، ٨٦ ، ٩١ ، ٩٤

- نحدد موقع الوسيط ، وحيث ان عدد المعطيات فرديا ، فيكون الموقع هو:

$$\frac{n+1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

- وعليه تكون القيمة ٨٦ التي موقعها في الترتيب الثالث هي الوسيط .

♦ **اما عندما يكون عدد القيم زوجيا** فان قيمة الوسيط هي عبارة عن متوسط القيمتين الوسطيتين ، وتكون هاتين القيمتين عند الموقعين :

$$\frac{n}{2} \quad \text{و} \quad \frac{n+2}{2}$$

مثال (٤.٣) : عند فحص النيكوتين لعينة من احد انواع السيكائر ، وجد ان كياتها (بالملغم) هي :

٢.٤ ، ٢.٨ ، ٢.٦ ، ٢.٩ ، ٣.٢ ، ٢.١ ، والمطلوب ايجاد الوسيط .

الحل لـ (٤.٣) :

- نرتب المعطيات تصاعديا فيكون لدينا : ٢.١ ، ٢.٤ ، ٢.٦ ، ٢.٨ ، ٢.٩ ، ٣.٢
- نحدد موقع الوسيط ، وحيث ان عدد المعطيات زوجي ، يكون لدينا موقعين هما

الاول $\frac{n}{2}=\frac{6}{2}=3$ والثاني هو $\frac{n+2}{2}=\frac{8}{2}=4$

- نحسب متوسط القيمتين الواقعتين في الترتيب الثالث والترتيب الرابع وهما ٢.٤ ، ٢.٨ فنحصل على قيمة الوسيط ، اي : $M_d=\frac{2.4+2.8}{2}=2.6$

(٢) حالة التوزيع التكراري (حالة المعطيات المبوبة) : يتم اتباع الخطوات التالية

♦ استخراج التوزيع التكراري الصاعد .

♦ تحديد موقع الوسيط بقسمة مجموع التكرارات على ٢ ، اي : $\frac{\Sigma f_i}{2}$

♦ تحديد قيمة موقع التكرار الوسيط بين التكرارات المتجمعة .

- ♦ تحديد الفئة الوسيطة ، فاذا كانت قيمة الوسيط مساوية لاي تكرار متجمع حينئذ فان فئة ذلك التكرار ستكون هي الفئة الوسيطة ، اما اذا وقعت بين تكرارين متجمعين فان الفئة الاحقة لقيمة الموقع ستكون هي الفئة الوسيطة .
- ♦ نستخدم الصيغة التالية لحساب قيمة الوسيط :

$$M_d = L + \frac{\frac{\Sigma f_i}{2} - f_i}{f_2 - f_1} . H$$

حيث ان :

L : الحد الادنى لفئة الوسيط

$\frac{\Sigma f_i}{2}$: قيمة موقع الوسيط

f_1 : التكرار المتجمع السابق لقيمة موقع الوسيط

f_2 : التكرار المتجمع الاحق لقيمة موقع الوسيط

H : مدى (طول) الفئة

مثال (٣-٢) : المطلوب ايجاد الوسيط M_d لمعطيات الجدول رقم (٣-١) .

الحل لـ (٣-٢) : نقوم بتوفير متطلبات حساب قيمة الوسيط M_d فيكون لدينا القيم المبينة في الجدول رقم (٣-٤) التالي:

جدول رقم (٣-٤)

الفئات	مراكز الفئات x_i	التكرار f_i	المتجمع الصاعد
٠٦-02	٠٤	٧	٧
11-07	٠٩	٩	١٦
16-12	١٤	١٥	٣١
← الفئة الوسيطة			موقع الوسيط
21 -17	١٩	٢٠	٥١
26-22	٢٤	١٢	٦٣
31-27	٢٩	٨	٧١
36-32	٣٤	٣	٧٤
المجموع	-----	Σf_i =٧٤	----

$$\frac{\Sigma f_i}{2} = \frac{74}{2} = 37 \quad \text{موقع الوسيط}$$

وحيث لا توجد قيمة ٣٧ بين قيم المتجمع الصاعد ، عليه يكون موقع الوسيط بين القيمتين ٣١ و ٥١ ، وبذلك فان الفئة الوسيطة هي 17- 21 باعتبارها الفئة الاحقة لموقع الوسيط ، وبتعويض القيم في صيغة الوسيط نحصل على قيمة الوسيط وهي

$$\mathrm{M_d} = \mathrm{L} + \frac{\frac{\Sigma f_i}{2} - f_i}{f_2 - f_1} . H$$

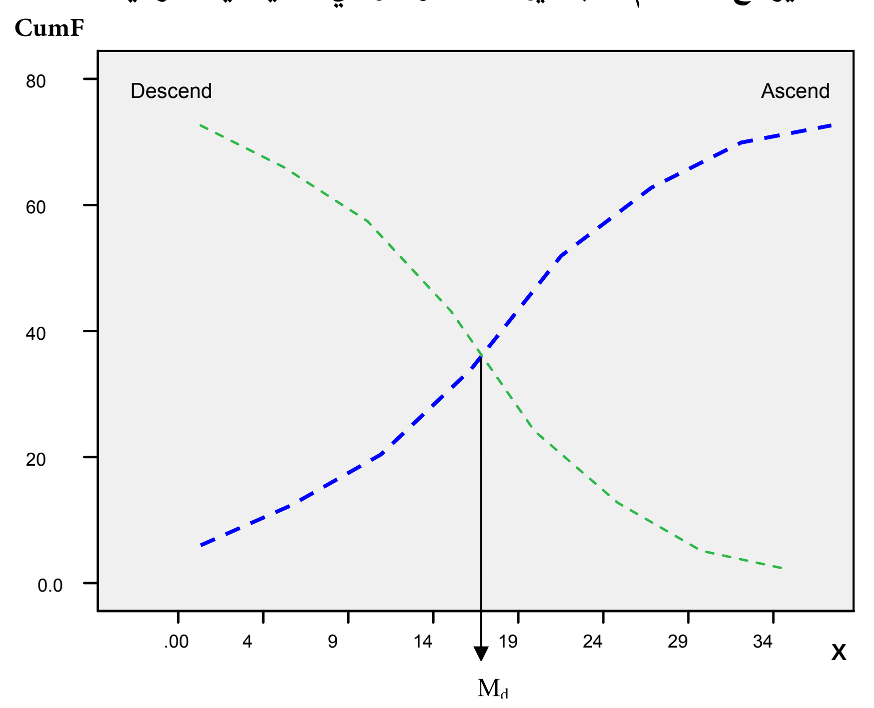
$$= 17 + \frac{37 - 31}{51 - 31} . 5 = 17 + 1.5 = 18.5$$

(٣) الطريقة البيانية لايجاد الوسيط ، $\mathrm{M_d}$

♦ اما برسم المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ومن ثم انزال خط عمودي من نقطة التقاء المنحنيين على المحزر الافقي ، والنقطة التي سيقع عليها الخط العمودي على المحور الافقي ستمثل قيمة الوسيط ، وباعتماد معطيات الجدول رقم (٣.٣) ، نحصل على الشكل رقم (١.٣) باستخدام برنامج SPSS باتباع نفس الاجراءات التي تم التطرق اليها في الفقرة (٣) من ٢-٧-١ من الفصل السابق ، مع اضافة استخدام الاسهم المتوفرة في شريط الرسم Draw او حقل الاشكال التلقائية Auto shapes عند التاشير على المواقع عند محاور الاشكال البيانية .

شكل بياني رقم (١.٣)

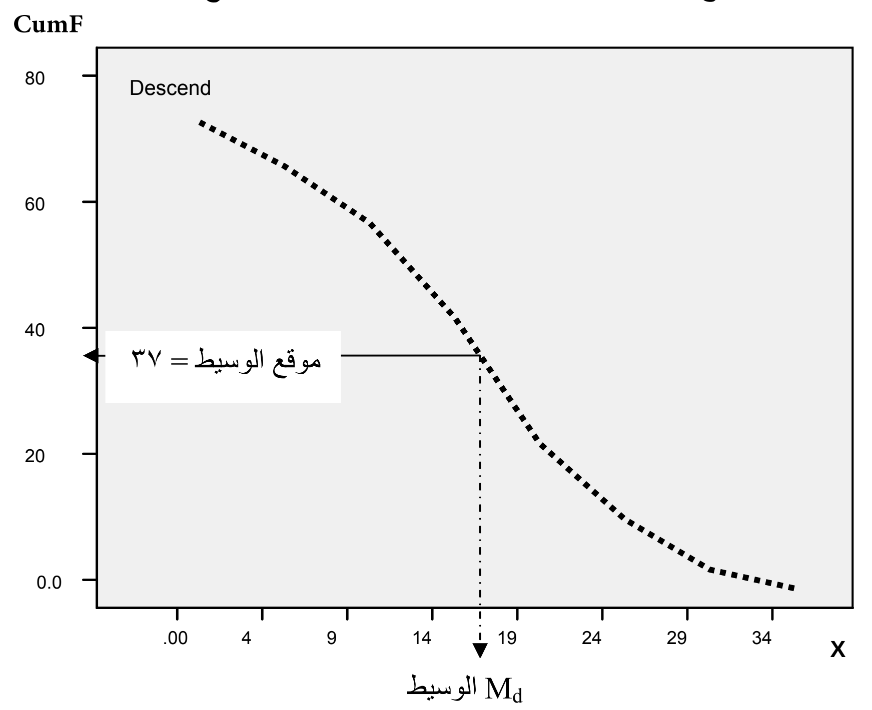
يوضح استخدام المتجمعين الصاعد والنازل في تحديد قيمة الوسيط



- كما يمكن الاكتفاء برسم احد المنحيين الصاعد او النازل ، ومن ثم رسم خط افقي من موقع الوسيط على المحور العمودي وانزال خط عمودي من نقطة الالتقاء بالمنحني الى المحور الافقي ليحدد قيمة الوسيط وكما مبين من الشكل البياني رقم (٢.٣) الذي تم الحصول عليه باستخدام برنامج SPSS ايضا باتباع نفس الاجراءات التي تم التطرق اليها في الفقرة (٣) من ٢-٧-١ من الفصل السابق ، مع اضافة استخدام الاسهم المتوفرة في شريط الرسم Draw او حقل الاشكال التلقائية Auto shapes عند التاشير على المواقع عند محاور الاشكال البيانية .

شكل بياني رقم (٢.٣)

يوضح تحديد قيمة الوسيط باعتماد المنحنى المتجمع النازل



- ايضا يمكن تحديد الوسيط من خلال المدرج التكراري ، حيث ان الوسيط هو النقطة التي يلتقي عندها الخط العمودي الذي يقسم مساحة المدرج التكراري الى قسمين عند المحور الافقي ، وان تحديد النقطة التي تقسم المساحة الى قسمين متساويين يتم باستخدام الصيغة التالية :

$$M_d = L + H\left(\frac{j}{f_m}\right)$$

حيث ان :

f_m هي تكرار الفئة التي تضم قيمة الوسيط ، و

j هي مقدار القيمة الذي نحتاجها للوصول الى قيمة الوسيط والتي هي عبارة عن الفرق بين قيمتي موقع الوسيط $\frac{\sum f_i}{2}$ ومجموع التكرارات السابقة لتكرار الفئة الوسيطة.

فبالنسبة للمثال (٢.٣) اعلاه لدينا :

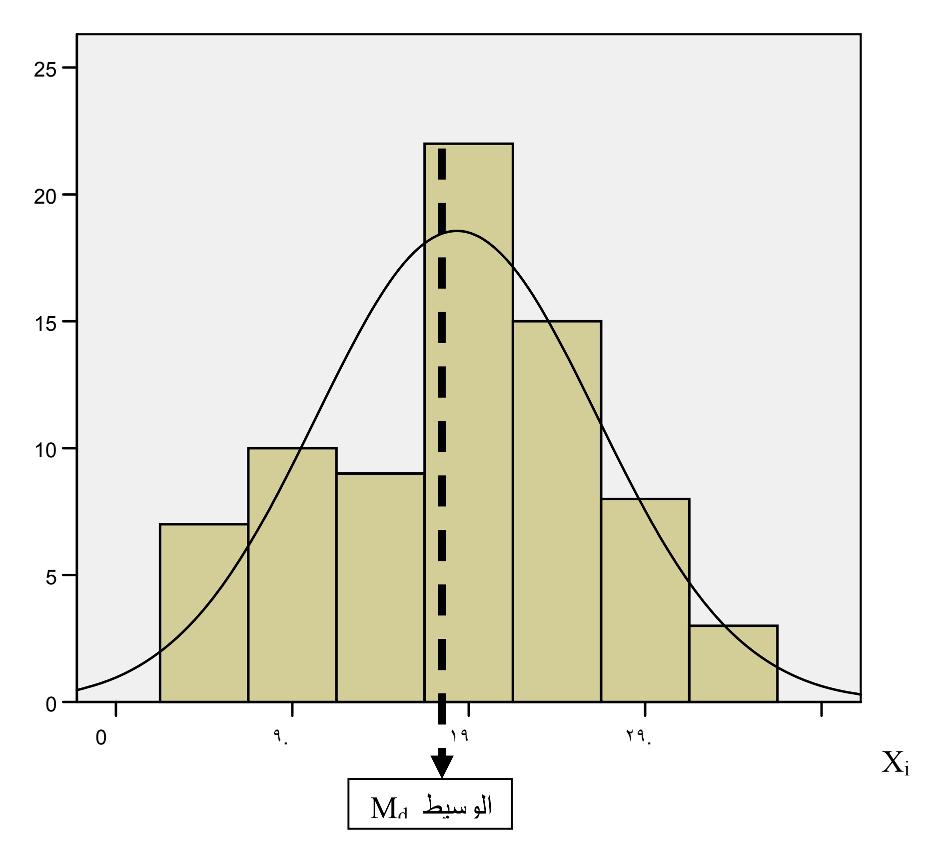
$$\frac{\sum f_i}{2} = ٣٧$$ ،

وان مجموع التكرارات السابقة لتكرار الفئة الوسيطة هو ٧ + ١٦ = ٢٣ ،
اي ان القيمة التي نحتاجها من تكرار الفئة الوسيطة هي ١٤ ، بكلمة اخرى ان النقطة التي تقسم مساحة المدرج الى قسمين ستكون على بعد

$\frac{j}{f_m} H = \frac{14}{51}(5) = 1.37$ من الحد الادنى للفئة الوسيطة (١٧-٢١) ،

وكما مبين من الشكل البياني رقم (٣.٣) الذي تم الحصول عليه باستخدام برنامج SPSS وفقا للاجراءات المذكورة في اعلاه.

شكل بياني رقم (٣.٣)
يوضح استخدام المدرج التكراري في تحديد قيمة الوسيط



٣-١-٣ المنوال Mode ، M_o

بصورة عامة فان المنوال يعبر عن صفة الشيوع ، فيقال ان الانتاج كذا هو الاكثر شيوعا من خلال تكرار مبيعاته اكثر من انواع الانتاج الاخرى . ويمتاز مقياس المنوال بامكانية استخدامه مع القيم الكمية والنوعية ، وعدم تاثره بالقيم المتطرفة .

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة ،

حيث ان المنوال هو القيمة الاكثر تكرارا بين مجموعة القيم ، لذلك فان قيمته قد لاتكون الوحيدة بل قد يكون هناك اكثر من قيمة منوالية واحدة لها ذات العدد من التكرارات . فاذا كانت لدينا مثلا القيم التالية : ١١ ، ١٠ ، ٦ ، ٨ ، ٧ ، ٩ ، ٩ ، ٥ ، ١٠، ٩ ، فنجد ان الرقم ٩ قد تكرر ثلاث مرات ، في حين تراوح عدد تكرارات القيم الاخرى بين تكرار واحد وتكرارين ، لذا فان المنوال M_o هو القيمة ٩ .

(٢) في حالة المعطيات المبوبة ،

ان ايجاده في حالة المعطيات المبوبة يتطلب تحديد الفئة المنوالية التي هي الفئة التي يقابلها اكبر تكرار ، ومن ثم تطبيق الصيغة التالية :

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.H$$

حيث ان :

L : الحد الادنى للفئة المنوالية

d_1 : تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة

d_2 : تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة الاحقة

H : طول الفئة

مثال (٣-٣) : المطلوب ايجاد المنوال M_o لمعطيات الجدول التكراري رقم (٣-١)

الحل لـ (٣-٣) : نقوم بتوفير متطلبات حساب قيمة المنوال M_o ، وعلى اعتبار ان الفئة (١٧-٢١) هي الفئة المنوالية كونها تقابل اكبر تكرار ، فيكون لدينا :

L : الحد الادنى للفئة المنوالية = ١٧

d_1 : تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة = ٥

d_2 : تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة الاحقة = ٨

H : طول الفئة = ٥

وبتعويض القيم في صيغة المنوال M_o نحصل على قيمة المنوال وهي :

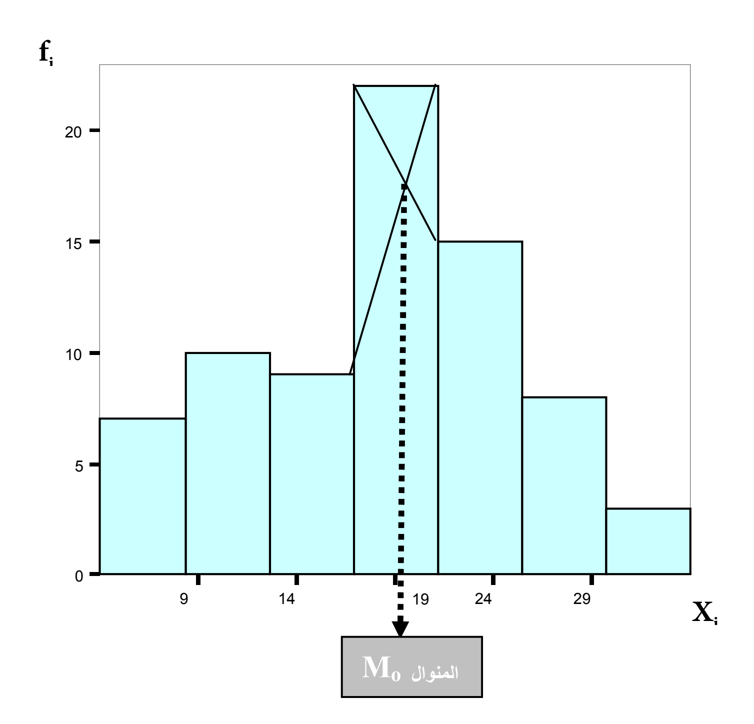
$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.H$$

$$= 17 + \frac{5}{5+8}.5 = 17 + 1.9 = 18.9$$

(٣) الطريقة البيانية في تحديد قيمة المنوال , M_o

يمكن تحديد المنوال اما باستخدام المنحني ومن خلال انزال خط عمودي من قمة المنحني على المحور الافقي ، والنقطة التي يقطعها هذا الخط تمثل قيمة المنوال . او باستخدام المدرج التكراري ذو الفئات المتساوية الطول ، وذلك بربط زوايا اعلى مضلع تكراري قطريا بزوايا المضلعات المجاورة له ، ومن ثم انزال خط عمودي من نقطة التقاء الخطوط القطرية على المحور الافقي لتؤشر على قيمة المنوال وكما مبين في الشكل البياني رقم (٤.٣) الذي تم الحصول عليه كما هو الحال مع الاشكال البيانية الاخرى في اعلاه باستخدام برنامج SPSS وفقا للاجراءات التي تطرقنا اليها في فقرة العرض البياني من الفصل الثاني وبتوظيف معطيات الجدول رقم (٣-١) .

شكل بياني رقم (٤.٣)
يوضح استخدام المدرج التكراري في تحديد قيمة المنوال



٣-١-٤ العلاقة التقريبية بين $\bar{x}$ و M_d و M_o

Approximate Relation of M_o و M_d و $\bar{x}$

وكما يستدل من نتائج حساب المقاييس اعلاه فانها لم تكن متطابقة في قيمها ، وهذا يعود الى :

(١) **ان الوسط الحسابي** $\bar{x}$ يقسم الانحرافات تحت المنحني بالتساوي على طرفيه ، اي ان مجموع الانحرافات السالبة على الجانب الايسرهي مساوية لمجموع الانحرافات الموجبة الواقعة على الجانب الايمن من المنحني ، وهو بذلك يمر من النقطة المركزية للمساحة تخت المنحني .

(٢) **ان الوسيط** M_d يقسم المساحة تحت المنحني الى قسمين متساويين ، بحيث ان عدد المعطيات التي تزيد على قيمة الوسيط مساوية لعدد المعطيات التي تقل عن قيمة الوسيط .

(٣) **ان قيمة المنوال** M_o تطابق أعلى نقطة على المنحنى .

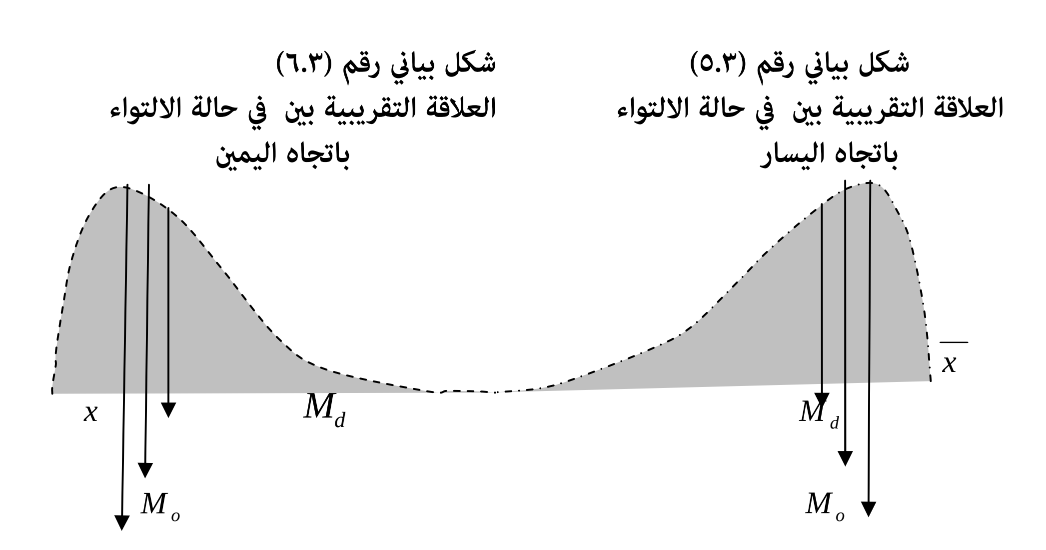
وكحصيلة للاسباب المذكورة ، فسيكون شكل المنحنى ملتوي Skewness اما باتجاه اليمين لتاخذ العلاقة بين المقاييس الثلاثة الشكل البياني رقم (٥.٣) ، او ملتوي باتجاه اليسارليكون على غرار الشكل البياني رقم (٦.٣) . اما في الحالات التي يكون فيها المنحني معتدل الالتواء او بسيط ، فان العلاقة التقريبية بين المقاييس الثلاثة تأخذ شكل الصيغة التالية :

$$\bar{x} - M_o = 3(\bar{x} - M_d)$$

وهي العلاقة التي سيتم توظيفها لاحقا لتطوير صيغة معامل بيرسن في الفقرة (٣-٤-٤) .

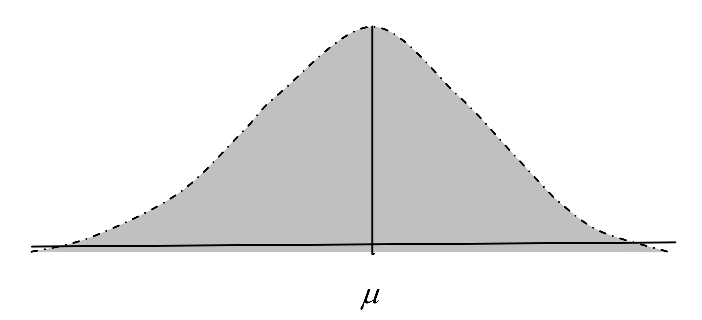
شكل بياني رقم (٦.٣)
العلاقة التقريبية بين في حالة الالتواء باتجاه اليمين

شكل بياني رقم (٥.٣)
العلاقة التقريبية بين في حالة الالتواء باتجاه اليسار



أما في الحالة التي تتطابق فيها مقاييس الوسط الحسابي والوسيط والمنوال عندها يكون المنحني متماثل تماما Symmetry كما مبين في الشكل البياني رقم (٧.٣) .

شكل بياني رقم (٧.٣)
الشكل المتماثل للمنحني الذي تتطابق فيه قيم $\overline{x}$ و M_d و M_o



٣-١-٥ الوسط الهندسي ، $\bar{x}_g$ Geometric mean

ويستخدم مع النسب ومعدلات النمو ومع الارقام القياسية كونه اقل تاثرا من الوسط الحسابي بتباين حجم القيم وبالتالي اقل تاثرا بالقيم المتطرفة ، الا انه لايصلح للاستخدام مع المعطيات التي تضم قيم سالبة او صفرية . ويعرف الوسط الهندسي من انه عبارة عن الجذرn لقيم عددها n .

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة Ungrouped data ، **فان صيغة حسابه** هي

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 . x_2 ....x_n}$$

$$\log \bar{x}_g = \frac{1}{n}\Sigma \log x_i$$

مثال (٤.٣) : المطلوب ايجاد الوسط الهندسي $\bar{x}_g$ للقيم التالية : ١.٢ ، ١.٥ ، ١.٦٧ ، ٢.٠ ، ١.٦٧

الحل لـ (٤.٣) :

$$\bar{x}_g = \sqrt[5]{(1.67)(2.0)(1.67)(1.5)(1.2)}$$

$$\log \bar{x}_g = \frac{1}{5}\sum \log(1.67)(2.0).............(1.2)$$

$$= \frac{1}{5}(0.2227 + 0.301 + 0.2227 + 0.1761 + 0.079)$$

$$= \frac{1}{5}(1.0101) = 0.20202$$

وبايجاد اللوغاريتم المقابل Antilog والذي يرمز له بـ 10^x نحصل على قيمة الوسط الهندسي وهي :

$$\bar{x}_g = 1.5923$$

(٢) اما في حالة المعطيات المبوبة (جدول توزيع تكراري) Grouped data فصيغة حسابه هي :

$$\bar{x}_g = \sqrt[\Sigma f]{x_1^{f1} x_2^{f2} ......x_n^{fn}}$$

$$\text{Log } \bar{x}_g = \frac{1}{\Sigma fi} \Sigma fi \log x_i$$

مثال (٥.٣) : المطلوب ايجاد الوسط الهندسي $\bar{x}_g$ لقيم الجدول رقم (١.٣) .

الحل لـ (٥.٣) : نجد قيم كل من $\Sigma \log x_i$ ومن ثم $\Sigma\ f_i \log x_i$ كما مبين في الجدول رقم (٥.٣)

جدول رقم (٥.٣)

الفئات	التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	$\log x_i$	$f_i \log x_i$
60-02	٧	٠٤	٠.٦٠٢	٤.٢١٤
11-07	٩	٠٩	٠.٩٥٤	٨.٥٨٦
16-12	١٥	١٤	١.١٤٦	١٧.١٩
21 -17	٢٠	١٩	١.٢٧٩	٢٥.٥٨
26-22	١٢	٢٤	١.٣٨٠	١٦.٥٦
31-27	٨	٢٩	١.٤٦٢	١١.٦٩٦
36-32	٣	٣٤	١.٥٣١	٤.٥٩٣
المجموع	Σf_i = ٧٤	-----	-----	$f_i \log x_i\ \Sigma$=٨٨.٤١٩

وبتطبيق الصيغة $\text{Log } \bar{x}_g = \frac{1}{\Sigma fi} \Sigma fi \log x_i$ نحصل على :

$$\log \bar{x}_g = \frac{88.419}{74} = 1.195$$

وبايجاد اللوغاريتم المقابل 10^x نحصل على قيمة الوسط الهندسي وهي:
$\bar{x}_g$ =١٥.٦٦٢

٣-١-٦ الوسط التوافقي Harmonic Mean $\bar{x}_h$,

وهو عبارة عن مقلوب Reciprocal الوسط الحسابي ، واستخدامه يتركز مع المعطيات التي يراد ايجاد متوسطها وفقا لوحدات قياسية معينة كالدرزن او وحدات كل منها تضم مجموعة او عدد محدد، كما هو الحال في طبقة البيض مثلا اوماشابه

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة Ungrouped data فان صيغته هي :

$$\bar{x}_h = \frac{1}{\frac{\sum \frac{1}{x_i}}{n}}$$

$$= \frac{n}{\sum \frac{i}{x_i}}$$

مثال (٦.٣) : المطلوب ايجاد الوسط التوافقي $\overline{X}_h$ للقيم التالية :

٣ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ١٠ ، ١٢

الحل لـ (٦.٣) : بتطبيق الصيغة $\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{i}{x_i}}$

نحصل على قيمة الوسط التوافقي وهي :

$$\bar{x}_h = \frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + ... + \frac{1}{12}} = \frac{7}{\frac{501}{420}} = 5.87$$

(٢) اما الصيغة في حالة المعطيات المبوبة Grouped data فهي :

$$\bar{x}_h = \frac{\sum f_i}{\sum \left(\frac{f_i}{x_i} \right)}$$

مثال (٧.٣) : المطلوب ايجاد الوسط التوافقي لمعطيات الجدول (١.٣) .

الحل لـ (٧.٣) : نجد قيمة $\sum\left(\frac{f_i}{x_i}\right)$ كما مبين في الجدول رقم (٦.٣) ادناه :

جدول رقم (٦.٣)

الفئات	التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	$\frac{f_i}{x_i}$
60-02	٧	٠٤	١.٧٥
11-07	٩	٠٩	١.٠
16-12	١٥	١٤	١.٠٧
21 -17	٢٠	١٩	١.٠٥
26-22	١٢	٢٤	٠.٥
31-27	٨	٢٩	٠.٢٧
36-32	٣	٣٤	٠.٠٩
المجموع	$\sum f_i$ = ٧٤	-----	=٥.٧٣ $\sum\left(\frac{f_i}{x_i}\right)$

وبتطبيق صيغة حساب الوسط التوافقي $\bar{x}_h = \frac{\sum f_i}{\sum\left(\frac{f_i}{x_i}\right)}$ نحصل على :

$$\bar{x}_h = \frac{74}{5.73} = 12.91$$

٢-٣ المقاييس غير المركزية Percentiles ، Deciles ، Quartiles

ان المتوسطات اعلاه وكما ذكرنا تستهدف تحديد المركز الذي تتمحور حوله المعطيات ، وباستثناء المنوال فان جميعها تتمثل بقيمة مفردة واحدة تكون ممثلة للمعطيات التي تكون تحت الدراسة . أما في حالة المقاييس التي تحدد لنا مواقع غير مركزية فتظهر اليها الحاجة خاصة عند حساب المدى في موضوع مقاييس التشتت الذي سيتم التطرق اليه لاحقا ، وذلك عند الحاجة للتخلص من القيم المتطرفة التي تكون عادة عند بداية وعند نهاية القيم بعد ترتيبها تصاعديا . وهذه المقاييس هي :

٣-٢-١ العشريات Deciles ولنرمز لها بـ D_i

فالعشير الاول هو القيمة التي تقع عند العشر $\frac{1}{10}$ الادنى من القيم ، ويليه $\frac{9}{10}$ من القيم ، وبنفس التعريف ينطبق على الاعشار الاخرى ،

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة :

مثال (٨.٣) : في الاتي قيم تمثل معدل درجات الحرارة: ٢٢، ٢٤، ٣٦، ٢١، ٢٥، ٣٠، ٢٠ ، ٢٨ والمطلوب ايجاد : العشيرالاول D_1 والعشيرالتاسع D_9

الحل لـ (٨.٣) : نتبع الخطوات التالية :

- نرتب المعطيات تصاعديا فيكون لدينا :

٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٣٦

- فموقع العشير الاول D_1 هو : $\frac{(i)(n)}{10}=\frac{(1)(8)}{10}=0.8\approx 1$ ، اي ان قيمة D_1 تقع في الترتيب الاول وهي ٢٠ .

والعشير التاسع D_9 هو : $\frac{(i)(n)}{10}=\frac{(9)(8)}{10}=7.2\approx 7$ ، وقيمتها تقع في الترتيب السابع وهي القيمة ٣٠ .

(٢) في حالة المعطيات المبوبة : اذا رمزنا للعشير بـ D_i ,

فان صيغة تحديد موقعه i هي :

$$\frac{(i)\sum f_i}{10}$$

حيث ان i ترمز الى العشير $(i=1,2,3,.....,10)$ ، و $\sum f_i$ تشير الى مجموع التكرارات.

فموقع العشير الثاني مثلا هو : $\frac{(2)\sum f_i}{10}$ ،

وان صيغة حسابه تاخذ الشكل التالي :

$$D_i=L+\frac{\frac{(i)\sum f_i}{10}-f_i}{f_2-f_1}.H$$

حيث ان :

L هي الحد الادنى لفئة العشير الاول

f_1 هي التكرار المتجمع الصاعد السابق لموقع العشير

f_2 هي التكرارالمتجمع الصاعد اللاحق لموقع العشير

H هي مدى الفئة

مثال (٩.٣) : المطلوب ايجاد **العشير الثاني** D_2 لمعطيات جدول التوزيع التكراري رقم (٧.٣) .

جدول رقم (٧.٣)

الفئات	مراكز الفئات x_i	التكرار f_i	المتجمع الصاعد
٠٦-02	٠٤	٧	٧
11-07	٠٩	٩	١٦
16-12	١٤	١٥	٣١
21 -17	١٩	٢٠	٥١
26-22	٢٤	١٢	٦٣
31-27	٢٩	٨	٧١
36-32	٣٤	٣	٧٤
المجموع	-----	$\sum f_i$ =٧٤	----

الحل لـ (٩.٣) :

- تحديد موقع D_2 : $\frac{(i)\sum f_i}{10} = \frac{(2)(74)}{10} = 14.8$
- وعند الرجوع الى الجدول رقم (٧.٣) نجد ان قيمة موقع العشير الثاني هو بين القيمتين المتجمعين ٧ و ١٦ ، وبذلك فان الفئة اللاحقة لهذا الموقع هي الفئة (١١-٠٧) ، فيكون لدينا :

  ٧ = L ، ٧ = f_1 ، ١٦ = f_2 ، ٥ = H

➢ تطبيق صيغة حساب العشير فنحصل على قيمة D_2 وهي :

$$D_2 = L + \frac{\frac{(2)\sum f_i}{10} - f_1}{f_2 - f_1}.H = 7 + \frac{14.8 - 7}{16 - 7} * 5 = 11.333$$

وكما هو الحال مع الوسيط فبالامكان ايضا استخدام الطريقة البيانية لايجاد قيمة العشير او الربيع او المئين ، وذلك من خلال استخدام المنحنى المتجمع الصاعد ، والقيام بتحديد الموقع على المحور العمودي وايصال خط مستقيم من الموقع الى المنحني المتجمع، ومن نقطة الالتقاء عند المنحني ننزل خط مستقيم الى المحور الافقي لتحدد قيمة العشير وكما مبين في الشكل البياني رقم (٨.٣) .

٣-٢-٢ الربعيات Quartiles ولنرمز لها Q_i

ان الأرباع الثلاثة للتوزيع تعني تقسيم المعطيات الى ٤ أجزاء كل جزء منها يشتمل على عدد متساوي من المعطيات ، فاذا رمزنا للربع الاول بـ Q_1 ويقصد به المعطيات التي تقل عن Q_1 ، ونصف المعطيات تكون اقل من Q_2 (الربع الثاني) ، والربع الثالث يقل عن Q_3 من المعطيات ، وبذلك يفترض ان تتطابق Q_2 مع قيمة الوسيط M_d في تقسيم المساحة تحت المنحني .

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة :

مثال (١٠.٣) : استخدام معطيات (٨.٣) في الحصول على الربيع الاول Q_1 والربيع الثالث Q_3 .

الحل لـ (١٠.٣) :

➢ موقع الربيع الاول Q_1 هو : $\frac{(i)(n)}{4} = \frac{(1)(8)}{4} = 2$ ،

اي ان قيمة Q_1 تقع في الترتيب الثاني وهي القيمة ٢١ .

وموقع الربيع الثالث Q_3 هو : $\frac{(3)(8)}{4} = 6$ ،

اي ان قيمة الربيع الثالث Q3 تقع في الترتيب السادس وهي ٢٨ .

(٢) **في حالة المعطيات المبوبة** ، فان صيغة تحديد موقع الربيع فهي :

$$\frac{(i)\sum f_i}{4}$$

حيث ان i ترمز الى الربيع $(i = 1,2,3,4)$

فتحديد موقع الربيع الثالث Q_3 مثلا هو : $\frac{(3)\sum f_i}{4}$ ،

وان صيغة حساب الربيع Q_i فهي :

$$Q_i = L + \frac{\frac{(i)\sum f_i}{4} - f_1}{f_2 - f_1}.H$$

حيث ان :

f_1 التكرار المتجمع الصاعد السابق لموقع الربيع

f_2 التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لموقع الربيع

مثال (١١.٣) : المطلوب استخدم معطيات المثال (٩.٣) لايجاد الربيع الاول Q_1 .

الحل لـ (١١.٣) :

- نحدد موقع الربيع الاول Q_1

$$\frac{(i)\sum f_i}{4} = \frac{(1)(74)}{4} = 18.5$$

- وعند الرجوع الى الجدول رقم (٦.٣) نجد ان قيمة موقع البيع الاول هو بين القيمتين المتجمعين ١٦ و ٣١ ، وبذلك فان الفئة اللاحقة لهذا الموقع هي الفئة (١٦-١٢) ، فيكون لدينا :

L = ١٢ ، f_1 = ١٦ ، f_2 = ٣١ ، H = ٥

- تطبيق صيغة حساب الربيع فنحصل على قيمة الربيع الاول Q_1 وهي :

$$Q1 = L + \frac{\frac{\sum f_i}{4} - f_1}{f_2 - f_1}.H = 12 + \frac{18.5 - 16}{31 - 16} * 5 = 12.833$$

اما الطريقة البيانية في تحديد قيمة الربيع الاول Q_1 فتتم بذات الاجراءات التي تم اتباعها في حالة العشير وكما مبين في الشكل البياني رقم (٨.٣)

٣-٢-٣ المئيات Percentiles ولنرمز لها بـ P_i

فالمئين الاول هو القيمة الواقعة عند $\frac{1}{100}$ من قيم المعطيات والمئين ٧٠ هي القيمة مثلا التي تقع عند $\frac{70}{100}$ من المعطيات وهكذا .

(١) حالة المعطيات غير المبوبة

وفي متابعة للمثال (٨.٣) في الحصول على المئين ١٥ P_{15} والمئين ٨٥ P_{85} يكون لدينا :

موقع المئين ١٥ ، P_{15} هو : $\frac{(i)(n)}{100} = \frac{(15)(8)}{100} = 1.2 \approx 1$ ،

اي ان قيمة P_{15} تقع في الترتيب الاول وهي القيمة ٢٠ .

وموقع المئين P_{85} هو : $\frac{(i)(n)}{100} = \frac{(85)(8)}{100} = 6.8 \approx 7$ ،

اي ان قيمة P_{85} تقع في الترتيب السابع وهي القيمة ٣٠ .

(٢) حالة المعطيات المبوبة

ان صيغة ايجاد الموقع هي : $\frac{(i)\sum f_i}{100}$ ،

حيث ان i ترمز الى المئين $(i = 1,2,3,..........,100)$

وان صيغة حساب قيمة P_{30} مثلا هو :

$$P_{30} = L + \frac{\frac{30\sum f_i}{100} - f_1}{f_2 - f_1}.H$$

مثال (١٢.٣) : استخدم معطيات المثال (٩.٣) لايجاد المئين P_{35}

الحل لـ (١٢.٣) :

- نحدد موقع المئين P_{35}

$$\frac{35\sum f_i}{100} = \frac{(35)(74)}{100} = 25.9$$

- وعند الرجوع الى الجدول رقم (٦.٣) نجد ان قيمة موقع المئين الاول هو بين القيمتين المتجمعين ١٦ و ٣١ ، وبذلك فان الفئة اللاحقة لهذا الموقع هي الفئة (١٦-١٢) ، فيكون لدينا :

$L = ١٢$ ، $f_1 = ١٦$ ، $f_2 = ٣١$ ، $H = ٥$

- تطبيق صيغة حساب المئين فنحصل على قيمة المئين P_{35} وهي :

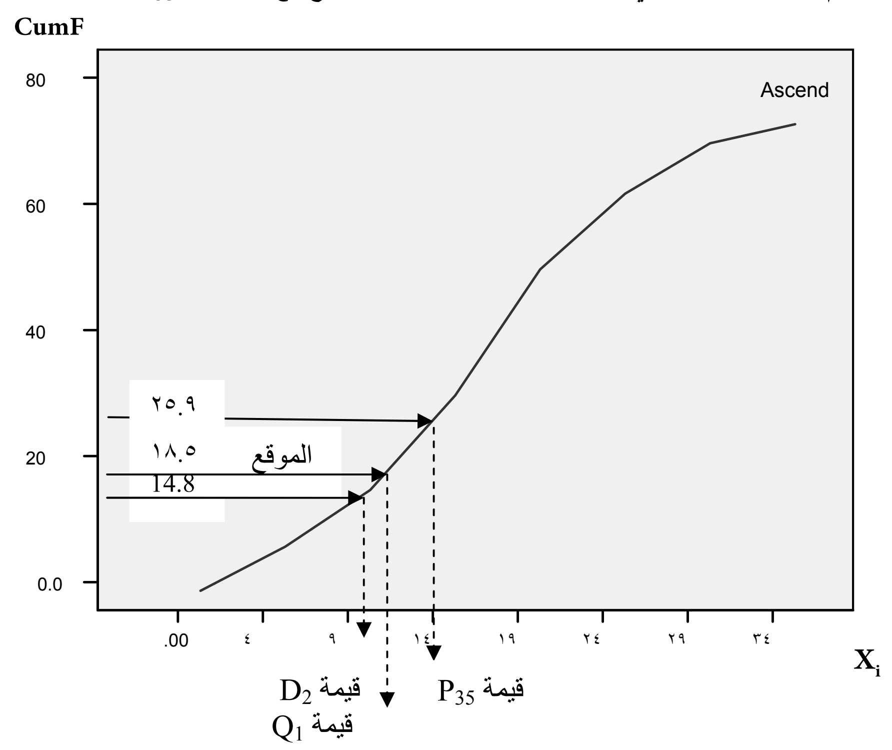
$$P_{35} = L + \frac{\frac{35\sum f_i}{100} - f_1}{f_2 - f_1}.H$$

$$= 12 + \frac{25.9 - 16}{31 - 16} * 5 = 15.3$$

والشكل البياني رقم (٨.٣) يوضح قيمة المئين التي تم تحديدها بيانيا .

شكل بياني رقم (٨.٣)

استخدام الطريقة البيانية في تحديد قيمة العشير D_2 والربيع Q_1 والمئين P_{35}



٣-٣ مقاييس التشتت Dispersion Measures

اما مقاييس التشتت والتي تقيس مدى ابتعاد كل قيمة من قيم اية مجموعة معطيات عن المتوسط ، ومن خلالها نستطيع معرفة مستوى التجانس والاختلاف بين وحدات ظاهرة معينة او بين ظواهر متعددة عند توظيفها في بناء التقديرات في الاحصاء الاستلالي . حيث من الممكن جدا ان يكون لدينا مجموعتين من المعطيات لها نفس الوسط الحسابي ولكنهما مختلفين معنويا من حيث انتشارهمها حول الوسط الحسابي ، فلو تامانا مثلا في مجموعتي المعطيات التالية التي تخص عينتين من العلب المعبئة بعصير البرتقال مقاسة باللتر التي تعود لشركتي A و B

العينة A : ٠.٩٧ ، ١.٠٠ ، ٠.٩٤ ، ١.٠٣ ، ١.١١
العينة B : ١.٠٦ ، ١.٠١ ، ٠.٨٨ ، ٠.٩١ ، ١,١٤

نجد ان الوسط الحسابي ، $\overline{X}$ لكلا العينتين هو ١.٠ لتر ، اي ان : $\overline{X}_A = \overline{X}_B$ ، لكن من الواضح بان انتاج الشركة A هو اكثر تجانسا من الشركة B في تعبئة علب عصير البرتقال ، وان هذا الاختلاف هو ما نطلق عليه بتشتت او بتباين المعطيات عن الوسط . ومن اهم انواع هذه مقاييس التشتت هي :

٣-٣-١ المدى ، Range R

ويعتبر من ابسط مقاييس التشتت ، وهو عبارة عن الفرق بين اكبر واصغر قيمة بين المعطيات ، فمثلا في حالة معطيات تعبئة علب عصير البرتقال اعلاه ، يصبح المدى R، للشركة A هو ٠.١٧ لتر وللشركة B يكون المدى ، R مقداره ٠.٢٦ لتر. اما في حالة المعطيات المبوبة فتكون قيمة المدى تقديرية وذلك لمجهولية اكبر واصغر قيمة ، وبذلك فان الفيمة التقديرية هي عبارة عن الفرق بين الحد الادنى للفئة الدنيا والحد الاعلى للفئة العليا . الا ان المدى يعتبر من المقاييس غير الدقيقة خاصة في حالة العينات الكبيرة نسبيا ، لانه ياخذ بنظر الاعتبار القيم المتطرفة ويهمل القيم الواقعة بينهما . ومن اساليب تلافي هذه المسالة هو اللجوء لاستبعاد الربع الاول والربع الاخير من القيم بعد ان يتم ترتيبها تصاعديا او تنازليا ، عندها يطلق عليه بالمدى الربيعي ، او ان يتم استبعاد العشر الاول والعشر الاخير حينها يسمى بالمدى العشري . ويتسم اسلوب المدى الربيعي بسعة استخدامه عند اللجوء الى مقياس المدى .

(١) حساب المدى الربيعي R_Q في حالة المعطيات غير المبوبة

مثال (١٣.٣) : المطلوب ايجاد المدى الربيعي لمعطيات المثال (٨.٣) .

الحل لـ (١٣.٣) : وفقا لنتائج المثال (٨.٣) لدينا :
$Q_1 = 21$ و $Q_3 = 28$ ، عليه فان المدى الربيعي هو : $R_Q = 28 - 21 = 7$

(2) الانحراف الربيعي للمعطيات غير المبوبة ، Interqartil Range S_Q
وهو ما يطلق بنصف المدى الربيعي ، وصيغته :

$$S_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{28 - 21}{2} = 3.5$$

(3) حساب المدى الربيعي ، R_Q في حالة المعطيات المبوبة

اما المدى الربيعي في حالة المعطيات المبوبة ، فيتم حساب الربع الاول والربع الثالث وفق الاجراءات التي تطرقنا اليها في (٢) من الفقرة (٢.٢.٣) اعلاه ، ومن ثم ايجاد الفرق بين القيمتين لنحصل على المدى الربيعي .

٣-٣-٢ الانحراف المعياري Standard deviation

ويعتبر المقياس الاكثر اهمية واستخداما للتشتت لدقته وقابليته للعمليات الجبرية ، ويرمز له في حالة العينة s وفي حالة المجتمع σ .

(١) في حالة المعطيات غير المبوبة :

أن الفرق بين قيم المشاهدات x_i والوسط الحسابي $\bar{x}$ لهذه القيم يدعى بالانحراف D_i ، اي ان : $D_i = x_i - \bar{x}$ ، لكن متوسط هذه الانحرافات لايخدم وصف المعطيات لكون مجموع هذه الانحرافات تؤول دائما الى الصفر ، اي ان : $\sum(x - \bar{x}) = 0$ وذلك لان مجوع الانحرافات السالبة تساوي مجموع الانحرافات الموجبة ، وبناءا على ذلك يتم تربيع هذه الانحرافات للحصول على مقياس للتغاير يدعى بالتباين ويرمز له بـ S^2 في حاة العينة و بـ σ^2 في حالة المجتمع ، وعليه فأن

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{N}$$

وباخذ الجذر التربيعي للتباين نحصل على الانحراف المعياري ، اي :

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})}{n-1}}$$

مثال (١٤.٣) : المطلوب ايجاد الانحراف المعياري s للقيم التالية :
٥ ، ٨ ، ١٢ ، ٣ ، ٧

الحل لـ (١٤.٣) : لدينا :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$
$$= \frac{35}{5} = 7$$

$$(x_i - \bar{x}) = (7-7),(3-7),(12-7),(8-7),(5-6)$$
$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 0 + 16 + 25 + 1 + 4 = 46$$

وباستخدام الصيغة $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n-1}}$ نحصل على الانحراف المعياري كالاتي :

$$s = \sqrt{\frac{46}{4}} = \sqrt{11.5} = 3.391$$

ولاختصار العمليات الحسابية ، يمكن استخلاص طريقة مختصرة كالاتي :

$$s^2 = \frac{n\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
$$= \frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum x\ \right)^2\right]$$
$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}}{n-1}}$$

وباستخدام الصيغة المختصرة $s=\sqrt{\dfrac{\sum x_i^2-\dfrac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}}{n-1}}$ مع المثال (١٤.٣) اعلاه يكون لدينا :

$$s=\sqrt{\frac{291-245}{4}}=\sqrt{11.5}=3.391$$

(٢) في حالة المعطيات المبوبة فصيغة حسابه هي :

لتقدير الانحراف المعياري ، s عندما تكون المعطيات مبوبة في جدول توزيع تكراري ، يتطلب اولا ايجاد مراكز الفئات x_i وحسا مربعاتها x_i^2 ومن ثم تطبيق الصيغة s التالية :

$$s^2=\frac{n\sum f_i x_i^2-\left(\sum f_i x_i\right)^2}{n(n-1)}$$

$$s^2=\frac{\sum f_i x_i^2-\dfrac{\left(\sum f_i x_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

$$s=\sqrt{\frac{\Sigma f_i x_i{}^2-\dfrac{(\Sigma f_i x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

حيث ان : مجموع التكرارات $\sum f_{I}=n$

مثال (١٥.٣) : المطلوب ايجاد الانحراف المعياري لجدول التوزيع التكراري رقم (١.٢) التالي :

الحل لـ (١٦.٣) : اتباع الخطوات التالية :

- استخراج مراكز الفئات x_i ومربعاتها x_i^2 وكل من $\sum x_i f_i$ و $\sum x_i^2 f_i$ فيكون لدينا الجدول رقم (٨.٣) التالي :

جدول رقم (٨.٣)

الفئات Interval Classes	التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	x_i^2	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
06-02	٧	٠٤	١٦	٢٨	١١٢
11-07	٩	٠٩	٨١	٨١	٧٢٩
16-12	١٥	١٤	١٩٦	٢١٠	٢٩٤٠
21 -17	٢٠	١٩	٣٦١	٣٨٠	٧٢٢٠
26-22	١٢	٢٤	٥٧٦	٢٨٨	٦٩١٢
31-27	٨	٢٩	٨٤١	٢٣٢	٦٧٢٨
36-32	٣	٣٤	١١٥٦	١٠٢	٣٤٦٨
المجموع	Σf_i = ٧٤	-----	-----		

$$\sum x_i^2 f_i = ٢٨١٠٩ \quad \Sigma f_i x_i = 1321$$

- تطبيق صيغة حساب الانحراف المعياري للمعطيات المبوبة فنحصل على :

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma f_i x_i^{\ 2} - \frac{(\Sigma f_i x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{28109 - \frac{(1321)^2}{74}}{73}} = \sqrt{\frac{28109 - 23635.2}{73}} = \sqrt{61.286} = 7.8$$

وهنا أيضا بالإمكان اختصار العمليات الحسابية باستخدام طريقة مختصرة ، من خلال اختيار قيمة فرضية من بين قيم مراكز الفئات ولنرمز لها بـ x_o وطرحها من قيم مراكز الفئات x_i ومن ثم نطبق الصيغة التالي :

$$s = H\sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2 - \frac{\left(\sum f_i d_i\right)^2}{n}}{n-1}}$$

حيث ان :

d_i هو عبارة عن الفرق بين قيم x_i و القيمة الفرضية x_o مقسوما على طول الفئة H اي :

$$d_i = \frac{x_i - x_o}{H}$$

فاذا اخترنا القيمة الفرضية ١٩ من بين مراكز الفئات ولدينا طول الفئة هو ٥ بالنسبة للجدول رقم (٨.٣) في المثال (١٥.٣) اعلاه ، يكون لدينا الجدول رقم (٩.٣) التالي :

جدول رقم (٩.٣)

مراكز الفئات x_i	التكرار f_i	$d_i = \frac{x_i - x_o}{H}$	$d_i f_i$	d_i^2	$d_i^2 f_i$
٠٤	٧	-٣	-٢١	٩	٦٣
٠٩	٩	-٢	-١٨	٤	٣٦
١٤	١٥	-١	-١٥	١	١٥
١٩	٢٠	٠	٠	٠	٠
٢٤	١٢	١	١٢	١	١٢
٢٩	٨	٢	١٦	٤	٣٢
٣٤	٣	٣	٩	٩	٢٧
-----	Σf_i = ٧٤	------		------	

$\sum d_i^2 f_i =$ **١٨٥** $\qquad$ $d_i f_i \,\Sigma$= **-١٧**

وبتطبيق الصيغة المختصرة نحصل على الانحراف المعياري وكما يلي :

$$s = H\sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2 - \frac{\left(\sum f_i d_i\right)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= 5\sqrt{\frac{185 - \frac{(17)^2}{74}}{73}} = 5\sqrt{\frac{185 - 3.91}{73}} = 5\sqrt{2.481} = (5)(1.575) = 7.8$$

ومن مقاييس التشتت الاخرى هو الانحراف المتوسط Average Deviation ، D_m ، الذي يعتمد على معدل الانحرافات المطلقة لكافة القيم x_i عن قيمة الوسط الحسابي $\bar{x}$. الا ان هذا المقياس نادر الاستخدام بسبب كون عملية حسابه تعتمد القيم المطلقة ، وبالتالي اهمال الاشارة ، الامر الذي يتعذر التعامل معه رياضيا .

وشكل صيغته في حالة المعطيات غير المبوبة هي : $D_m = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$

اما في حالة المعطيات المبوبة ، فان الصيغة هي : $D_m = \frac{\sum D_i f_i}{\sum f_i}$

حيث ان D_i هي قيم الانحرافات المطلقة ، اي : $|x_i - \bar{x}|$ و x_i هي مراكز الفئات .

٣-٤ خواص واستخدامات الانحراف المعياري

Standard Deviation Uses and Properties

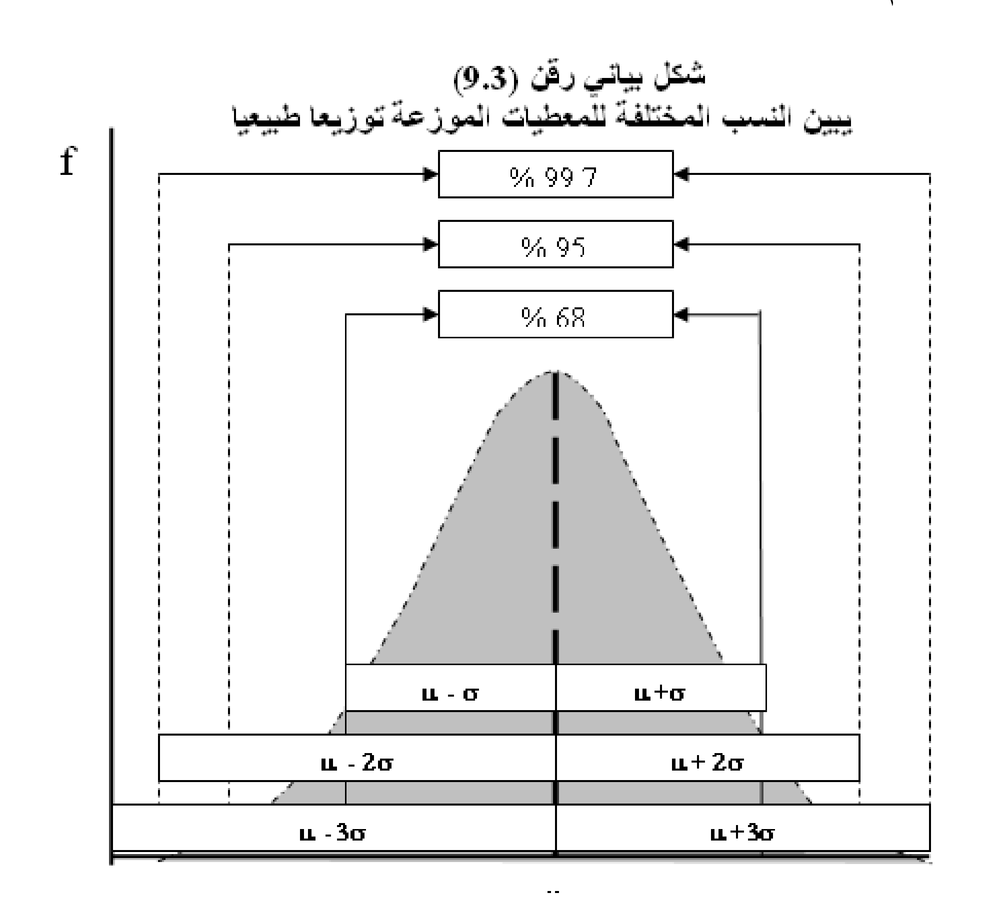
٣-٤-١ نسب التوزيع الطبيعي Normal distribution percentages

في الغالب ما تكون معالم المجتمع σ و μ مجهولة ، مما يعني استخدام نتائج العينة كتقدير لهذه المعالم ، الا ان الاشكال الطبيعية التي تضم المعطيات يختلف بعضها عن بعض بسبب الاختلاف في احد قيمتي σ و μ او كلاهما ، لذا يفترض الاتي :

(١) ان حوالي ٦٨ % من مساحة الشكل الموزع طبيعيا (او المعطيات) تقع على امتداد انحراف معياري σ=1 من يسار الوسط الحسابي μ الى انحراف معياري مقداره ايضا σ=1 الى يمين الوسط الحسابي μ ، اي ان : $\mu \pm \sigma$ كما مبين في الشكل البياني رقم (٩.٣)

(٢) ان حوالي ٩٥ % من المساحة (او المعطيات) تمتد على انحرافين معياريين σ=2 على كل جانب من الوسط الحسابي μ ، اي ان : $\mu \pm 2\sigma$ كما مبين في الشكل البياني رقم (٩.٣)

(٣) ان مجموع المساحة (او المعطيات) او حوالي ٩٩.٧ % تقع على امتداد ثلاثة احرافات معيارية σ=3 من الوسط الحسابي ، اي ان : $\mu \pm 3\sigma$ كما مبين في الشكل البياني رقم (٩.٣)



مثال (١٧.٣) : عند حساب الوسط الحسابي µ والانحراف المعياري σ لنسب توزيع العائدات الاستثمارية لـ ٢١٧ شركة ، وجد ان : µ = 29.1 و σ = 26.1 ، والمطلوب استخدام نسب التوزيع الطبيعي لوصف الاستثمارات .

الحل لـ (١٧.٣) :

- المتوقع ان ٦٨ % من هذه العائدات تقع عند $\mu \pm \sigma$ اي عند : 29.1±26.3 وهذا يكون على امتداد من ٢.٨ الى ٥٥.٤ ، اي عدد القيم هو % ٥٥.٤ * ٢١٧ = ١٢٠. وعند الرجوع الى السجلات وجد ان عدد القيم هو ١٥٣ ، اي مانسبتها $\frac{153}{217}*100 = 71\%$

- ان المدى المتوقع لـ ٩٥ % من العائدات يقع عند $\mu \pm 2\sigma$ اي عند (2) (26.3) ±29.1 اي من ٢٣.٥ الى ٨١.٧ ، اي ان عدد القيم المتوقع وقوعها هو % ٨١.٧ * ٢١٧ = ١٧٧ . وعند الرجوع الى السجلات وجد ان نسبة عدد القيم هو ٩٤ % ، اي ٢٠٤ قيمة .

- وان المدى المتوقع لـ ٩٩.٧ % من العائدات يقع عند $\mu \pm 3\sigma$ اي عند (3) ±29.1 26.3 اي من ٤٩.٨ الى ١٠٨ ، اي ان عدد القيم المتوقع وقوعها هو % ١٠٨ * ٢١٧ = ٢٣٤ . وعند الرجوع الى السجلات وجد ان نسبة عدد القيم هو ٩٩ % ، اي ٢١٥ قيمة.

٣-٤-٢ القيمة المعيارية Standardized value

ان القيمة المعيارية والتي يرمز لها بـ Z تخبرنا عن عدد مرات انحراف قيمة معينة (زيادة او نقصان) عن الوسط الحسابي ، μ عن مجموعة القيم التي تعود اليها ، ويستفاد منه عند المقارنة بين بين التوزيعات الاحصائية المختلفة ، وتاخذ صيغة القيمة المعيارية في حالة العينة الشكل التالي :

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

اما في حالة المجتمع فتاخذ شكل الصيغة التالية : $Z = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$

حيث ان x_i هي القيمة المطلوب تحويلها الى قيمة معيارية .

مثال (١٨.٣) : اذا كانت الرواتب المقررة لخريجي الجامعة عند بداية العمل في البنوك يبلغ متوسطها 2400= μ دينار سنويا وبانحراف معياري مقداره 80 = σ دينار،

والمطلوب معرفة ان كان الراتب ٢٦٠٠ دينار هو راتبا اعتياديا يقع ضمن هذا المدى.

الحل لـ (١٨.٣) :

- تطبيق صيغة القيمة المعيارية فنحصل على :

$$Z = \frac{X_i - \mu}{\sigma} = \frac{2600 - 2400}{80} = 2.5$$

وهذا يعني ان الراتب السنوي ٢٦٠٠ دينار يقع ضمن المدى $\mu \pm 3\sigma$ وبذلك فهو راتب اعتيادي .

٣-٤-٣ معامل الاختلاف (التغاير النسبي) Variation coefficient

ان الانحراف المعياري وكذلك الحال لمقاييس التشتت الاخرى هي ذات قيم مطلقة لاتوضح مقدار التشتت في حالة اختلاف مقاييس المعطيات كالمتوسطات الحسابية ، فمثلا تشتت مقدارة ١ لمسافة ١٠٠ متر تختلف عن تشتت مقداره ١ لمسافة ١٠ متر. كما ان قيمة التشتت لمعطيات مقاسة بالسنتيمترات هي ١٢ سم فان قيمتها ستكون ٠.١٢ م عند قياسها بالمتر ، وتشتت مقداره ١١ سم في اطوال عينة من الاشخاص يعتبر معقولا ولكن نفس المقدار من التشتت في اطوال اقدامهم يعتبر كبيرا ، لان متوسط طول الشخص يبلغ عدة امثال متوسط طول قدمه وهكذا . لذلك بالامكان استخدام معامل الاختلاف ولنرمز له V كمقياس مناسب لمقارنة مقدار التشتت او الاختلاف لمجموعتين او اكثر من المعطيات في حال اختلاف اقيام الوسط الحسابي وكذلك في حال اختلاف الوحدات القياسية المستخدمة مع وحدات كل مجموعة . والصيغة التي تستخدم لهذا الغرض في حالة العينة هي :

$$V = \frac{s}{\bar{x}} * 100\%$$

وفي حالة المجتمع :

$$v = \frac{\sigma}{\mu} * 100\%$$

مثال (١٩.٣) : المطلوب ايجاد اي من الدولتين المبينة في الجدول رقم (١٠.٣) التالي هي اقل تشتتا في توزيع الدخل .

جدول رقم (١٠.٣)

الدولة	الوحدة القياسية	متوسط الدخل	الانحراف المعياري
A	$	2100	1100
B	£	1300	850

الحل لـ (١٩.٣) :

بتطبيق صيغة معامل الاختلاف للمجتمع نحصل على :

$$v = \frac{\sigma}{\mu} * 100\%$$

$$v_A = \frac{1100}{2100} * 100\% = 52.38\%$$

$$v_B = \frac{850}{1300} * 100\% = 65.38\%$$

اي ان التشتت في توزيع الدخل في الدولة A هو اقل مما عليه في الدولة B ، وبذلك فان الدولة A هي اكثر عدالة في توزيعها للدخل على المجتمع .

٣-٤-٤ شكل توزيع المعطيات Data Distribution Shape

(١) مقاييس التماثل والالتواء Symmetry skewness measures

ويبحث في شكل توزيع اي مجموعة معطيات احصائية لمعرفة مدى تماثل التوزيع، وان كان غير متماثلا لمعرفة درجة الالتواء skewness واتجاهه ، ويعتبر المدرج التكراري الذي منه نحصل على المنحي هو افضل وسيلة للاستدلال السريع على شكل توزيع المعطيات وكما

مبين في الاشكال البيانية رقم (٥.٣) و(٦.٣) و(٧.٣) اعلاه ، ومن اهم مقاييس التماثل والالتواء هي :

➢ **معامل بيرسن ، Sk Pearsonain coefficient**

وتقع قيمة معامل بيرسن بين ± 3 وان الاشارة تدل على اتجاه الالتواء فالقيمة السالبة تشير الى اتجاه اليسار والموجبة اتجاه اليمين ، وصيغته :

$$Sk = \frac{\bar{x} - M_o}{s}$$

حيث ان : $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي و M_o المنوال و s الانحراف المعياري

لكن من عيوب الصيغة اعلاه شمولها للمنوال M_o الذي قد لايكون موجودا بين المعطيات المستهدفة ، او قد يصادف وجود اكثر من منوال واحد ، لذلك يتم توظيف صيغة العلاقة التقريبية بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال التي تطرقنا اليها في الفقرة (٣-١-٤) من هذا الفصل ، والتي صيغتها :

$$\bar{x} - M_o = 3(\bar{x} - M_d)$$

لاستبدال المنوال M_o بالوسيط M_d وكالاتي :

$$\bar{x} - M_o = 3(\bar{x} - M_d)$$

$$\bar{x} - M_o = 3\bar{x} - 3M_d$$

$$M_o = 3M_d - 2\bar{x}$$

وبالتعويض بالصيغة $Sk = \frac{\bar{x} - M_o}{s}$ نحصل على الصيغة :

$$Sk = \frac{3(\bar{x} - M_d)}{s}$$

مثال (٢٠.٣) : المطلوب حساب معامل بيرسون للالتواء Sk ، لمعطيات الجدول رقم (١.٣) .

الحل لـ (٢٠.٣) : لدينا : $\bar{x} = 17.85$ ، $M_d = 18.5$ ، $s = 7.8$

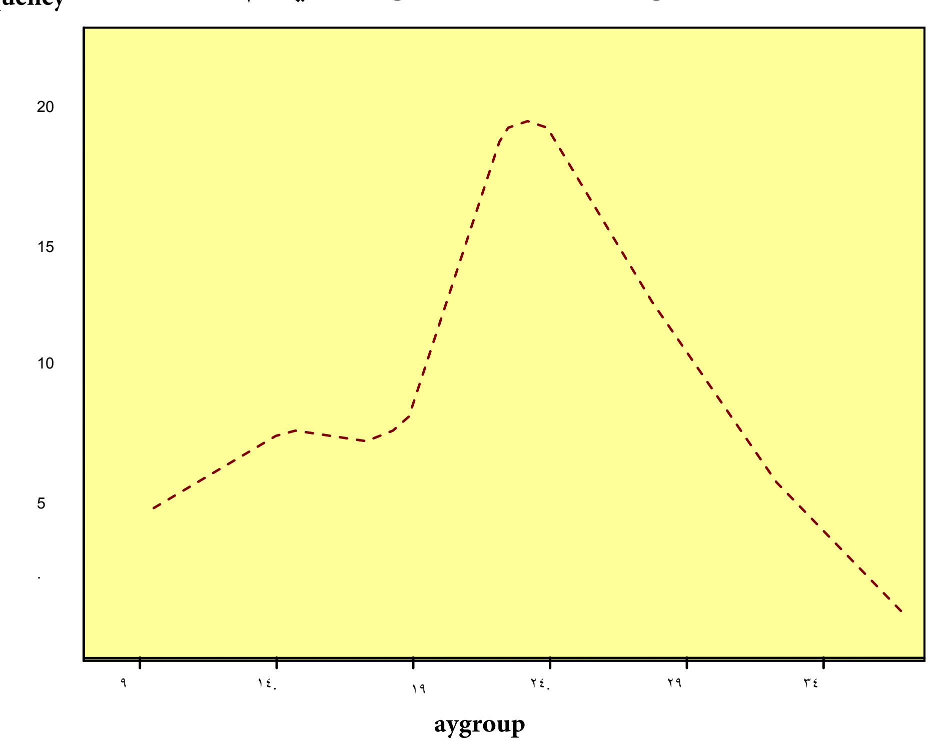
وبتطبيق صيغة معامل بيرسون ، نحصل على :

$$Sk = \frac{3(\bar{x} - M_d)}{s} = \frac{3(17.85 - 18.5)}{7.8} = \frac{-1.95}{7.8} = -0.25$$

والنتيجة تدل على درجة الالتواء بسيط وباتجاه اليسار ، مما يعني انه قريب جدا للمتماثل (التجانس) وكما مبين في الشكل البياني رقم (١٠.٣) .

شكل بياني رقم (١٠.٣)

شكل توزيع معطيات جدول التوزيع التكراري رقم (١.٣)



➢ العزم الثالث ، m_3 Third Moment

تعتبر العزوم من الادوات المهمة في تقييم شكل التوزيعات التكرارية . فالعزم الاول m_1 ،يمثل الوسط الحسابي $\bar{x}$ ، والعزم الثاني m_2 يمثل التباين s^2 ، اما العزم الثالث m_3 فهو عبارة مقباس الالتواء وصيغته في حالة المعطيات غير المبوبة هي :

$$m_3 = \frac{\frac{1}{n}\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^3}{s^3}$$

اما صيغته في حالة المعطيات المبوبه فهي :

$$m_3 = \frac{\frac{1}{\sum f_i}\sum f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^3}{s^3}$$

مثال (٢١.٣) : المطلوب استخدام العزم الثالث m_3 لايجاد الالتواء لمعطيات الجدول التالي ، الذي يتضمن نتائج اختبار ٣٣ شخص تقدموا للعمل في احدى الشركات.

فئات الدرجات	عدد الممتحنين f_i
٢٢-٣٢	٤
٣٣-٤٣	٦
٤٤-٥٤	١٠
٥٥-٦٥	٩
٦٦-٧٦	٤
المجموع	$\sum f_i = ٣٣$

الحل لـ (٢١.٣) : نجد قيم كل من : $\sum f_i x_i$ ، $\sum f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^3$ فيكون لدينا :

مراكز الفئات x_i	$f_i x_i$	$\left(x_i - \bar{x}\right)$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^3$	$f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^3$
٢٧	١٠٨	-23	-12167	-48668

-10368	-1728	-12	٢٢٨	٣٨
-10	-1	-1	٤٩٠	٤٩
9000	1000	10	٥٤٠	٦٠
37044	9261	21	٢٨٤	٧١

$$\sum f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^3 = -13002 \qquad \sum f_i x_i = 1650$$

الوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1321}{74} = 17.85$

S = 13.292

S^3 = 2348.394

وبتطبيق صيغة العزم الثالث للمعطيات المبوبة نحصل على درجة الالتواء وكما يلي :

$$m_3 = \frac{\frac{1}{\sum f_i} \sum f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^3}{s^3}$$

$$= \frac{\frac{1}{33}(-13003)}{2348.394} = \frac{-394}{2348.394} = -0.168$$

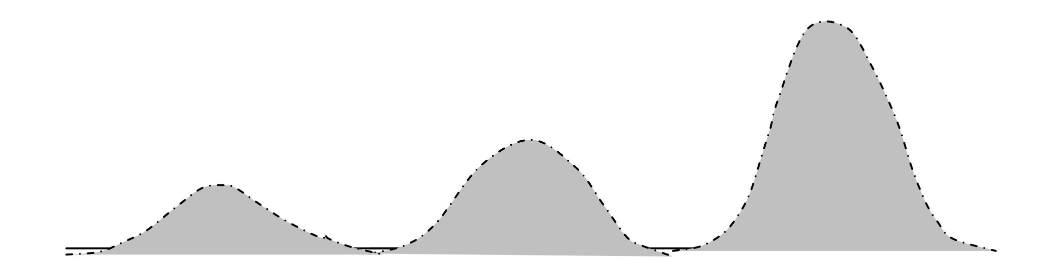
ويستدل منها بان التوزيع مع التواء سالب بسيط قريب الى التماثل .

(٢) مقاييس التفرطح والتدبدب kurtosis and peakness Measures

ويقصد به درجة تدبدب قمة منحنى التوزيع ، فعندما يكون شكل التوزيع ذات اطراف واسعة نسبيا وقمة ضيقة يطلق عليه بالمدبدب peskiness ، اما عندما تكون قمة المنحنى مسطحة فيطلق عليه بالتوزيع المفرطح Kurtosis ، في حين عندما يكون التوزيع بين الحالتين نطلق عليه معتدل التفرطح Masochistic ، والاشكال البيانية (٨.٣) و (٩.٣) و (١٠.٣) تمثل نماذج من هذه التوزيعات . والمقياس الذي يستخدم لقياس درجة التفرطح هو العزم الربع m_4 وصيغته هي :

$$m_4 = \frac{\frac{1}{\sum f_i} \sum f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^4}{s^4}$$

شكل بياني رقم (٨.٣) يوضح توزيع مدبدب (Peskiness)	شكل بياني رقم (٩.٣) يوضح توزيع معتدل التفرطح (Kurtosis)	شكل بياني رقم (١٠.٣) يوضح توزيع مفرطح (Masochistic)



مثال (٢٢.٣) :

المطلوب ايجاد درجة التفرطح للتوزيع التكراري لمعطيات جدول المثال(٢١.٣) .

الحل لـ (٢٢.٣) : لدينا : $S^4 = 31214.853$ $\sum f_i(x_i - \bar{x})^4 = 2111714$

وبتطبيق قانون العزم الرابع لقياس التفرطح نحصل على :

$$m_4 = \frac{\frac{1}{\sum f_i}\sum f_i(x_i - \bar{x})^4}{s^4} = \frac{63991.333}{31214.853} = 2.05$$

ومن قيمة m_4 التي تقع بين $3 > m_4 > ٢$ ، عليه نستدل على ان التوزيع معتدل التفرطح .

٣-٥ استخدام برنامج SPSS في الحصول على مقاييس النزعة المركزية والتشتت.

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS للحصول على
مقاييس النزعة المركزية والتشتت
متوفرة في الفقرة (١٢-٢) من
الفصل الثاني عشر

تمارين الفصل الثالث

تمرين (١.٣) : في اختبار المعلومات درجتة من ١٠ % لطلبة قسم الفلسفة ، حصل الطلبة البالغ عددهم n = 16 طالبا الدرجات التالية :

6 ,8 , 10 , 9 , 3 , 4 , 7 , 8 , 6 , 4 , 8 , 6 , 4 , 5 , 9 , 8

والمطلوب ايجاد :

ا- الوسط الحسابي $\bar{x}$، والوسيط M_d والمنوال M_o

ب- الانحراف المعياري S^2 والمدى R والمدى الربيعي R_Q

ج- استخدام احد خيارات الامر الفرعي Descriptive Statistics من قائمة Analysis لبرنامج SPSS لايجاد مقاييس التشتت والنزعة المركزية اعلاه .

تمرين (٢.٣) : جدول التوزيع التكراري التالي يمثل توزيع عدد القروض (بالديتار) المقدمة من قبل احد البنوك الزراعية خلال ستة اشهر، موزعة حسب فئات مبالغ القروض.

والمطلوب ايجاد :

ا- الوسط الحسابي ، $\overline{X}$ والوسيط M_d والمنوال M_o

ب- الانحراف المعياري S^2 و العشير الثاني D_2 والربيع الاول Q_1 والمئين P_{35}

ج- قيمة الوسيط M_d باستخدام المدرج التكراري

د- قيمة المنوال M_o باستخدام المنحني والمدرج التكراري

و- قيم العشير الثاني D_2 والربيع الاول Q_1 والمئين ٣٥ P_{35} باستخدام منحني المتجمع الصاعد

ز- استخدام برنامج SPSS لرسم المدرج والمضلع التكراري

الفئات	التكرارات (عدد القروض) f_i
١٩٩ فاقل	٦
٢٠٠-٣٩٩	١٤
٤٠٠-٥٩٩	١٩
٦٠٠-٧٩٩	٢١
٨٠٠-٩٩٩	١٧
١٠٠٠-١١٩٩	١١
المجموع	$\sum f_i$ =٨٨

تمرين (٣.٣) : المعطيات التالية تبين نسبة الوفيات بسبب حوادث الطرق لكل ١٠٠ مليون (كيلومتر/ واسطة نقل) لعدد من محافظات احدى الدول . والمطلوب حساب الوسط الهندسي $\overline{X}_g$ ؟

المحافظة	A	B	C	D	E	F	G	H
النسبة	4.1	1.3	3.7	4.4	4.7	1.3	4.0	2.4

تمرين (٤.٣) : المطلوب ايجاد الوسط الحسابي المرجح $\overline{x}_w$ للمعدل التراكمي لعينة من الطلبة، باستخدام عدد الطلبة كاوزان للترجيح .

المعدل التراكمي	٣٥	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠
عدد الطلبة	١٢	٢٧	٤٨	٨	٥	٢

تمرين (٥.٣) : المطلوب استخدام معطيات جدول تمرين (١.٣) لايجاد الوسط التوافقي .

تمرين (٦.٣) : في التالي معطيات غير مبوبة تمثل عينة من علامات مادة الرياضيات.
المطلوب :

ا- ايجاد المدى R والمدى الربيعي R_Q والانحراف الربيعي S_Q والانحراف المعياري S .

ب- استخدام خيارDescriptive من الامر الفرعي Descriptive Statistics في القائمة Analysis لبرنامج SPSS للحصول على المقاييس اعلاه .

52 ,70 , 87 , 92 . 81 , 46 , 60 , 61 , 63 , 88 , 86 , 77

الفصل الرابع
الاحتمالات Probabilities

١.٤ مفاهيم واساسيات Foundations and Definitions

١.١.٤ مفهوم الاحتمال Definition of Probability

تجهزنا نظرية الاحتمالات بطرق التعامل مع الحالات غير المؤكدة Uncertainty عند مواجهة اكثر من خيار في اتخاذ القرار. فقرار بناء مصنع مثلا يعني بان عائداته هي عير مؤكدة ، فقد تكون عالية ، وقد تكون متوسطة ، وقد تكون اقل من المتوسط . عليه لابد من معرفة احتمال وقوع كل من هذه الخيارات . وان تحديد احتمال كل قرار تتطلب مراعاة ثلاثة مسائل تعتمد على خصائص قواعد ونظريات الاحتمالات ، وهذه المسائل هي :

- ايجاد التكرار النسبي لوقوع الحدث ،
- حساب قيمة الاحتمال بدلالة احتمال معلوم ، وهو ما يتعلق بالعمليات الحسابية للاحتمالات ،
- ايجاد القيمة الرقمية للاحتمال كتقدير.

وبذلك فان قيمة الاحتمال تعود لاحد صنفين من المصادر هي :

(١) الاحتمال النظامي Systematic Probability

ويتمثل بالتكرار النسبي على الامد الطويل ، الذي يتحدد حصرا بتعريف نظام الظاهرة التي ينتمي اليها احتمال الحصول على رقم ما ، فعند رمي زهرة النرد مثلا فان احتمال الحصول على احد وجوه زهرة النرد هو 1/6 لان عدد اوجه زهرة النرد هي ٦.

(٢) الاحتمال الضمني (الذاتي) Subjective Probability

وهو يخص الأحداث المرتبطة بتجارب عملية ، ويقع ضمن القناعة والاعتقاد الشخصي ، وبذلك فان قيمة الاحتمال هنا تعتمد على تقييم الشخص للحالة غير المؤكدة ، فمثلا ان الخبرة العملية للاعب رهان على سباق الخيول من ان حصان معين يفوز بين ١ الى ٣ من كل ٤ حالات سباق ، عليه فان قناعته الشخصية ستملي عليه القبول بفوزالحصان باحتمال مقداره $\frac{1}{4}$ على الاقل . مع الاشارة الى ان هذا النوع من الاحتمال يختلف مقداره من شخص لاخر .

٢.١.٤ تعاريف أساسية Principal Terms

(١) التجربة العشوائية Random Experiment

ويقصد بها وصف الاجراءات التي تولد المعطيات n ، والتي يطلق عليها بعناصر العينة Sample Elements بالاعتماد على الصدفة (العشوائية) . وفي معظم الحالات يمكن التنبوء بجميع عناصر (نتائج) العينة قبل البدأ بها ، فنتائج اداء الامتحان مثلا في مادة ما هي اما النجاح او الفشل . ولايدخل ضمن هذا التعريف التجارب التي لاتلعب الصدفة فيها اي دور في حصيلتها ، حيث في مثل هذه الحالات تكون التنائج محددة والتي تدعى بالتجارب المحددة Deterministic Experiments كما هو الحال مثلا في معادلة العلاقة بين ضغط الغازP وحجمه V والتي صيغتها :

$$c = pv^k$$

حيث ان C و k هي قيم ثابتة .

(٢) فضاء العينة ، Sample Space U

وهي عبارة عن النتائج (العناصر) الممكن الجصول عليها من التجربة العشوائية ، ولنرمز لها بـ U ويتم حصر العناصر باستخدام الفاصلة (،) للفصل بين كل عنصر واخر ، ومن ثم حصرها بين قوسين . ففي تجربة رمي العملة مثلا، ورمزنا للصورة بـ H وللكتابة بـ T ، فان النتائج المتوقعة تكتب كالاتي :

$$U = \{H, T\}$$

وكتابة النتائج في حالة رمي زهرة النرد يكون : $U = \{1,2,3,4,5,6\}$

(٣) الحدث Event

وهو فئة جزئية او مجموعة من عناصر فضاء العينة ، ويتم الرمز للاحداث بـ A او B او C .... الخ ، فمثلا حدث الارقام الزوجية لنرمز له بـ A في تجربة رمي زهرة النرد هو :

$$A = \{2,4,6\}$$

وحدث الحصول على الحدث B الذي يمثل الارقام التي لاتقل عن ٣ هو :

$$B = \{3,4,5,6\}$$

وهناك اربعة اصناف من الاحداث المتوقعة هي :

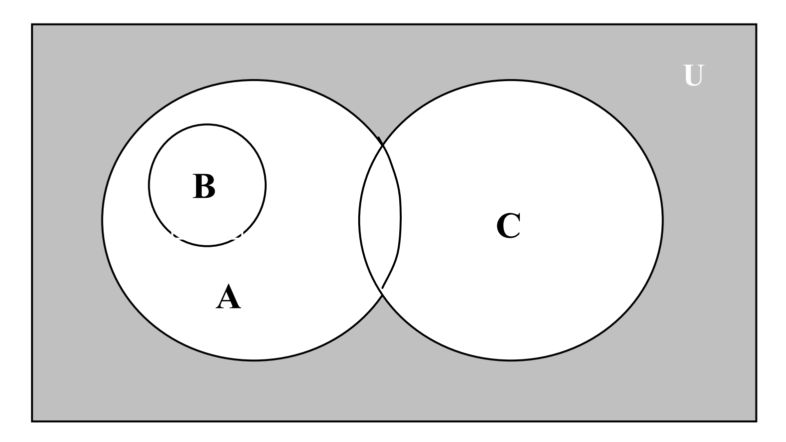
- **الحدث المستحيل** : وهو الذي لايشتمل على اي عنصر بفضاء العينة ، ولنرمز له بـ $\varnothing$. كاحتمال ان يربح شخص جائزة اليانصيب وهو لم يشتري اي بطاقة
- **الحدث البسيط** : وهو الحدث الذي يشتمل على عنصر واحد في فضاء العينة. فمثلا الحصول على الرقم الذي يزيد على ٥ في تجربة رمي زهرة النرد هو حدث بسيط لانه يشتمل على الرقم ٦ فقط .
- **الحدث المركب** : هو الحدث الذي يتكون من اتحاد عدة احداث بسيطة ، اي الذي يتكون من اكثر من عنصر ، كما هو الحال مثلا في الحصول على حدث يقل عن الرقم ٥ في تجربة رمي زهرة النرد ، او تلك التي تزيد على الرقم ٢،
- **الحدث المؤكد** : وهو الحدث الذي يحتوي على جميع عناصر فضاء العينة وقيمة احتماله هو ١. كما مثلا لو اشترى الشخص جميع بطاقات اليانصيب وليكن عددها ٢٠٠٠٠ ، فانه من المؤكد سيربح جائزة اليانصيب ، حيث سيكون لدينا :

$$\frac{20000}{20000}=1$$

والشكل البياني رقم (١.٤) يمثل حالات الاحداث المتوقعة لفضاء العينة U ، وكما يلي :

$$U=\{A,B,C\} \quad ، \quad A=\{B\} \quad ، \quad B=\varnothing$$

الشكل بياني رقم (١.٤)



٢.٤ طرق حساب عناصر التجربة العشوائية
Counting Methods of Random Experiment Elements

١.٢.٤ القاعدة الاساسية Basic Rule

اذا كان لدينا k من التجارب فان التجربة الاولى تعطينا n_1 من النتائج (العناصر) ، والثانية n_2 وهكذا ، فكون لدينا : $n_1*n_2*......*n_k$ من النتائج لـ k من التجارب . فمثلا عدد عناصر تجربة رمي زهرتي نرد لمرة واحدة هي :

$$n_1*n_2=6*6=36$$

مثال (١.٤) : اذا كان في احدى المدن ١٥ فريق لسباق الماراثون ، وكل فريق يتكون من ثلاثة اشخاص وكان المطلوب اختيار شخص واحد من كل فريق لدخول السباق ، فما هي عدد الطرق التي يتم بها الاختيار ؟

الحل لـ (١.٤) : 15*3=45

٢.٢.٤ التوافيق Combinations

وهي الطريقة التي تستخدم لاختيار r عنصر من المجموعة n من دون الاهتمام بالترتيب مع عدم التكرار ، اي ظهور كل تشكيلة لمرة واحدة فمثلا في حالة توفر ab فلاحاجة لـ ba اوالعكس ان توفرت ba فلاحاجة لـ ab ، وهكذا فان العناصر التي تتضمن نفس العناصر هي متشابهه مهما اختلفت اماكن وجود هذه العناصر. وعند الرمز للتوافيق بـ ${}_nC_r$ او $\binom{r}{n}$ فان شكل صيغته تصبح :

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

حيث ان : ! تدعى عاملى factorial و !r بعاملي r و !n بعاملي n وهكذا ، اي ان العناصر r يمكن اختيارها بـ !r من الطرق . فالعنصر الاول يتم اختياره بـ r من الطرق ، والثاني بـ $r-1$ من الطرق ، والثالث بـ $r-2$ وهكذا لغاية العنصر الاخير الذي يتم اختياره بطريقة واحدة ١ ، من دون الاهتمام بالترتيب .

مثال (٢.٤) : ما عدد الطرق الممكنة لاختيار فريق يتكزن من ٩ افراد من بين ١٢ فردا من دون الاهتمام بالترتيب ؟

الحل لـ (٢.٤) : بتطبيق صيغة التوافيق نحصل على :

$$_{n}C_{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$_{12}C_{9} = \frac{12\,!}{9\,!\,(12-9)\,!} = \frac{(12)(11)(10).......(1)}{(9)(8)(7).......(1)(3)(2)(1)} = 220$$

مثال (٣.٤) : اذا كان لدينا ٥ رجال و ٤ نساء ، والمطلوب ايجاد عدد الطرق الممكنة لاختيار لجنة تتكون من ٣ رجال و ٢ نساء .

الحل لـ (٣.٤) : عدد الطرق الممكنة هي :

$$_{5}C_{3\,4}C_{2} = \left[\frac{5!}{3!(5-3)!}\right]\left[\frac{4!}{2!(4-2)!}\right] = \left[\frac{(5)(4)}{2}\right]\left[\frac{(4)(3)}{2}\right] = 60$$

٤-٢-٣ التباديل Permutations

وهي عدد الطرق الممكنة لاختيار r عنصر من المجموعة n مع الاهتمام بالترتيب مع دون تكرار ، اي الاخذ بـ ab وبـ ba ، وحالة الترتيب هي التي تميز التباديل عن التوافيق . وعند الرمز للتباديل بـ $_{n}P_{r}$ فان شكل صيغة حسابه هي :

$$_{n}\mathbf{P}_{r} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-r)!}}$$

وعندما $r = n$ فان $_nP_r = n!$
فالترتيب الاول يمكن ان يتم بـ n من الطرق ،
والترتيب الثاني يمكن ان يتم بـ $n-1$ من الطرق ،
والترتيب الثالث يمكن ان يتم بـ $n-2$ من الطرق ،
والترتيب r يمكن ان يتم بـ $n-r-1$ من الطرق ،

مثال (٤.٤) : المطلوب ايجاد عدد الطرق الممكنة لتشكيل اربعة ارقام صحيحة من مجموعة الارقام من ١ الى ٩ مع الاهتمام بالترتيب .
الحل لـ (٤.٤) : باستخدام صيغة التباديل نحصل على :

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{9!}{(9-4)!} = 3024$$

مثال (٥.٤) : لاعطاء رمز لانتاج معين باعتماد ثلاثة حروف ورقمين من الارقام من ١ الى ٦ ، وعلى ان تسبق الحروف الارقام وان يستخدم الحرفين A و B فقط. فما هو عدد التراميز المختلفة الممكنة مع الاهتمام بالترتيب.
الحل لـ (٥.٤) :

- بالنسبة لحروف ، فان كل من A و B بالامكان ان تظهر بطريقتين ، وعليه فان الحروف الثلاثة يمكن ترتيبها بـ ٨ طرق ، اي : $8 = (2)\ (2)\ (2) = ({}_2P_1)\ ({}_2P_1)\ ({}_2P_1)$ وهي :

ABA, ABB, BBB, BAA, BAB, AAB, AAA, BBA

- بالنسبة للارقام ، فيمكن ترتيبها كالاتي : $36 = (6)(6) = ({}_6P_1)\ ({}_6P_1)$ ، وعليه فان مجموع عدد التراميز الممكنة التي تتضمن كل منها ثلاثة حروف ورقمين هي : $(8)(35) = 288$

٤-٢-٤ التباديل المميزة Distinct Permutations

وهي الحالة التي تؤخذ فيها كافة اجزاء العناصر n ، اي :

$n = r_1 + r_2 + \ldots.. + r_k$ ، وعليه فان حساب عدد التباديل الممكنة يتم باستخدام الصيغة التالية :

$$P = \frac{n!}{r_1!\, r_2! \ldots.. r_k!}$$

مثال (٦.٤) : ماهي عدد الطرق الممكنة التي يمكن فيها ترتيب ٣ طاولات سوداء و ٢ حمراء و ٧ خضراء بشكل مستقيم ؟

الحل لـ (٦.٤) : لدينا $n = 3 + 2 + 7 = 12$ ، وبتطبيق صيغة التباديل المميزة نحصل على :

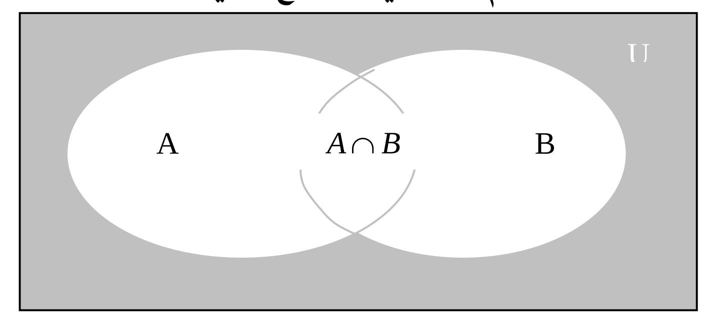
$$P = \frac{n!}{r_1!\, r_2! \ldots.. r_k!} = \frac{12!}{(3!)(2!)(7!)} = 7920$$

٣-٤ حالات وقوع الاحداث Operation of Events

٤-٣-١ الاحداث المتقاطعة (المتصلة) Intersection (Joint) Events

وهي الاحداث التي تقع في وقت واحد ، وبذلك فان مجموعة التقاطع التي تشتمل على العناصر المشتركة للحدثين A و B نرمز لها بـ $A \cap B$ تنتمي لكلا الحدثين ، فمثلا عند رمي زهرتي نرد في ان واحد وحصل ظهور الرقم ٤ على الزار الاول والرقم ٤ ايضا على الزار الثاني فهو حدث متقاطع وكما نبين في الشكل رقم (٢.٤)

الشكل رقم (٢.٤) : يمثل تقاطع حدثين



مثال (٧.٤) : اوجد تقاطع الحدثين A و B التاليين .

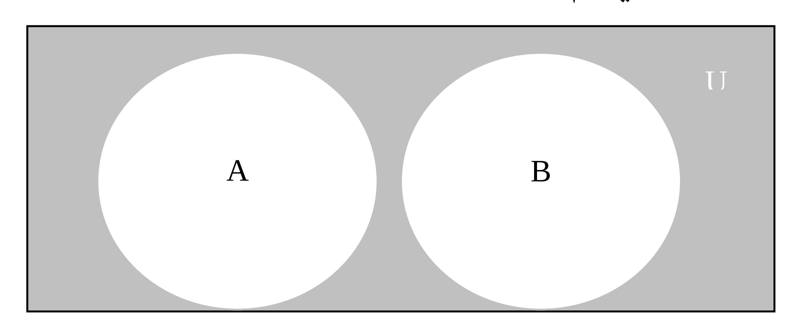
$$A = \{3,2,5,6\}$$
$$B = \{5,4,7,9\}$$

الحل لـ (٧.٤) : التقاطع هو : $A \cap B = \{5\}$

٢.٣.٤ الاحداث المتنافرة (غير المتصلة) Mutually Exclusive Events

وهي الاحداث التي لايمكن وقوعها سوية في آن واحد ، فمثلا لايمكن ظهور وجهي العملة في آن واحد عند رميها ، وبذلك فهي احداث متنافرة ، كما لايمكن الحصول على نجاح وفشل في آن واحد ، وبذلك فليس هناك منطقة تقاطع ، اي : $A \cap B = \phi$ ، وكما مبين في الشكل رقم (٣.٤) .

شكل بياني رقم (٣.٤) : يمثل الاحداث المتنافرة (غير المتصلة)



مثال (٨.٤) : حدد حدث التقاطع للاحداث التالية :

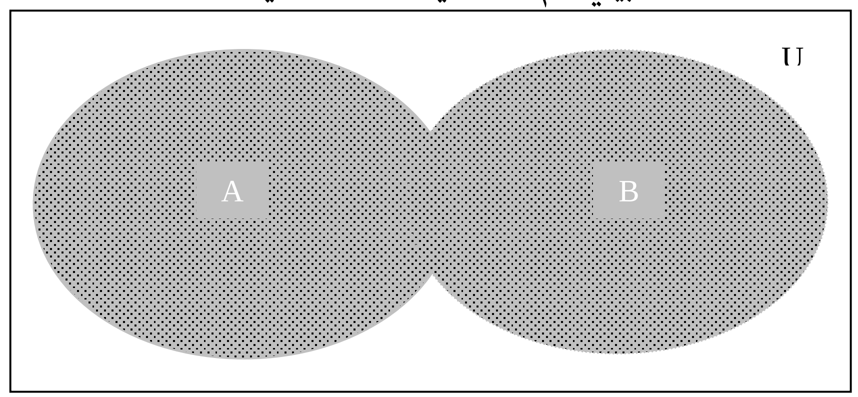
$$A = \{o, p, q, r, s\}$$
$$B = \{t, n, w, z, k\}$$

الحل لـ (٨.٤) : حيث انه لا توجد عناصر مشتركة بين الحدثين اي: $A \cap B = \phi$، اذن لا يوجد حدث متقاطع بين A و B .

٤-٣-٣ اتحاد الأحداث Union of Events

وهي الأحداث التي تحتوي على كافة العناصر التي تنتمي للحدثين A و B سواء جاء وقوعها جميعا او باي منها ، فعند وصول الرزمة البريدية المعينة لايهم ان جاء بها ساعي بريد واحد او ساعيين اثنين ، ويرمز لاتحادهما بـ $A \cup B$، وكما مبين في الشكل البياني رقم (٤.٤) .

الشكل البياني رقم (٤.٤) : يمثل اتحاد الحدثين $A \cup B$



مثال (٩.٤) : اوجد اتحاد الحدثين A و B التاليين :

$$A = \{2,3,5,8\}$$
$$B = \{3,6,8\}$$

الحل لـ (٩.٤) : حيث لايجوز تكرار العنصر اكثرمن مرة واحدة ، يكون لدينا :

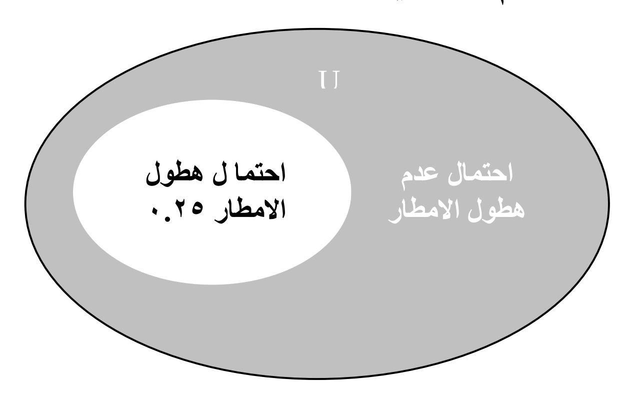
$$A \cup B = \{2,3,5,8\} \cup \{3,6,8\}$$
$$A \cup B = \{2,3,5,6,8\}$$

٤-٣-٤ الاحداث الشاملة لكافة العناصر

Collectively Exhaustive Events

وهي مجموعة الاحداث المعلومة المتضمنة لكافة العناصر ، ولكون الحدثين متنافرين (غير متصلين) فان مجموع وقوعها يساوي ١ . فمثلا اذا كان هطول الامطار احتماله ٠.٧٥ فان احتمال عدم هطول الامطار هو ٠.٢٥ . وكما مبين في الشكل رقم (٥.٤) .

الشكل رقم (٥.٤) : يمثل الاحداث الشاملة لكافة العناصر



مثال (١٠.٤) : لدينا صندوق يضم ١٠ كرات بيضاء و٢٠ كرة سوداء و٣٠ كرة حمراء ، فما هو احتمال سحب كرة بيضاء او سوداء او حمراء ؟

الحل لـ (١٠.٤) : لدينا :

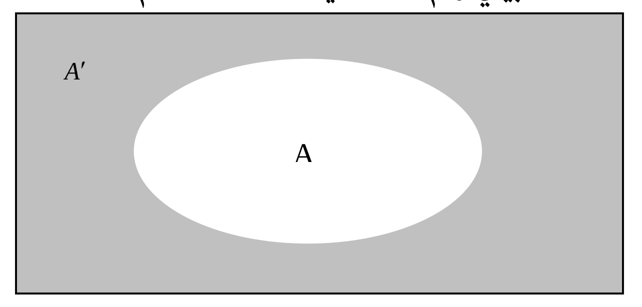
$$\frac{10}{60}+\frac{20}{60}+\frac{30}{60}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{6}{6}=1$$

٤-٣-٥ الاحداث المتممة (المكملة) Complementary Events

ان الحدث المتمم ولنرمز له بـ A' هو مجموعة العناصر التي يتضمنها فضاء العينة U من غير الواقعة في الحدث A ، وبذلك فان مجموع الحدث A و الحدث المتمم A' يمثلان فضاء العينة كما مبين في الشكل البياني رقم (٦.٤) . اي:

$$P(A)+P(A')=1$$
$$P(A)=1-P(A')$$
$$P(A')=1-P(A)$$

الشكل البياني رقم (٦.٤) : يمثل الحدث المتمم A'



مثال (١١.٤) : المطلوب ايجاد الحدث المتمم A' للحدث A التالي :

$$U = \{1,5,4,6,8,3,9\}$$
$$A = \{4,8,9,4\}$$

الحل لـ (١١.٤) : بطرح الحدث من فضاء العينة نحصل على :

$$A' = U - A$$
$$= \{1,5,4,6,8,3,9\} - \{4,8,9,4\}$$
$$= \{1,3,6\}$$

٤-٤ قواعد ونظريات الاحتمالات
Probability Theorem and Axioms

اذا رمزنا للاحتمال بالدالة P فان قيمة احتمال الحدث A في فضاء العينة U هو P(A) ، وهذا الاحتمال يجب ان يكون مستوفيا للقواعد والنظريات التالية .

٤-٤-١ قواعد الاحتمالات Probability Axioms

(١) القاعدة الاولى : احتمال الحدث يقع بين الصفر و الواحد ، اي :

$$0 \le p(A) \le 1$$

(٢) القاعدة الثانية : ان احتمال كافة عناصر الفضاء U يساوي ١ ، اي :

$$p(U) = 1$$

(٣) القاعدة الثالثة : الجمع في حالة الاحداث المتنافرة (غير المتصلة) ، ومفادها اذا كانت :

$A_1, A_2, A_3, ...$ هي احداث متنافرة ، اي : $A_{i \cap j} = \phi, i \neq j$ فان :

$$P(A_1 \cup A_2 \cup .....) = P(A_1) + P(A_2) + ...$$

ان القواعد الثلاث هي مسلمات (حقائق) Axioms لاتحتاج الى براهين . ومنها نستدل على ان حدود التكرار النسبي الذي يمثل احتمال الحدث يقع بين ٠ و١ . وان الحدث المستحيل يكون احتماله دائما ٠ ، والحدث التام المؤكد احتماله ١، بينما احتمال الاحداث الاخرى تقع بين ٠ و١ .

مثال (١٢.٤) : اشترك ثلاث اشخاص في اختبار الحصول على وظيفة ، وكان احتمال نجاح الاول ولنرمز له بـ A هو ضعف احتمال نجاح الثاني ولنرمز له بـ B وان احتمال نجاح B هو ضعف احتمال نجاح الثالث ولنرمز له بـ C ، فما هو احتمال نجاح كل من الاشخاص الثلاثة في الاختبار ؟

الحل لـ (١٢.٤) :

- لدينا :

$$P(C) = X$$
$$P(B) = 2X$$
$$P(A) = 4X$$

- حيث ان مجموع الاحتمال (النجاح) هو ١ ، يكون لدينا :

$$X+2X+4X = 1$$
$$7X = 1$$
$$X = \frac{1}{7} = 0.149$$

- وبالتعويض نحصل على :

$$P(C) = \frac{1}{7} = 0.149$$
$$P(B) = \frac{2}{7} = 0.280$$
$$P(A) = \frac{4}{7} = 0.571$$

٤-٤-٢ نظريات الاحتمالات Probability Theorems

(١) نظرية الاحتمال المتمم : $p(A') = 1 - p(A)$

البرهان : لدينا $U = A \cup A'$ و $A \cap A' = \phi$

فأن : $P(A) + P(A') = 1$

عليه : $P(A) = 1 - P(A')$

(٢) نظرية احتمال الحدث المستحيل يساوي صفر ، اي : $P(\varnothing)=0$.

البرهان :

حيث : $A = \phi$

فان : $A' = U$

عليه : $P(\phi) = 1 - P(U) = 1 - 1 = 0$

(٣) نظرية جمع الاحتمالات

- **القاعدة العامة :**

وهي تخص جمع الاحتمالات في حالة الاحداث المتقاطعة (المتصلة) ، وصيغتها تاخذ الشكل التالي :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

البرهان : حيث ان منطقة التقاطع $A \cap B$ تتكرر مرتين لكل من الحدث A و الحدث B ، مما يستوجب طرح واحدة منهما للحصول على مجموع احتمال $P(A \cup B)$ ، وعقب الطرح تصبح الصيغة كما في اعلاه وهي :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

مثال (١٣.٤) : اذا كان احتمال ان ينجح الطالب بمادة الرياضيات ولنرمز لها بـ $M = 0.6$ ، واحتمال ان ينجح في مادة الاحصاء ولنرمز له بـ $S = 0.4$ ، واحتمال ان ينجح الطالب باحدهما هو ٠.٨ ، فما هو احتمال ان ينجح بكل من مادتي الرياضيات والاحصاء ؟

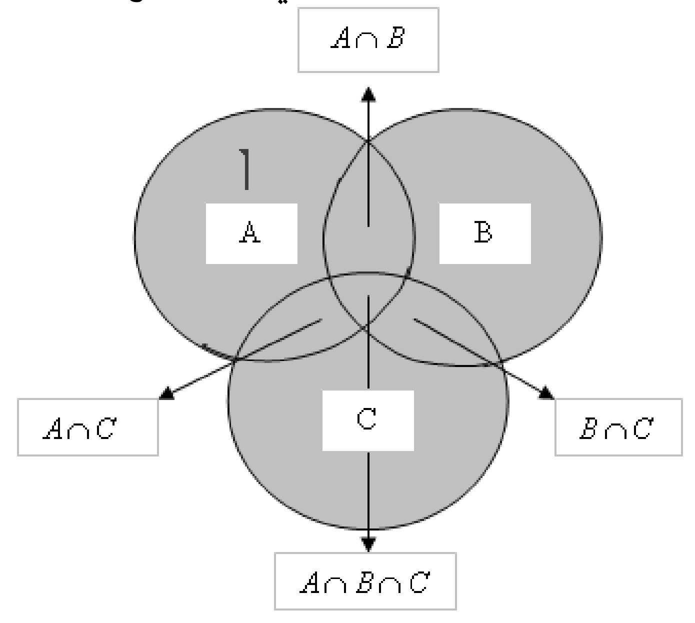
الحل لـ (١٣.٤) : باستخدام صيغة الجمع للاحداث المتقاطعة ، نحصل على :

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S)$$
$$P(M \cup S) = 0.6 + 0.4 - 0.8 = 0.2$$

اما في حالة تعدد الاحداث ، تصبح قاعدة الجمع في حالة الاحداث المتقاطعة والمتمثلة بالشكل البياني رقم (٧.٤) كما يلي :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

الشكل البياني رقم (٧.٤)
تعدد الاحداث المتقاطعة في قاعدة الجمع



- **القاعدة الخاصة :**

وتستخدم في حالة الاحداث المتنافرة (غير المتصلة) ، وهي الحالة التي يقع فيها حدثين في ان واحد . وصيغتها هي :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

البرهان : حيث ان : $P(A\cap B)=\phi$ ، يكون لدينا :

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

مثال (١٤.٤) : صف دراسي يضم ١٢ طالب و ٢٠ طالبة ، نصف الطلاب والطالبات عيونهم ملونة ،اخذنا شحص بصورة عشوائية من نصف العدد ، فما هو احتمال ان يكون الطالب لون عينيه ملونة .

الحل لـ (١٤.٤) :

نرمز للطالب المختار بـ A فيكون لدينا : $P(A)=\frac{12}{32}$

نرمز للشخص المختار في حالة لون عينيه كانت ملونة بـ B فيكون لدينا :

$$P(B)=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$$

احتمال الطلبة الذين عيونهم ملونة هو : $P(A\cap B)=\frac{6}{32}$

اذن احتمال ان يكون طالب او لون عينيه ملونة هو :

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cup B)=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}-\frac{6}{32}=\frac{11}{16}$$

مثال (١٥.٤) : ما هو احتمال الحصول على مجموع مقداره ٧ ومجموع مقداره ١١ عند رمي زهرتي نرد لمرة واحدة .

الحل لـ (١٥.٤) :

نرمز لحصول المجموع ٧ بـ A

نرمز لحصول المجموع ١١ بـ B

حيث ان عدد الحالات المتوقع ان يظهر فيها الرقم ٧ هي ٦ حالات ، وعدد الحالات التي يظهر فيها الرقم ١١ هي ٢ حالة من مجموع عناصر العينة البالغ عددها :

٦*٦ = ٣٦

فيكون لدينا : $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ و $P(B)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

وبما ان الاحداث متنافرة ، اي عدم امكان حصول المجموعين في ذات الوقت ، فان :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{2}{9} = 0.222$$

(٣) نظرية ضرب الاحتمالات

- **القاعدة العامة (الاحتمال الشرطي) :**

وهي الحالة التي تحصل مع العينات بدون اعادة ، ومفادها ان كان الحدثين A و B يعتمد احدهما على الاخر (الاحداث غير المستقلة)، فان وقوعها يكون سوية ، وهو ما يعرف بالاحتمال الشرطي ، كما هو الحال مثلا ان يزداد انفاق الاسرة ولنرمز له بـ B اذا ازداد دخلها ولنرمز له بـ A ، اي :

$$P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

بشرط $P(A) \rhd 0$

وان $P(B / A)$ تقرأ احتمال وقوع الحدث B بشرط وقوع الحدث A .

البرهان :

من الصيغة $P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ نحصل على القاعدة :

$$P(A \cap B) = P(A) P(B / A)$$

نفس الشئ ، من الصيغة $P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ، بشرط $P(B) \rhd 0$

نحصل على :

$$P(A \cap B) = P(B) P(A / B)$$

وحيث ان : $P(A \cap B) = P(B) P(A / B) \quad = \quad P(A \cap B) = P(A) P(B / A)$ ،

اي : $P(A / B) = P(B / A)$

مثال (١٦.٤) : صندوق يحتوي على ٧ اقراص زرقاء و ٣ حمراء ، تم سحب قرصين على التوالي عشوائيا من دون اعادة ، فما هو احتمال ان يكون القرص الاول هو احمر والثاني هو ازرق ؟

الحل لـ (١٦.٤) :

نرمز للقرص الاحمر بـ R ، فيكون لدينا $P(R)=\frac{3}{10}$

نرمز للقرص الازرق بـ B ، فيكون لدينا $P(B/R)=\frac{7}{9}$

وباستخدام قاعدة الضرب في حالة الاحداث المتقاطعة نحصل على :

$$P(R\cap B)=P(R)P(B/R)=\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{9}\right)=\frac{7}{30}=0.2233$$

مثال (١٧.٤) : ما هو احتمال ان يظهر المجموع ٧ عند رمي زهرتي نرد ، واحتمال ان احد الوجهين يحمل الرقم ١ ؟

الحل لـ (١٧.٤) :

نرمز لظهور الوجه ١ بـ A

نرمز لظهور المجموع ٧ بـ B

عليه فمن مجموع عناصر فضاء التجربة البالغ ٣٦ فان:

عدد احداث $A\cap B$ هو ٢ هما :

(١,٦) و (٦,١)

وان عدد احداث B هي ٦ ، اي :

(١,٦) (٦,١) (٢,٥) (٥,٢) (٣,٤) (٤,٣)

عليه فان : $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

■ **القاعدة الخاصة :**

وهي الحالة التي تتحقق مع الاحداث المتنافرة (المستقلة) مع العينات بالاعادة ، ومفادها اذا كان الحدثين A و B مستقلين ، اي ان وقوع احدهما لايؤثر على الاخر ، فان احتمال وقوعهما يكون مساويا لحاصل ضرب احتمالي الحدثين ، اي :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

البرهان :

لدينا : $P(B/A) = P(B)$ و $P(A/B) = P(A)$

فان القاعدة العامة الشرطية والتي هي : $P(A \cap B) = P(A)P(B/A)$ تصبح :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

ونفس الشئ عند : $P(A \cap B) = P(B)P(A/B)$ نحصل على :

$$P(A \cap B) = P(B)P(A)$$

مثال (١٨.٤) : اذا كان احتمال ترقية احمد في الوظيفة ولنرمز له A هي ٠.٧ واحتمال زواج سكرتيرته ولنرمز له بـ B هو ٠.٣ ، فما هو احتمال وقوع كلا الحدثين ؟

الحل لـ (١٨.٤) : بتطبيق صيغة قاعدة الضرب الخاصة للاحداث المستقلة نحصل على :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = (0.7)(0.3) = 0.21$$

مثال (١٩.٤) : ما هو احتمال سحب ورقة لعب عشوائيا ان تكون الملك ولنرمز لها بـ K من مجموعة ورق الشدة البالغ عددها ٥٢ ، وما هو احتمال ان تكون ورقة الملك المسحوبة هي سوداء ولنرمز لها بـ B ؟

الحل لـ (١٩.٤) : ان مجموعة شدة ورق اللعب تتضمن : ٤ اوراق ملك ، وان لون نصف الشدة سوداء والنصف الاخر حمراء ، وبذلك فهناك ورقتي ملك حمراء واثنتان سوداء .

وبذلك فان احتمال سحب ورقة لعب عشوائيا ان تكون الملك هو :

$$P(K) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

واحتمال ان تكون ورقة الملك المسحوبة هي سوداء هو :

$$P(K/B) = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}$$

وبذلك فان سحبب الورقة السوداء هي مستقلة لا تؤثر على احتمال كونها ملك ، اي

$$P(K) = P(K/B)$$

٤-٥ نظرية بيز Bay's Theorem

بموجب نظرية الاحتمالات الكلية Total Probability Theorem ، اذا كانت :

$B_1, B_2, ..., B_k$ هي احداث متنافرة (غير متصلة) ، تشكل اجزاء لفضاء العينة U وكما مبين في الشكل رقم (٨.٤) ، فان اي حدث وليكن A في الفضاء $A \in U$ ، يشكل احداث متقاطعة ، وان صيغة حساب احتماله هي :

$$A = (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup .... \cup (B_k \cap A)$$

وان : $$P(A) = P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + ... + P(B_k \cap A)$$

أي : $P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A)$ ، $P(A) \triangleright 0$ ، $i = 1,2,....k$ ،

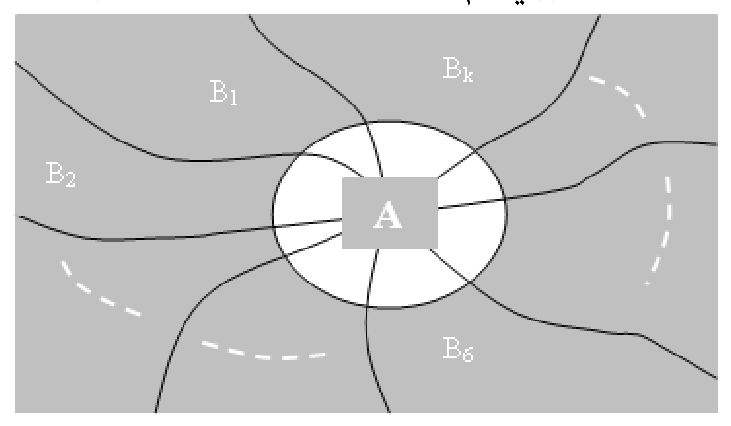
فنحصل على :

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i) P(A/B_i)$$

وبموجب نظرية بيز Bay's Theorem ، فان قيمة احتمال اي حدث من B_i`s وليكن مثلا B_k بشرط وقوع الحدث A هو :

$$P(B_k/A) = \frac{P(B_k)P(A/B_k)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A/B_i)}$$

الشكل البياني رقم (٨.٤) : أجزاء الفضاء U ونظرية بيز



مثال (٢٠.٤) : اذا كان لدينا :

الصندوق B_1 يحتوي على ٢ قرص احمر R و ٤ قرص ابيض W ،

الصندوق B_2 يحتوي على ١ قرص احمر R و ٢ قرص ابيض W ،

الصندوق B_3 يحتوي على ٥ قرص احمر R و ٤ قرص ابيض W ،

والمطلوب ايجاد احتمال اختيارقرص احمر عشوائيا ، واحتمال القرص المسحوب من الصندوق B_1 بشرط ان يكون احمر .

الحل لـ (٢٠.٤) : ان احتمال اختيار كل من الاوعية هو :

$$P(B_3)=\frac{9}{18}=\frac{1}{2} \quad ، \quad P(B_2)=\frac{3}{18}=\frac{1}{6} \quad ، \quad P(B_1)=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$$

وان احتمال الحدث R ، اي اختيار قرص عشوائيا هو عبارة عن اتحاد الاحداث المتقاطعة، اي :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(B_1 \cap R)+P(B_2 \cap R)+P(B_3 \cap R) \\ &= P(B_1)P(R/B_1)+P(B_2)P(R/B_2)+P(B_3)P(R/B_3) \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{9}\right)=\frac{4}{9} \end{aligned}$$

احتمال اختيار قرص احمر بشرط من الصندوق الاول هو :

$$P(B_1 / R) = \frac{P(R \cap B_1)}{P(R)} = \frac{P(B_1)P(R / B_1)}{P(R)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{9}\right)} = \frac{2}{8} = 0.25$$

مثال (٢١.٤) : ثلاث سكرتيرات يطبعن جميع مراسلات مكتب ما ، فاذا كانت :

السكرتيرة A تطبع ٠.٤ من المراسلات ، واحتمال ان تخطأ في الطباعة هو ٠.٠٢

السكرتيرة B تطبع ٠.٣ من المراسلات ، واحتمال ان تخطأ في الطباعة هو ٠.٠٣

السكرتيرة C تطبع ٠.٣ من المراسلات ، واحتمال ان تخطأ في الطباعة هو ٠.٠٤

وتم سحب ورقة من مراسلات ذلك المكتب فوجد فيها خطأ ، فما هو احتمال ان تكون السكرتيرة B هي التي طبعتها ؟

الحل لـ (٢١.٤) : نرمز للخطأ بـ E ، فيكون لدينا :

$$P(E) = P(A)P(E / A) + P(B)P(E / B) + P(C)P(E / C)$$

$$= (0.4)(0.02) + (0.3)(0.03) + (0.3)(0.04) = 0.029$$

وعليه ، فاحتمال طبع الخطأ من قبل B هو :

$$P(B / E) = \frac{P(B)P(E / B)}{P(A)P(E / B) + P(B)P(E / B) + P(C)P(E / C)}$$

$$= \frac{0.009}{0.029} = 0.31$$

مثال (٢٢.٤) : الجدول التالي يوضح عدد الشركات التي تم الاستثمار فيها مصنفة حسب الدولة والصناعة.

الدولة	الصناعات الكيميائية B_1	صناعة النقل B_2	صناعة المكائن والمعدات B_3	المجموع
A_1	١٩	١٣	٢	٣٤
A_2	٨	٦	٢	١٦
المجموع	٢٧	١٩	٤	٥٠

والمطلوب ايجاد احتمال الشركة المختارة ستكون :

- شركة المكائن والمعدات B_3 من الدولة A_2
- شركة نقل B_2
- شركة المكائن والمعدات B_3 بشرط من الدولة A_2
- اما الدولة A_1 او المكائن والمعدات B_3

الحل لـ (٢٢.٤) :

- احتمال الشركة المختارة هي شركة المكائن والمعدات B_3 من الدولة A_2

$$P(B_3 \cap A_2) = P(A_2)P(B_3 / A_2) = \left(\frac{16}{50}\right)\left(\frac{2}{16}\right) = \frac{2}{50}$$

- احتمال الشركة المختارة هي شركة نقل B_2

$$\begin{aligned} P(B_2) &= P(A_1 \cap B_2) + P(A_2 \cap B_2) \\ &= P(A_1)P(B_2 / A_1) + P(A_2)P(B_2 / A_2) \\ &= \left(\frac{34}{50}\right)\left(\frac{13}{34}\right) + \left(\frac{16}{50}\right)\left(\frac{6}{16}\right) = \frac{19}{50} \end{aligned}$$

- احتمال شركة المكائن والمعدات B_3 بشرط الدولة A_2

$$P(A_2) = P(A_2 \cap B_1) + P(A_2 \cap B_2) + P(A_2 \cap B_3)$$
$$= P(B_1)P(A_2 / B_1) + P(B_2)P(A_2 / B_2) + P(B_3)P(A_2 / B_3)$$
$$= \left(\frac{27}{50}\right)\left(\frac{8}{27}\right) + \left(\frac{19}{50}\right)\left(\frac{6}{19}\right) + \left(\frac{4}{50}\right)\left(\frac{2}{4}\right) = \frac{16}{50}$$

$$P(B_3 / A_2) = \frac{P(B_3 \cap A_2)}{P(A_2)}$$

$$= \frac{\frac{2}{50}}{\frac{16}{50}} = \left(\frac{2}{50}\right)\left(\frac{50}{16}\right) = \frac{1}{8}$$

◆ احتمال اما الدولة A_1 او شركة المكائن والمعدات B_3

$$P(A_1 \cup B_3) = P(A_1) + P(B_3) - P(A_1 \cap B_3)$$
$$= P(A_1) + P(B_3) - P(B_3)P(A_1 / B_3)$$
$$= \frac{34}{50} + \frac{4}{50} - \left(\frac{4}{50}\right)\left(\frac{2}{4}\right) = \frac{2}{50}$$

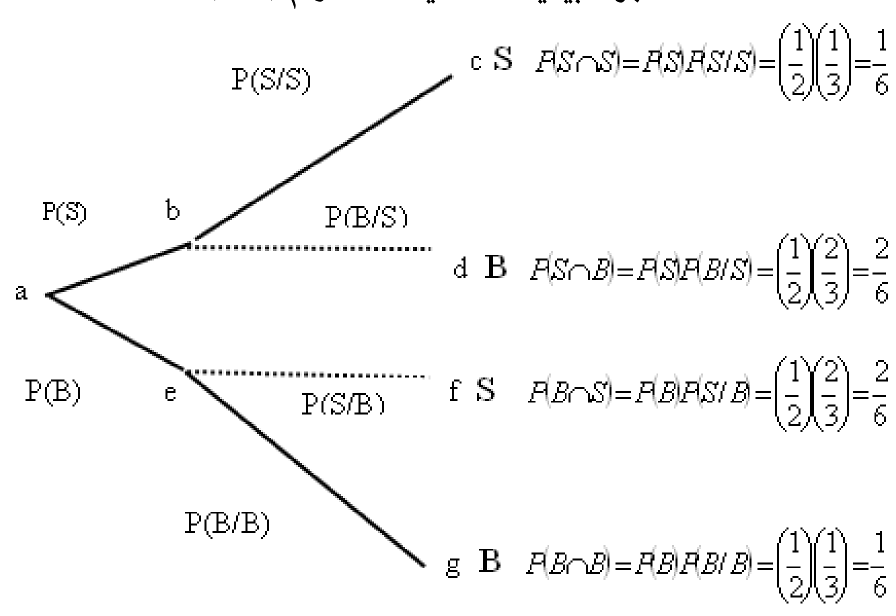
٦.٤ الشجرة البيانية للاحتمالات Tree Probability Diagram

يساعد استخدام مخطط الشجرة البيانية للاحتمالات على فهم وحل المسائل الاحتمالية ، حيث يتمثل فضاء العينة باصل الشجرة ، واجزاء الفضاء بفروعها ، ويقسم كل فرع الى فروع جديدة اخرى مساوية لعدد احداث (او نتائج) التجربة العشوائية .

مثال (٢٣.٤) : بموجب الجدولة المعدة من قبل احد النوادي ليومي الخميس والسبت هو ان يتم سباقين لكرة القدم وسباقين لكرة السلة . الا انه مصادفة اجراء اعمال صيانة في ساحة الالعاب ، اصبح الحال لايسمح باكثر من لعبتين . فتقرر ان يتم اختيار هاتين اللعبتين عشوائيا . فما احتمالات النتائج المتوقعة .

الحل لـ (٢٣.٤) : لنرمز للعبة كرة القدم بـ S ، وللعبة كرة السلة بـ B ، فان النتائج المتوقعة هي كما مبين في الشكل البياني رقم (٩.٤) التالي .

شكل بياني رقم (٩.٤)
الشجرة البيانية الاحتمالية للمتال رقم (٢٣.٤)



ومن الشكل البياني (٩.٤) اعلاه نستدل بان النتجة المحتملة للاختيار يتمثل بفرعين هما : لعبة كرة القدم S او لعبة السلة B ، وان كل فرع يؤدي الى نقطة ، ومن كل نقطة ينتج عنها فرعين ايضا تدعى بالمسالك ، وهذه المسالك تؤدي الى اربعة خيارات هي :

- الاختيار الاول : يتمثل بالمسلك a الى b الى c
- الاختيار الثاني : يتمثل بالمسلك a الى b الى d
- الاختيار الثالث : يتمثل بالمسلك a الى e الى f
- الاختيار الرابع : يتمثل بالمسلك a الى e الى g

والنقاط تمثل الاحداث المتقاطعة ، والمنطقة المحصورة بين نقطتين تمثل الاحتمال الشرطي لحدث الفرع المعني ، ومجموع احتمال الشجرة الذي هو ١ عند النقطة a ، اي :

$$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=\frac{6}{6}=1$$

مثال (٢٤.٤) : المطلوب رسم شجرة بيانية توضح احتمالات سحب ٣ وحدات انتاج مصنفة الى:صالحةN (Non-defective) وغير صالحة D (Defective)
مع بيان عناصر فضاء العينة لمختلف مسالك الشجرة .

الحل لـ (٢٤.٤) :

- بموجب نظرية الاحتمال الكلية Total Probability Theorem ، فان عدد عناصر الفضاء المتوقعة هو :

$$n_1 * n_2 * n_3 = ({}_2P_1)({}_2P_1)({}_2P_1) = (2)(2)(2) = 8$$ ،

- وهذه العناصر المتوقعة هي :

DDD , DDN , DND , DNN , NDD , NDN , NND , NNN

- وعرضها بيانيا هو كما مبين في الشكل البياني رقم (١٠.٤) .

الشكل البياني رقم (١٠.٤)
الشجرة البيانية للمثال رقم (٢٤.٤)

D=0.5

$D = \frac{1}{3}$

$D = \frac{4}{6}$ → $DDD = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{6}\right) = \frac{4}{36}$

$N = \frac{5}{6}$ → $DDN = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{36}$

$N = \frac{2}{3}$

$D = \frac{3}{6}$ → $DND = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{6}\right) = \frac{6}{36}$

$N = \frac{4}{6}$ → $DDN = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{6}\right) = \frac{8}{36}$

N=0.5

$D = \frac{2}{3}$

$D = \frac{2}{6}$ → $NDD = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{6}\right) = \frac{4}{36}$

$N = \frac{3}{6}$ → $NDN = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{6}\right) = \frac{6}{36}$

$N = \frac{1}{3}$

$D = \frac{1}{6}$ → $NND = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{36}$

$N = \frac{2}{6}$ → $NNN = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{6}\right) = \frac{2}{36}$

تمارين الفصل الرابع

تمرين (١.٤) : هيئة ادارية تتكون من ٨ اعضاء ، فما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها من ٣ اعضاء

تمرين (٢.٤) : لدينا $_{n}P_{2} = 36$ ، والمطلوب ايجاد قيمة n .

تمرين (٣.٤) : اذا كان المطلوب هوالاهتمام بالترتيب ، وكان لدينا خمسة رجال و ٤ نساء ، فما هو : ا-عدد الطرق الممكنة التي يستطيع ان يجلس فيها الرجال والنساء في صف واحد ، ب- عدد الطرق الممكنة ان يجلسوا فيها اذا كان على النساء اي يجلسوا بجانب بعضهم البعض ؟

تمرين (٤.٤) : اذا كان احتمال قبول طالب في الجامعة A هو ٠.٣ وقبوله في الجامعة B هو ٠.٢ واحتمال قبوله باحداهما هو ٠.٤ ، فما هو احتمال قبوله بكلا الجامعتين ؟

تمرين (٥.٤) : حقيبة تحتوي على ٦ كراة زرقاء و٤ كراة زرقاء و ٤ حمراء ، وتم اختيار كرة واحدة عشوائيا . فما هو احتمال ان تكون هذه الكرة أ- حمراء ب- بيضاء .

تمرين (٦.٤) : لدينا صندوق يحتوي على ٢٠ مصباح ، ٥ بينها معطوبة ، وسحبنا مصباحين عشوائيا من دزن اعادة ، فما هو احتمال ان يكون كلا المصباحين معطوبة .

تمرين (٧.٤) : ادا كان احتمال ارتفاع درجة البرودة غدا هو ٠.٦ ، واحتمال ان تسقط الثلوج في حالة حصول الارتفاع في درجة البرودة هو ٠.٧ ، فما هو احتمال ارتفاع درجة البرودة وسقوط الثلح غدا؟

تمرين (٨.٤) : قام احد النوادي الاجتماعية بتسمية ثلاثة اشخاص لمنصب رئيس النادي ، وهذه الاسماء هي : A و B و C ، ووفقا للتوقعات فان احتمال فوز A هو ٠.٣ واحتمال فوز B هو ٠.٥ واحتمال فوزC هو ٠.٢ ، وصرح A بانه في حالة فوزه سيرفع اجور الاشتراك في النادي بنسبة ٠.٨ وان B و C بينا بان الارتفاع بمبلغ الاشتراك

سيكون بنسبة ٠.١ و ٠.٤ على التوالي ، فما هو احتمال ان تكون هناك زيادة في اجور عضوية التادي المذكور .

تمرين (٩.٤) : اذا كانت محتويات صندوقين من الساعات هي كالاتي :
الصندوق الاول يحتوي على ٧ ذهبية و٣ فضية ، والثاني يضم ٩ ذهبية و٦ فضية ، وتم اختيار احد الصندوقين عشوائيا ، واخذت منه ساعة بطريقة عشوائية ايضا ، فما هو : أ- احتمال ان الساعة هي ذهبية ب- احتمال ان الساعة الذهبية هي من الصندوق الثاني .

تمرين (١٠.٤) : اذا كانت نسبة الافراد الذين دمهم من صنف A هو ٠.٢ في مجتمع ما ، فما هو احتمال :
ا- عند اختيار احد الافراد عشوائيا ان يكون دمه من صنف A ب- اختيار فردين عشوائيا ان يكون دمهما من صنف A ج- اختيار فردين عشوائيا ان لايكون دمهما من صنف A . مبينا الاجابة على شكل شجرة بيانية .

الفصل الخامس

اختبار الفروض وتحليل التباين
Hypothesis Testing and Analysis of Variance

١-٥ المفهوم والخصائص Definition and Properties

وهو من الأدوات الإحصائية الواسعة الاستخدام والمهمة ويعتبراحد المواضيع الرئيسية للاستدلال الاحصائي ويدخل بصورة خاصة تحت موضوعي التوزيعات الاحتمالية Probability Distributions و توزيع المعاينةSampling Distribution، واستخدامه يستهدف الوصول الى قرار بشان قبول او رفض فرضية محددة وفقا لمعطيات العينة المتوفرة لدى متخذ القرار . ويمكن اجمال اهم اهداف عملية الاختبار بما يلي :

- تقدير المعلمة المعتمدة على معطيات العينة المسحوبة من المجتمع للتوصل الى درجة الاعتمادية على نتائج العينة في تمثيلها للمجتمع ، ولتقريب الصورة نفترض بان شركة ما تريد التاكد من ان انتاجها مطابق للمواصفات المقررة ، فتقوم بسحب عينة واختبار نتائجها لمعرفة ان كانت فعلا قد وفرت هذه المواصفات في العملية الانتاجية، او ان تدعي الشركة بان هكذا مواصفات موجودة في انتاجها ، وتقوم جهة بحثية او حكومية مختصة بسحب عينة لاختبار صحة ادعاء الشركة من عدمه وهكذا .
- اختبار الفروق بين النتائج الفعلية للعينة والنتائج الفرضية المتوقعة ، وهذه الفروق قد تكون نتيجة فروق زمنية او مكانية او ظروف معينة سواء اكان هذا يتغلق بسلع او خدمات اوغيرها من الانشطة المتماثلة ومثل هذه الفروق قد تظهر ايضا في نفس الزمن و ذات المكان على نطاق فروع تعود لنفس البنك او المنظمة او المؤسسة تمارس نشاط مالي او اجتماعي او انتاجي او غيره.

واهم الأسس التي تقوم عليها عملية اختبار الفروض هي :

٥-١-١ الفروض Hypotheses

وتتمثل بفرضيتين الاولى تدعى فرضية العدم Null hypotheses ويرمز لها عادة H_o وهي تتضمن الهدف المطلوب اختباره ، ففي حالة قبولها يعني انها متوافقة مع الهدف، اي عدم وجود ما يدعو الى رفض النتائج . والثانية تسمى بالفرضية البديلة Alternative hypotheses ويرمز لها H_1 ، فعند رفض H_o يعني قبول H_1 والعكس صحيح . وتاخذ الفرضيات الشكل التالي :

$$H_o : \mu = \overline{X}$$
$$H_1 : \mu \neq \overline{X}$$

فمثلا اذا كنا بصدد اختبار من ان معدل وزن الطالب في مجتمع الجامعة هو ٦٥ كغم او اقل ، فان الفرضية ستكون كالاتي :

$$H_o : \mu \leq 65$$
$$H_1 : \mu > 65$$

او اختبار من نسبة خاصية معينة في المجتمع تساوي ٠.٠٢ ، فان شكل الفرضية سيكون :

$$H_0 : P = 0.02$$
$$H_1 : P \neq 0.02$$

٥-١-٢ انواع الاخطاء

هناك نوعين من الاخطاء المتوقعة عند اجراء عملية الاختبار، هما :

(١) الخطأ من النوع الاول Type I error

فعند رفض فرضية العدم H_o ولكن كان يجب قبولها لان عملية الرفض هو نتيجة خطأ في المعطيات ، عندها نقع في الخطأ من النوع الاول وان احتمال الوقوع في مثل هذا الخطأ هو α وتدعى بمستوى الدلالة (المعنوية) Level of Significant وكما موضح في الفقرة (٧-١-٣) ، وكلما تقل قيمة α يقل احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الاول.

(٢) الخطأ من النوع الثاني Type II error

ويقع في حالة قبولنا لفرضية العدم H_o بينما كان يجب رفضها ، وان احتمال الوقوع في هذا الخطأ يرمز له β ويدعى بقوة الاختبار **Testing Power** وكما موضح في الفقرة (٥-١-٤) .

ولتقريب صورة وقوع هذه الاخطاء : لنفترض بان متوسط استهلاك الاسرة من القهوة في مدينة ما وفقا لمعطيات عينة هو $\bar{x} = 150$ غم شهريا ، وعلى فرض بان المتوسط الحقيقي لاستهلاك القهوة في المجتمع هو $\mu = 146$ غم شهريا . فان الاختبار سيعتمد على مقدار الفرق بين متوسطي العينة والمجتمع والذي هو ± 4 ، وعليه فمن المحتمل الوقوع باحدى الحالتين التالية :

الحالة الاولى : هو ان العينة قد تضمنت نسبة اعلى من الاشخاص من ذوي الاستهلاك العالي للقهوة، وبالتالي جاء متوسطها اعلى من الواقع ، عندها سنقع في الخطأ من النوع الاول α ، وهو استنتاج خاطئ .

الحالة الثانية : قد يكون الفرق بين متوسطي العينة والمجتمع هو صحيح نتيجة شمول العينة على نسبة اعلى من الاشخاص من ذوي الاستهلاك المنخفض وبالتالي جاء متوسطها صغير ومقارب لمتوسط المجتمع ، لكن بسبب اخطاء المعاينة ظهر لنا بان الفرق صغير و غير معنوي ، عندها يكون الاستنتاج خاطئ فنقع في الخطأ من النوع الثاني β .

ان تقليص احتمال الخطأ من النوع الاول يمكن ان يتم من خلال رفع قيمة مستوى المعنوية α فنجعلها مثلا ٠.٠٥ بدلا ٠.٠١ ، الاان ذلك يرفع من احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني ، والعكس صحيح فان تقليص احتمال الوقوع في الخطا من النوع الثاني يزيد من احتمال الوقوع في الخطا من النوع الاول . لذا فالامر يتطلب مراعاة اي من الخطئين يشكل خطورة اعلى . فالوقوع في الخطا الاول يعني حصول زيادة في ضخ مادة القهوة الى السوق ، في حين ان الوقوع في الخطا من النوع الثاني سيؤدي الى شحة في عرض القهوة .

٥-١-٣ مستوى المعنوية α Level of Significance

وهي تمثل الحد الاعلى لاحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الاول Type I error ، وبذلك فان مستوى المعنوية α هي تعين منطقة (مساحة) الرفض تحت منحنى توزيع اختبار الاحصاءة مثل t او f ...الخ . وعادة ما تستخدم القيم ٠.٠١ و ٠.٠٥ و٠.١٠ كمستوى معنوية .

٥-١-٤ قوة الاختبار β Testing Power

ان حالة قبولنا لفرضية العدم H_0 وهي غير صحيحة سيؤدي للوقوع في الخطأ من النوع التاني Type II error ، ، ويعتمد احتمال الوقوع في هذا الخطأ على مقدار الابتعاد (مستوى المعنوية α) عن H_o ، وعلى حجم العينة n ، وعلى الانحراف المعياري للمجتمع σ ، ونوع الاختبار ان كان من جانب واحد او من جانبين (موضوع الفقرة ٥-١-٧ التالية) ، وان صيغة حسابه هي :

$$\beta = \sqrt{\frac{n(\mu - \mu_o)}{\sigma}}$$

فمثلا لو كان لدينا : المتوسط الفرضي μ_o=25 , μ=25.6 , σ=11 , n=5000

فان قوة الاختبار β او احتمال رفض فرضية :

$$H_o : \mu_0 = 31$$

يتم بعد ايجاد قيمة متوسط العينة $\bar{x}$ الذي يؤدي الى رفض H_o وكالاتي :

فالخطأ المعياري ل $\bar{x}$ هو :

$$s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11}{\sqrt{5000}} = 0.155$$

وعند مستوى دلالة α =٠.٠٥ نرفض H_o اذا وقع $\bar{x}$ خارج :

$$25 \pm (1.96)(0.155)$$

$$٢٥ \pm 0.304$$

اي ان قرار رفض H_o هو اما :

$$\bar{x} < 24.696$$

أو

$$\bar{x} > 25.304$$

وان احتمال وقوع $\bar{x} < 24.696$ هو :

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{24.696 - 25.6}{0.155} = -5.832$$

ومن الملحق (٦) نجد : p (0 to -5.83) = 0

واحتمال وقوع $\bar{x} > 25.304$ هو :

$$z = \frac{25.304 - 25.6}{0.155} = -1.91$$

ومن الملحق رقم (٧) نجد : p (0 to – 1.91) = 0.9719

اذن ان قوة الاختبار β هي 0.9719 = 0.09719 + 0 بكلمة اخرى ان وقوع الخطأ من النوع الثاني يكون عند احتمال 0.0281 = 0.9719 – 1

٥-١-٥ اختبار من جانب واحد واختبار من جانبين

I tail test & II tails test

ويقصد به اتجاه الانحراف عن فرضية العدم هو باتجاه واحد او باتجاهين موزع على جانبين ، وهو ما يعتمد على صيغة فرضية العدم ، فاذا كانت الاشارة هي $\geq$ (اكبر من او يساوي) او $\leq$ (اقل من او يساوي) أي :

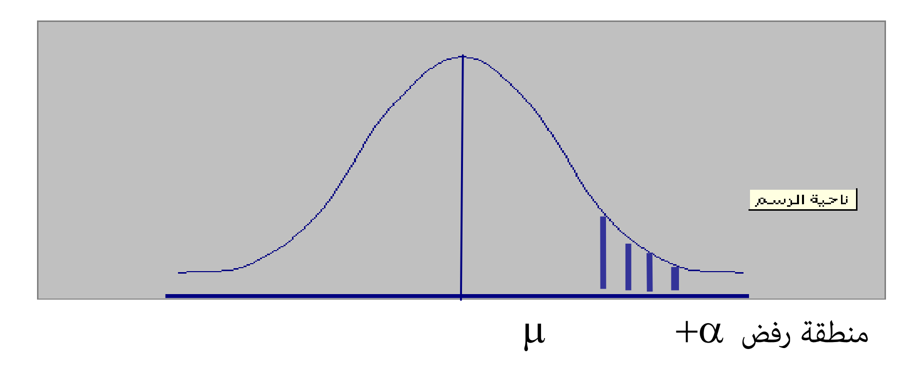
$$H_o : \mu \geq \bar{x}$$

$$H_1 : \mu < \bar{x}$$

فهذا يعني بان الاختبار من جانب واحد لانه في حالة رفض الفرضية فمن المتوقع حصرا بان الفرضية البديلة سيكون معلوما اتجاهها ، فاذا كان الاتحاه موجب مثلا فسيكون كما مبين في الشكل البياني رقم (١٥) .

شكل بياني رقم (١.٥)

يوضح وقوع الخطأ α على جانب واحد



اما في الحالة التي تكون فيها فرضية العدم H_0 مع اشارة يساوي = ، فان التوقع في حالة رفضها هو اما ستكون :

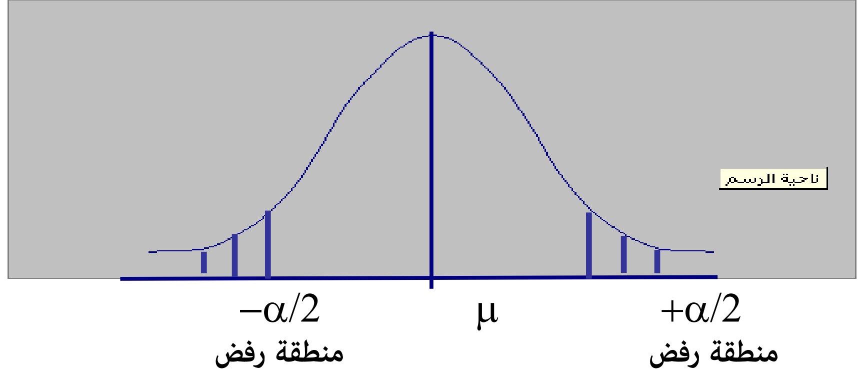
$$H_1: \mu > \bar{x}$$

أو $$H_1: \mu < \bar{x}$$

اي عدم معلومية الاتجاه الذي ستكون عليه نتيجة الاختبار مسبقا ، وبذلك سيتوزع الخطا على جانبي التوزيع ، وكما هو مبين في الشكل البياني رقم (٢.٥) .

شكل بياني رقم (٢.٥)

يوضح توزيع الخطأ α على جانبين $\alpha/2$



٥-١-٦ اتخاذ القرار بشان نتيجة الاختبار Decision Making

ان قرار قبول او رفض فرضية العدم H_0 يعتمد على نتيجة مقارنة القيمة المحتسبة مع القيمة الجدولية تحت مستوى المعنوية α المقرر ، فاذا كانت القيمة المحتسبة تقع في منطقة الرفض، اي انها اقل من القيمة الجدولية عندها نقبل فرضية العدم ويصبح استنتاجنا مطابق لمنطوق الفرضية . في حين نرفض فرضية العدم H_0 اذا كانت القيمة المحتسبة اكبر من القيمة الجدولية تحت مستوى المعنوية المقرر واللجوء الى قبول الفرضية البديلة H_1 .

٥-٢ اختبار المتوسطات Testing of Means

٥-٢-١ الاختبار الاحادي (متوسط مجتمع واحد) One Sample test

ويقصد به اختبار متوسط العينة $\bar{x}$ (او القيمة x) مع متوسط المجتمع μ للتوصل ان كان هناك فرق جوهري بينهما وعلى افتراض تساوي التباين لكلاهما . مثال ذلك اختبار اداء احد فروع بنك ما مع اداء البنك الرئيسي الذي يعود اليه ، او اختبار متوسط عينة من منتجات شركة ما للتاكد من مطابقة الانتاج لمواصفات انتاج الشركة المقررة وهكذا.

(١) خصائص وأجراءات الاختبار الاحادي

ومنطوق فرضية العدم H_0 هو ان متوسط المجتمع μ مساويا لمتوسط العينة $\bar{x}$ (او لمتوسط فرضي μ_0) ، وعلى اعتبار ان المتغير العشوائي $\bar{x}$ عبارة عن متوسط متوسطات العينات ، وان الانحراف المعياري للمتغير هو لمتوسط العينات $\sigma_{\bar{x}}$ ايضا ، اي : $\mu_{\bar{x}} = \mu$

وان : $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ في حالة معلومية تباين المجتمع σ^2

او $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{s}{\sqrt{n}}$ في حالة مجهولية تباين المجتمع σ^2

حيث ان σ هو الانحراف المعياري للمجتمع المسحوبة منه العينة .

ويتم تحويل قيم المتغير العشوائي x_i الى قيم طبيعية معيارية ، Z او t لنحصل على المنطقة الحرجة ، باستخدام الصيغة التالية :

- في حالة معلومية تباين المجتمع

$$Z = \frac{\mu_{\bar{x}} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

او عند المقارنة مع متوسط فرضي : $Z = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma}$

- في حالة مجهولية تباين المجتمع ، وهي الحالة الغالبة الاستخدام عمليا

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

حيث ان s هو الانحراف المعياري للعينة .

وبالرجوع الى الجدول في الملحق (٢) نجد القيمة الجدولية لـ Z ، ومن الملحق (٣) لايجاد قيمة t الجدولية عند مستوى معنوية α محدد ، وثم اتخاذ قرار الرفض او القبول بعد مراعاة ان كان الاختبار من جانب واحد او من جانبين وفقا لطبيعة الفروض .

مع التنويه الى انه في حالة عدم معلومية توزيع المجتمع وكان حجم العينة هو :
$n \geq 30$ فنفترض دائما بانها مقاربة للتوزيع الطبيعي ، وعليه فان قيم كل من z و t تكون متقاربة .

مثال (١.٥) : مصنع لانتاج معدات رياضية ادعى بانه استطاع صناعة مضرب للتنس بمقاومة متوسطها $\mu = 6.5$ كغم ، والمطلوب اختبار صحة ادعاء المصنع مع نتائج عينة حجمها n = ٦٢ تم سحبها من انتاج المصنع والمبينة قيمها في ادناه عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

6.7, 6.7, 6.6, 6.4, 5.9, 6.5, 7.1, 7.0, 6.5, 6.5, 6.0, 6.3, 6.4, 6.0, 6.7, 5.9, 5.8, 6.8, 6.4, 5.9, 5.8, 6.8, 6.4, 5.9, 7.1, 7.0, 6.5, 6.5, 6.0, 6.3, 6.4, 6.5, 6.7, 5.9, 6.7, 7.1, 7.0, 5.8, 6.7, 6.3, 6.7, 6.3, 6.1, 6.9, 6.8, 5.9, 6.7, 6.5, 6.4, 5.6, 7.2, 7.0, 6.8, 6.6, 6.6, 6.1, 6.5, 5.9, 6.7, 6.4 , 6.3, 6.4 .

الحل لـ (١.٥) :

لدينا : $\mu = 6.5$ ، $s = 0.54$ ، $\bar{x} = 6.471$ ، $n = 62$

- تحديد الفرضية المستهدفة :

$$H_0 : \mu = 6.5$$
$$H_1 : \mu \neq 6.5$$

- حيث ان اشارة الفرضية البديلة هي عدم المساواة $\neq$ فان الاختباريكون من جانبين، اي : $\alpha/2 = 0.005$ ، ومن الملحق (٣) نجد ان القيمة الجدولية لـ $t_{\alpha/2} = 2.66$

- بتطبيق صيغة حالة مجهولية تباين المجتمع لـ t ، نحصل على :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{6.471 - 6.5}{\frac{0.54}{\sqrt{62}}} = 0.42274$$

- القرار : حيث ان قيمة t المحتسبة البالغة ٠.٤٢٢٧٤ هي اقل من القيمة الجدولية $t_{\alpha/2} = 2.66$ ، عليه نقبل فرضية العدم ونستدل على صحة ادعاء المصنع .

(2) استخدام برنامج SPSS لانجاز الاختبار الاحادي

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لانجاز الاختبار الاحادي
متوفرة في ١٠-٣-١ من الفقرة (١٠-٣)
من الفصل العاشر

(3) اختبار نسبة خاصية معينة P

وهي الحالة يكون المطلوب فيها اختبار نسبة ρ بدلا من اختبار متوسط ، ويصل ذلك مع الظواهر التي يتم قياسها من خلال تقدير نسبة وقوعها ، كما في نسبة الاميين او نسبة الحاصلين على شهادة بمستوى معين او نسبة وحدات الانتاج الصالحة ..... الخ . وكما لاحظنا في موضع التوزيع الاحتمالي الثنائي ، يرمز لنسبة وقوع الظاهرة في المجتمع بـ P وعدم وقوعها بـ Q والتي هي عبارة عن Q = 1-P ، وبذلك ففي حالة معلومية تباين المجتمع تصبح صيغة الاختبار الاحادي One Sample test كالاتي :

$$Z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}}$$

حيث ان PQ هو تباين المجتمع الذي تعود اليه النسبة .

مثال (٢.٥) : يتوفر في الاسواق دواء ، على اساس ان نسبة نجاحه في تخفيض توتر الاعصاب هي ٠.٦ ، وظهر دواء جديد لنفس المرض كان قد تم تجربته على عينة تتكون من ١٠٠ شخص ، ودلت النتائج على شفاء ٧٠ شخص منهم عند استخدام هذا الدواء الجديد . فهل يمكن الاستدلال على ان الدواء الجديد هوافضل من النوع المتوفر في الاسواق عند مستوى معنوية ٠.٠٥ .

الحل لـ (٢.٥) :

- نحدد الفرضية :

$$H_0 : P > 0.6$$
$$H_1 : P < 0.6$$

- استخدام الملحق رقم (٢) لايجاد قيمة Z الجدولية عند مستوى معنوية ٠.٠٥ ، وحيث ان الاختبار من جانب واحد كما يتضح من الفرضية ، فان : $Z_{0.05} = 1.64$
- وباستخدام الصيغة اعلاه نحصل على :

$$Z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}}$$

$$Z = \frac{0.7 - 0.6}{\sqrt{\frac{(0.6)(0.4)}{100}}} = 2.04$$

- وحيث ان قيمة Z المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية $Z_{0.05} = 1.64$ ، عليه نرفض H_0 ونستدل على ان نسبة الدواء الجديد ليس افضل من الدواء المتوفر في الاسواق .

٥-٢-٢ اختبار الفرق بين مجتمعين مستقلين (متوسطي عينتين مستقلتين)

Independent samples T-test

(١) خصائص واجراءات اختبار الفروق بين مجتمعين مستقلين

ويهف الاختبار معرفة ان كان الفرق بين متوسطي العينتين المسحوبتين من مجتمعين مستقلين يعود الى الصدفة او ان الفرق جوهري ، كاختبار مستوى جودة عينتين

من منتجات صنف ما لشركتين مستقلتين عن بعضهما ، او لظاهرة محددة لبلدين مختلفين وهكذا .

- **حالة معلومية تبايني المجتمعين الموزعة طبيعيا ،**

يعتمد الاختبار على ان توزيع العينتين للفرق $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ هو مقارب للتوزيع الطبيعي للمجتمعات المسحوبة منها والتي الفرق بين متوسطيها هو $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ، وانحرافها المعياري :

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}} + \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}$$

وان صيغة الاختبار التي تستخدم هي :

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1}{n_1} + \frac{\sigma_2}{n_2}}}$$

حيث ان :

$(\mu_1 - \mu_2) = 0$ من الناحية النظرية ،

- **حالة مجهولية قيم σ_1 و σ_2 للمجتمعات الموزعة طبيعيا المسحوبة منها العينتين ، وهنا نواجه حالتين هما :**

ـ حالة ان يكون تبايني المجتمعين الموزعين طبيعيا المجهولين متساويين ، عندها نستخدم الصيغة التالية :

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}$$

مع درجات حرية عددها n_1+n_2-2 ،وحيث ان الفرض هو ان التباينين متساويين فان :

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ـ حالة مجهولية وعدم تساوي تباين المجتمعين الموزعين طبيعيا ، فتكون صيغة الاختبارهي:

$$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (u_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

وفيها تكون القيمة الجدولية عندما يكون الاختبار او المنطقة الحرجة من جانبين مقاربة الى:

$$t'_{1-\alpha/2} = \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

حيث ان : $w_1 = \frac{s_1^2}{n_1}$ ، $w_2 = \frac{s_2^2}{n_2}$ ، وان :

$t_1 = t_{1-\alpha/2}$ مع درجات حرية n_1-1

$t_2 = t_{1-\alpha/2}$ مع درجات حرية n_2-1

والقيمة الجدولية في حالة الاختبار من جانب واحد ، فتكون مقاربة الى :

$$t'_{1-\alpha} = \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

حيث ان : w_1 , w_2 كما في اعلاه ، وان :

$t_1 = t_{1-\alpha}$ مع درجات حرية n_1-1

$t_2 = t_{1-\alpha}$ مع درجات حرية n_2-1

مثال (٢.٥) : المطلوب اختبار الفرضية القائلة من الن مجتمعين موزعين طبيعيا يختلفان في قيمة وسطهما لدخل الفرد الشهري عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، وان حجم العينة المسحوبة من المجتمع الاول هو $n_1=10$ ، وحجمم العينة الثاني هو $n_2=20$ ، وان قيم وسطيهما وانحرفهما المعياري هو : $\bar{x}_1 = 62.6, s_1 = 33.8$ ، $\bar{x}_2 = 47.2, s_2 = 10.1$

الحل ل (٢.٥) :

- نحدد الفرضية :

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

- كون ان قبول H_1 يتحقق في حالتي اكبر واقل ، فان الاختبار يكون من جانبين ، وباستخدام الصيغة اعلاه لايجاد القيمة الجدولية نحصل على :

$$w_1 = \frac{s_1^2}{n_1} = \frac{(33.8)^2}{10} = 114.244$$
$$w_2 = \frac{s_2^2}{n_2} = \frac{(10.1)^2}{20} = 5.1005$$

- ومن الملحق (٣) نجد ان :

$$t_1 = t_{1-\alpha/2} = 2.262$$
$$t_2 = t_{1-\alpha/2} = 2.093$$

- وبالتعوض في الصيغة التالية يكون لدينا :

$$t'_{1-\alpha/2} = \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2} = \frac{114.244(2.262) + 5.1005(2.093)}{114.244 + 5.1005} = 2.255$$

- وبتطبيق صيغة عدم المساواة في التباين نحصل على :

$$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (u_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(62.6 - 47.2) - 0}{\sqrt{\frac{(33.8)^2}{10} + \frac{(10.1)^2}{20}}} = 1.4$$

- القرار : وحيث ان قيمة t' المحتسبة هي اقل من قيمة $t'_{1-\alpha/2}$ الجدولية ، عليه نقبل $H_{.}$ ونستدل على عدم وجود فرق جوهري بين معدل دخل الفرد الشهري للمجتمعين.

مثال (٣.٥) : المطلوب اختبار عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، ان كان هناك فرق في عمر الطفل عند المشي لمجتمعين ، جمعت عينة من كل منهما بالاشهر وكما مبين في الاتي :

n_1= 9.0, 10.1, 9.2, 10.2, 10.0, 12.8, 13.4, 8.7, 10.5, 11.1

n_2= 9.5, 12.3, 13.2, 12.6, 13.4, 9.6, 9.8, 12.2, 12.0, 10.2

الحل لـ (٣.٥) :

<u>اولا :</u> على فرض تساوي تباين المجتمعين :

لدينا :

$$\sum x_1 = 106.3, n_1 = 10, \bar{x}_1 = 10.63, s_1 = 1.35$$
$$\sum x_2 = 115.8, n_2 = 10, \bar{x}_2 = 11.58, s \;\; = 1.54$$

- نحدد الفرضية :

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

- حيث ان قبول H_1 يكون عند حالتي اكبر او اقل ، فيكون الاختبار من جانبين ، وباستخدام الملحق رقم (٣) عند مستوى معنوية $\alpha/2 = 0.05/2$ مع درجات حرية عددها ١٨ ، فان :
  $t_{0.025} = 2.101$ الجدولية .

- وبتطبيق الصيغة التالية نحصل على :

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$
$$= \frac{9(1.823) + 9(2.362)}{18} = 2.092$$

$$t=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1}+\frac{s_p^2}{n_2}}}$$

$$=\frac{10.62-11.56-0}{\sqrt{\frac{2..092}{10}+\frac{2.092}{10}}}=-1.469$$

- القرار : حيث ان قيمة t المحتسبة هي اقل من القيمة الجدولية $t_{0.025}=2.101$ ، عليه نقبل H_0 ونستدل من انه ليس هناط فرق جوهري بين معدل عمر الطفل عند المشي لكلا المجتمعين .

ثانيا : على فرض عدم تساوي التباين غير المعلوم :

عندها يتم استخدام صيغة هذه الحالة وهي :

$$t'=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(u_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

وبالتعويض بالقيم اعلاه نحصل على :

$$t'=\frac{(10.62-11.56)-0}{\sqrt{\frac{1.823}{10}+\frac{2.362}{10}}}$$

$$=\frac{-0.94}{0.647}=1.4528$$

وهي مقاربة جدا للنتيجة التي تم الحصول عليها لحالة فرضية تساوي تباين المجتمعين .

مثال (٤.٥) : المطلوب اختبارعند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، من ان متوسط العينة الاولى التي حجمها $n_1 = 35$ هو $\bar{x}_1 = 360$ وانحرافها المعياري $s_1 = 25$ هو اكبر من من متوسط العينة الثانية الذي هو $\bar{x}_2 = 350$ وحجمها $n_2 = 36$ وانحرافها المعياري $s_2 = 30$.

الحل لـ (٤.٥) :

- نحدد الفرضية :

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \lhd 0$$

- وحيث ان الاختبار هو من جانب واحد كما نستدل من منطوق الفرضبة ، وان القيمة الجدولية هي : $t'_{0.05}, 69 = 1.667$
- باستخدام صيغة التباينين مجهولين نحصل على :

$$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (u_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(360 - 350) - 0}{\sqrt{\frac{625}{35} + \frac{900}{36}}} = \frac{10}{9.396} = 1.064$$

- القرار : حيث ان القيمة المحتسبة هي اقل من القيمة الجدولية $t'_{0.05}, 69 = 1.667$ ، عليه نقبل فرضية العدم ، ونستدل على ان متوسط العينة الاولى هو اكبر من متوسط العينة التانية .

مثال (٥.٥) :

قام احد الباحثين بجمع عينتين لاحد انواع منتجات المواد الغذائية المعلبة من مصنعين في بلدين مختلفين ، وذلك بهدف اختبارتحقيق الوزن المقرر البالغ μ = ٥٠ غم ، وكان حجم العينة ١٤ علبة من كل مصنع وكما مبين في ادناه ، والمطلوب اختبار ان كان هناك فرق جوهري بين كلا المصنعين من ناحية وزن العلب المنتجة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

عينة المصنع الاول : 48, ٤١, 39, 39 , 47, 43, 47, 40, 39, 51, 45, 50, 50, 43,

عينة المصنع الثاني : 52, ٣٩, 51, 44, 47 , 49, 42, 38, 52, 49, 45, 51, 46, 38, \

الحل لـ (٥.٥) :

لدينا : , $n_1 = 14\ \bar{x}_1 = 44.428\ s_1 = 4.4326$,

, $n_2 = 14\ \bar{x}_2 = 46.5\ s_2 = 4.7027$

وعلى فرض عدم تساوي التباينين نحصل على :

$$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (u_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$= \frac{44.517 - 45.938 - 0}{\sqrt{\frac{(4.315)^2}{14} + \frac{(5.106)^2}{14}}} = \frac{-1.421}{1.78668} = -0.7953$$

وبمقارنة القيمة المحتسبة مع القيمة الجدولية المبينة في الملحق (٣) وهي : $t_{0.01/2}, 26 = 2.779$ نجد انها اقل من الجدولية ، عليه نقبل فرضية العدم القائلة بعدم وجود فرق جوهري بين متوسطي العينتين .

(٢) استخدام برنامج SPSS لانجاز اختبارالفروق بين مجتمعين مستقلين

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لانجاز
اختبارالفروق بين مجتمعين مستقلين متوفرة
في ١٠-٣-٢ من الفقرة (١٠-٣)
من الفصل العاشر

(٣) اختبار الفرق بين نسبتي مجتمعين

اذا كان $np > ٠.٠٥$ او nq فيفترض ان توزيع p طبيعي . فلو فرضنا لدينا مجتمعين ونسب النجاح لهما هي p_1 و p_2 ، حينئذ سنرمز لنسبة العينة الاولى التي حجمها n_1 بـ p_1 و بـ p_2 لنسبة العينة الثانية التي حجمها n_2 المسحوبة من المجتمع الثاني ، وبافتراض استقلالية كلا العينتين ، يكون لدينا :

$$\mu_{p_1} = P_1 \quad \text{و} \quad \sigma_{p_1} = \sqrt{\frac{P_1 Q_1}{n_1}} \quad ،$$

وللعينة الثانية $\mu_{p_2} = P_2$ و $\sigma_{p_2} = \sqrt{\dfrac{P_2 Q_2}{n_2}}$

وان الفرق بين متوسطي المجتمعين هو :

$$\mu_{p_1} - \mu_{p_2} = P_1 - P_2$$

والخطأ المعياري هو :

$$\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{\frac{P_1 Q_1}{n_1} + \frac{P_2 Q_2}{n_2}}$$

وعلى غرار الفرق بين المتوسطات ، نوجه ايضا حالة مساواة $P_1 - P_2$ ، فيتم استبدالها بقيمة مشتركة ولنرمز لها بـ P_c ، وبذلك تصبح صيغة الخطا المعياري

$$\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{\frac{P_c Q_c}{n_1} + \frac{P_c Q_c}{n_2}}$$

$$= \sqrt{p_c q_c \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

حيث ان : $p_c = \dfrac{p_1 + p_2}{n_1 + n_2}$

اما صيغة اختبار الفرق بين نسبتي مجتمعين فتصبح :

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{s_{p1-p2}}$$

مثال (٦.٥) : لدينا عينتين من العمال من منطقتين وعدد العاطلين بينهم وكالاتي :
$n_1=1600$, $p_1=120$, $n_2=1400$, $p_2=84$. والمطلوب اختبار ان كانت نسبة العاطلين في كلا المنطقتين مختلفة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل لـ (٦.٥) :

- نحدد الفرضية :

$$H_0 : P_1 - P_2 = 0$$
$$H_1 : P_1 - P_2 \neq 0$$

- حيث ان قبول H_1 يكون في حالتي اكب واقل ، فيكون الاختبار من جانبين ، وبالرجوع الى الملحق رقم (٢) نجد ان القيمة الجدولية هي : $Z_{\alpha/2} = 1.96$
- لدينا :

$$p_c = \frac{p_1 + p_2}{n_1 + n_2} = \frac{120 + 84}{1600 + 1400} = 0.068$$

$$q_c = 1 - p_c = 1 - 0.068 = 0.932$$

$$s_{p1-p2} = \sqrt{p_c q_c \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n} \right)}$$

$$= \sqrt{(0.068)(0.932)\frac{1}{1600} + \frac{1}{1400}} = 0.0092$$

- وبتطبيق صيغة الاختبار نحصل على :

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{s_{p1-p2}} = \frac{(0.075 - 0.06) - 0}{0.0092} = 1.63$$

- القرار : حيث ان قيمة Z المحتسبة اقل من قيمة $Z_{\alpha/2} = 1.96$ الجدولية ، عليه نقبل فرضية العدم H_0 ، ونستدل على عدم وجود فرق جوهري بين نسبتي العاطلين في كلا المنطقتين .

٣-٢-٥ اختبار المقارنات الزوجية Paired Samples T-test

(١) خصائص واجراءات اختبار المقارنات الزوجية

والهدف من استخدامه هو لقياس ظاهرة معينة تحت ظروف مختلفة ، كقياس نمو نباتات معينة عند تعرضها للشمس وقياس نموها من دون تعرضها للشمس ومن ثم اختبار ان كان هناك فرق جوهري في نمو هذه النباتات بين كلا الحالتين ، او ان يكون القياس

قبل تسميد النبتة وبعد التسميد ، او بقسمة نوع من النباتات الى قسمين واعطاء كل قسم نوع مختلف من السماد وهكذا .

وعلى عكس الفرضية التي تقوم عليها الاختبارات السابقة ، فان الفرضية التي تقوم عليها عملية اختبار المقارنات الزوجية هي ان العينات التي يتم المقارنة بين متوسطاتها غير مستقلة . و يهدف هذا النوع من الاختبار التخلص من اكبر عدد ممكن من العوامل الخارجية التي تؤدي الى التباين بين مجتمعين ، من خلال عمل ازواج متشابهه لعدد من المتغيرات . وبدلا من اجراء التحليل لكل قسم من المشاهدات على حده ، يجري استخدام الفرق بين كل زوج من المشاهدات واعتباره متغيرا معينا ، مفترضين ان هذه الفروق عشوائية ومسحوبة من مجتمع موزعه فروقاته توزيعا طبيعيا . اما صيغة الاختبار فهي :

$$z = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}}$$

وفي حالة عدم معلومية تباين المجتمع يستعاض بـ $s_{\bar{d}}$ عن σ_d ، ليكون :

$$s_{\bar{d}} = \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

حيث ان s_d هو الانحراف المعياري لفروقات العينة . عندها تصبح صيغة الاختباركالاتي:

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

مثال (٧.٥) : لدينا عينة تتكون من ١٠ نباتات ظلية ، تم عرضها لمدة ستة اشهرفي موقع يزداد فية الضوء ، وامعطيات عن قياس اطوال هذه النباتات قبل وبعد تعرضها للضوء هي كما مبين في الجدول رقم (٣.٥) التالي . وامطلوب اختبار ان كان هناك فرق جوهري في اطوالها قبل وبعد تعرضها للاضاءة الاضافية ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

جدول رقم (٣.٥)

قياسات اطوال ١٠ نباتات (سم) قبل وبعد تعرضها للضوء الاضافي

رقم المشاهدة	الطول قبل التعرض للضوء	الطول بعد التعرض للضوء	الفروق $d_i=x_{i2}-x_{i1}$
١	٣١	٣٣	٢
٢	٣٣	٣٢	-1
٣	٣٥	٣٦	1
٤	٣٠	٢٩	-1
٥	٣٦	٣٩	3
٦	٣٧	٣٨	1
٧	٤١	٤١	0
٨	٣٥	٤٠	5
٩	٣٩	٤٣	4
١٠	٣٢	٣٤	2
			$\sum d_i = 16$

الحل لـ (٧.٥) : لدينا : $\bar{d} = 1.6, s_d = 2.01$

➢ فرضية الاختبار هي :

$$H_{o:}\ \mu_d \geq 0$$

$$H_{1:}\ \mu_d \lhd 0$$

➢ ووفقا للفرضية اعلاه ، يكون الاختبار من جانب واحد ، اي ان قبول H_1 عندما يكون الفرق اقل ، وباستحدام الملحق رقم (٣) عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ ودرجات حرية عددها ٩ ، فان القيمة الجدولية هي : $t_{0.01},9 = 3.25$

➢ وبتطبيق صيغة الاختبار في حالة مجهولية تباين المجتمع ، نحصل على :

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = \frac{1.6 - 0}{\frac{2.01}{\sqrt{10}}} = 2.525$$

➢ القرار : حيث ان قيمة $t_{0.01},9 = 3.25$ الجدولية هي اكبر من قيمة t المحتسبة ، يتم قبول $H_{.}$ ، ونستدل على ان تعرض النباتات للضوء الاضافي خلال ستة اشهر من شانه ان يؤدي الى زيادة جوهرية في اطوالها .

(٢) استخدام برنامج SPSS في أختبار المقارنات الزوجية

Paired Samples T-test

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لانجاز أختبار المقارنات الزوجية متوفرة في ١٠-٣-٣ من الفقرة (١٠-٣) من الفصل العاشر

٥-٢-٤ استخدام مربعات كاي χ^2 لاختبار الاستقلالية

Test of Independence

(١) خصائص واجراءات اختبار الاستقلالية

والاستقلالية يقصد بها هنا هو ياتي ترتيب معطيات السطور والاعمدة للعينة هي حصيلة الصدفة من دون اي تاثير للباحث او رغبته ، ويتميز اختبار χ^2 في حالة الاستقلالية بالخصائص التالية :

- ➢ يستخدم لاختبار عينة احادية (مفردة) مسحوبة من مجتمع واحد ، ويجري تصنيف معطياتها على اساس معياريين (متغيرين) ،
- ➢ ان الاساس الذي تقوم عليه عملية احتساب التكرارات المتوقعة هو قانون الاحتمالات الذي منطوقه من ان الحدثين مستقلين ، وان احتمال وقوعهما يساوي ناتج ضرب احتمالاتها ،
- ➢ ان الفرضية والاستنتاج تتعلق باستقلالية المتغيرين او المعيارين .

(٢) اختبار الاستقلالية في حالة كل من معياري التصنيف يتكون من مستويين

ويشارفيه للجداول التي تتكون من عمودين وسطرين (٢*٢) ، ويطلق عليه بجدول التوافق ، ويؤدي الى درجات حرية عددها ١ . ويتمثل الاختبار بالصيغة التالية :

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(b+d)(a+b)(c+d)}$$

حيث ان الحروف الوارة في الصيغة اعلاه هي كما مبين في الجدول ادناه:

المتغير الاول (المعيار الاول)	المتغير الثاني (المعيار الثاني)		
	المستوى ١	المستوى ٢	المجموع
المستوى ١	a	b	a+b
المستوى ٢	c	d	c+d
المجموع	a+c	b+d	n

مثال (٨.٥) : عينة تتكون من ١٥٩ شخص مصنفين الى ذكور واناث وحسب حالة التدخين : يدخن او لايدخن ، وكما مبين في الجدول التالي . والمطلوب معرفة ان كان معياري الجنس وحالة التدخين مستقلين عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

حالة التدخين	الجنس		
	ذكور	اناث	المجموع
يدخن	٥١	٩	٦٠
لايدخن	٢٧	٧٢	٩٩
المجموع	٧٨	٨١	١٥٩

الحل لـ (٨.٥) :

- نحدد الفرضية

ان معياري التدخين والجنس مستقلين في تصنيف العينة H_0

ان معياري التدخين والجنس غيرمستقلين في تصنيف العينة H_1

- وباستخدام الصيغة اعلاه نحصل على :

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(b+d)(a+b)(c+d)}$$

$$= \frac{159[(51*72)-(9*27)]^2}{(78)(81)(60)(90)} = 2.968$$

- القرار : وبالرجوع الى الملحق رقم (٤) عند مستوى معنوية ٠.٠٥ ودرجات حرية عددها ١ ، ان قيمة $\chi^2 = 3.841$ وحيث انها تقل عن القيمة المحتسبة ، عليه نقبل فرضية H_0 ونستدل على استقلالية المعيارين .

مع التنويه الى توقع مواجهة مشاكل في حالة صغر حجم العينة او صغر التكرارات المتوقعة، لذا يوصي بعض الاحصائيين مثل Cochran , 1954 ان لا تستخدام صيغة الاختبار χ^2 اعلاه اذا كان حجم العينة $20 > n$ او $40 < n$ ، وكذلك اذا كان اي من التكرارات المتوقعة تقل عن ٥ .

وفي حالة مواجهة مثل هذه الحالات يقترح Yates , 1934 اجراء تصحيح على الصيغة اعلاه تتضمن طرح نصف مجموع عدد الوحدات من القيمة المطلقة للكمية $|ad-bc|$ قبل تربيعها ، اي :

$$\chi^2 = \frac{n\left(|ad-bc|-0.5n\right)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$$ المعدلة

الا ان الصيغة المقترحة قليلة الاستخدام لانها تؤدي في الغالب الى تغيير في قرار رفض H_0 وبالتالي عدم جدوى استخدامها ولهذا يوصي البعض ايضا بعدم استخدامها Plackett, 1964 ; Grizzle, 1967 . واشارتنا للاراء اعلاه هو للمعلومات فقط.

(٣) اختبار الاستقلالية في حالة تعدد مستويات معايير التصنيف

وهي الحالة التي تكون فيها احد معايير التصنف او كلاهما باكثر من مستويين ، والفرضية هي استقلالية هذه المعايير ايضا ، ويرمز عادة للسطور التي تضم احد المعيارين بـ r وللاعمدة اتي تضم مستويات المعيار الثاني بـ c ، ويدعى الجداول لهذا النوع من التصنيف بجداول التوافق، كما هو مثلا عند تصنيف سكان مدينة ما حسب الحاة الاقتصادية والاجتماعية . وان الشكل العام لجداول التوافق هو كما مبين الشكل رقم (٩.٥).

الشكل رقم (٩.٥)

الشكل العام لجداول التوافق

المتغير الثاني	المتغير الاول X_i				
y_i	X_1	X_2	………..	X_c	المجموع
y_1	$n_{y1\,x1}$	$n_{y1\,x2}$	………	$n_{y1\,xc}$	n_{y1}
y_2	$n_{y2\,x1}$	$n_{y2\,x2}$	……….	$n_{y2\,xc}$	n_{y2}
. . .	. . .	. . .		. . .	. . .
y_r	$n_{yr\,x1}$	$n_{yr\,x2}$	………	$n_{yr\,xc}$	n_{yr}
المجموع	n_{x1}	n_{x2}	……….	n_{xc}	n

اما صيغة الاختبار في خاة تعدد مستويات المعيير فهي :

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

ويتم استخراج التكرار المتوقع لكل خلية بضرب مجموع سطرها بمجموع عمودها مقسومة على المجموع الكلي .

مثال (٩.٥) : المطلوب اختبار عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، ان كان معياري تصنيف الدخل وتصنيف السكن حسب المساحة مستقلة عن بعضها لعينة من الاسر حجمها n = 465 ، وكما مبين في الجدول التالي :

مستويات الدخل	مساحة السكن			
	اقل من ١٠٠ م٢	١٠٠-٢٠٠ م٢	٢٠٠ م٢ فاكثر	المجموع
دخل واطئ	٨٢	٥٠	١١	١٤٣
دخل متوسط	٦٥	٨٦	٣٠	١٨١
دخل عالي	١٨	٢٢	١٠١	١٤١
المجموع	١٨٥	١٥٨	١٤٢	٤٦٥

الحل لـ (٩.٥) :

- نحدد الفرضية :

ان معياري التصنيف مستقلة H_0

ان معياري التصنيف غير مستقلة H_1

- استخراج قيم التكرارات المتوقعة ، والتي هي عبارة عن حاصل ضرب مجموع عمود الخلية المعنية بمجموع سطرها مقسومة على على المجموع الكلي ، فنحصل على :

مستويات الدخل	مساحة السكن			
	اقل من ١٠٠ م٢	١٠٠-٢٠٠ م٢	٢٠٠ م٢ فاكثر	المجموع
دخل واطئ	٥٠.٧	٤٨.٦	٤٣.٧	---
دخل متوسط	٦٤.٢	٦١.٥	٥٥.٣	---
دخل عالي	٥٠.١	٤٧.٩	٤٣.٠	---
المجموع	---	---	---	---

- استخدام صيغة الاختبار اعلاه ، فيكون لدينا :

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$= \frac{(82-50.7)^2}{50.7} + \frac{(65-64.2)^2}{64.2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{(101-43)^2}{43}$$

$$= 19.323 + 0.01 + 20.567 + 0.04 + 9.76 +$$

$$14.004 + 24.469 + 11.575 + 78.232 = 78.232$$

- القرار : باستخدام الملحق رقم (٤) عند مستوى معنوية $\alpha/2 = 0.05/2$ ودرجات حرية عددها ٤ ، نجد ان قيمة الجدولية هي ١١.١٤٣ . وحيث ان القيمة χ^2 الجدولية اقل من من القيمة المحتسبة، عليه نرفض H_0 ونستدل بان المعيارين غير مستقلين، اي وجود ارتباط بينهما.

٥-٢-٥ استخدام χ^2 في اختبار التجانس Test of Consistency

(١) خصائص اختبار التجانس والاجراءات

وهو الاختبار الذي يلائم حالة كون العينات مسحوبة من عدة مجتمعات متجانسة وفقا لمعيار التصنيف ، ويمكن اجمال خصائص اختبار التجانس بما يلي :

- ان كل العينات المستقلة مسحوبة من مجتمعات معلومة التوزيع مسبقا ،
- ان احتساب التكرارات المتوقعة تعتمد على فرضية ان المجتمعات التي تعود اليها العينات هي متجانسة ،
- ان استنتاج التجانس يتعلق بتجانس المجتمعات طبقا لمعيار التصنيف المعني .

اما صيغة الاختبار فهي تماثل صيغة اختبار الاستقلالية في حالة تعدد المستويات ، اي:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

(٢) استخدام برنامج SPSS في اختبار التجانس

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لانجاز ألاختبار
متوفرة في ١٠-٣-٤ من الفقرة (١٠-٣)
من الفصل العاشر

٥-٣ تحليل التباين Analysis of Variance

٥-٣-١ خصائص تحليل التباين والإجراءات

تناولت الفقرات السابقة من هذا الفصل مواضيع كل من Z ، T وχ^2 والمتعلقة باختبارمساواة متوسط عينة مع متوسط المجتمع المسحوبة منه وكذلك مساواة متوسطي عينتين مع متوسطي المجتمعين المسحوبة منها .

وتحليل التباين هو امتداد لاختبارT لاستخدامه في اختبار اكثر من عينتين مع القدرة على تحليل طبيعة ومصدر التباين بين الظواهر المختلفة ، حيث يقوم بتقسيم الاختلافات الكلية الى عدة اجزاء لتحديد مصدرها (انظر الشكل البياني رقم ١.٩ في الفقرة ٩-١-٤ . **والفرضيات التي يقوم عليها الاختبار تتلخص بالاتي**

(١) ان العينات عشوائية تعود لمجتمعات موزعة طبيعيا ، ويتم التحقق من شرط العشوائية عند سحب العينات ،

(٢) ان العينات مسحوبة من مجتمعات موزعة طبيعيا ، ويتم التحقق من شرط التوزيع الطبيعي باستخدام اختبار χ^2 لاختبار التجانس او الجودة (المطابقة) ،

(٣) تساوي تباينات المجتمعات المسحوبة منها العينات، وفي حالة عدم توفر هذا الشرط يتم اللجوء الى استخدام اختبار بارتليت Bartlet او اختبار Hartly ، اي :

$$\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \sigma^2_k = \sigma^2$$

ويتم اجراء اختبار تحليل التباين اعتمادا على الاحصاءة f ونتائجه تنظم بجدول يدعى جدول تحليل التباين . وهناك حالات عديدة يستخدم معها تحليل التباين منها ما هو بمعيار واحد مع عدة مجاميع ، ومعيار واحد مع تعدد المستويات في كل مجموعة ، ومنها بمعيارين من دون تفاعل داخلي ومعيارين مع تفاعل داخلي وغيرها .

ففي حالة التحليل بمعيار واحد مثلا يتم تصنيف قيم x_i الى k من المجاميع، فعلامات الطلبة تصنف حسب الشعب ، وكل شعبة تضم n من الطلاب وعادة ما يشار اليها بالعناصر . ان الاختلاف في قيم X يعزى الى الاختلاف بين القيم الواقعة ضمن المجموعة الواحدة والى الاختلاف بين المجاميع ذاتها . لذلك فان تحليل التباين يستهدف تجزئة التباين الكلي الى جزئين ومن ثم تتم المقارنة بين تبايني الجزئين باستخدام اختبار f ، اذن ما نحتاجه في حالة تحليل التباين بمعيار واحد One-Way Analysis of Variance هو تجزئة مجموع مربعات التباين ودرجات الحرية v الى تباين بين المجموعات Between Groups وتباين ضمن المجموعات Within Groups والذي يدعى احيانا بالبواقي Residuals ، أي ان S^2 الذي هو تباين لـ X_{ij} التي هي عناصر المجاميع k هو :

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2}{kn-1}$$

حيث ان :

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\left(x_{ij} - \mu_{\bar{x}}\right)^2 = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2 + n\sum_{i=1}^{k}\left(\bar{x}_i - \mu_{\bar{x}}\right)^2$$

(مجموع الاختلاف بين المجاميع) (مجموع الاختلاف ضمن المجاميع) (مجموع الاختلاف (المربعات)

ومن ذلك نستدل انه في حالة ايجاد اي حدين يمكن ايجاد الحد الثالث ، فاذا رمزنا لمجموع المربعات الكلي بـ SST ومجموع مربعات الاختلاف بين المجاميع بـ SSB ولمجموع مربعات الاختلاف ضمن الجاميع بـ SSW فان قيم تقديرات متوسط كل منها هو :

- متوسط مربعات الاختلاف بين المجاميع :

$$MSB = \frac{n\sum_{i=1}^{k}\left(\bar{x}_i - \mu\right)^2}{k-1}$$

- متوسط مربعات الاختلاف ضمن المجاميع :

$$MSW = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2}{n-k}$$

- وان صيغة اختبار الفرضية هي :

$$F = \frac{MSB}{MSW}, F_{k-1, n-k}$$

ويصبح شكل جدول تحليل التباين كالاتي :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	أختبار F
بين المجاميع SSB	k-1	$n\sum\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2$	$\frac{n\sum\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2}{k-1}$	$\frac{MSB}{MSW}$
ضمن المجاميعSSW (الخطأ العشوائي)	k (n-1)	$\sum\sum\left(\overline{xij} - \bar{x}\right)^2$	$\frac{\sum\sum(x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{k(n-1)}$	
الكلي	k (n-1)	$\sum\sum\left(\overline{x_{ij}} - \bar{x}\right)^2$	---------	----

ويكون القرار هو رفض H_o اذا كانت قيمة f المحتسبة اكبر من القيمة الجدولية مع درجات حرية F_{α}, k-1, k(n-1) .

٥-٣-٢ تحليل التباين بمعيار واحد One-Way Analysis of Variance

(١) حالة تساوي حجوم العينات

مثال (١٠.٥) : قسمت مدينة عمان الى اربعة مناطق وتم اختيارعينة عشوائية **تتكون من ٩ مصارف من كل منطقة ، واتضح ان عدد المعاملات المصرفية (بالمئات) لكل مصرف اسبوعيا هي كما مبين في الجدول رقم (٥.٥) التالي . المطلوب معرفة ان كان هناك فرق جوهري في معدل عدد المعاملات التي تقوم بها المصارف اسبوعيا بين المناطق الاربعة وعند مستوى معنوية** $\alpha = 0.05$.

جدول رقم (٥.٥)

عدد المعاملات المصرفية (بالمئات) لاربعة مناطق في مدينة عمان

المصرف	المناطق			
	X_1	X_2	X_3	X_4
١	5	8	7	10
٢	6	7	5	8
٣	3	7	6	9
٤	2	9	8	9
٥	4	10	9	11
٦	10	11	10	12
٧	7	8	7	9
٨	3	4	3	5
٩	4	5	4	6

الحل لـ (١٠.٥) : من معطيات الجدول اعلاه لدينا :

$$\sum x_i 251 \sum x_1 = 44, \sum x_2 = 69, \sum x_3 = 39, \sum x_4 = 79,$$

➢ مجموع **مربعات الاختلاف بين المناطق (المجاميع) :**

$$\bar{x}_1 = 4.89, \bar{x}_2 = 7.67, \bar{x}_3 = 6.56, \bar{x}_4 = 8.78, \mu_{\bar{x}} = 6.97, n = 9, k = 4$$

$$SSB = n\sum_{i=1}^{4}\left(\bar{x}_i - \mu_{\bar{x}}\right)^2$$
$$= 9\left[(4.89-6.97)^2 + (7.67-6.97)^2 + (6.56-6.97)^2 + (8.78-6.97)^2\right]$$
$$= 74.3454$$

- مجموع مربعات الاختلاف الكلي :

$$SST = n\sum_{i=1}^{9}\sum_{i=1}^{4}\left(x_{ij} - \mu_{\bar{x}}\right)^2$$
$$= 9\left[(5-6.97)^2 + (6-6.97)^2 + ... + (6-6.97)^2\right]$$
$$= 246.087$$

- مجموع مربعات الاختلاف ضمن المجاميع (المناطق) :

$$SSW = SST - SSB$$
$$= 246.087 - 74.3454 = 171.7422$$

- الفرضية :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

H_1: على الاقل اثنين من المتوسطات غير متساوية

- وفي ضوء النتائج اعلاه ،نحصل على جدول تحليل التباين التالي :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f
بين المجاميع SSB	k-1=3	74.3454	24.7818	4.6175
ضمن المجاميعSSW	K(n-1)=32	171.7422	5.3669	
المجموع الكلي	nk-1=35	246.0876	-----	-----

➢ القرار : باستخدام الملحق رقم (٥) نجد ان قيمة f الجدولية هي : $f_{0.05,}3,32 = 5.239$ ، وحيث ان القيمة المحتسبة اقل من القيمة الجدولية ، عليه نقبل H_0 ونستدل على عدم وجود فروق جوهرية بين متوسطات المناطق .

مع الاشارة الى انه بالامكان اختصار عمليات مجاميع المربعات من خلال استخدام الصيغ التالية ، المشتقة من الصيغ اعلاه :

$$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$

$$SSB = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\right)^2}{n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$

$$SSW = SST - SSB$$

(٢) تحليل التباين بمعيار واحد في حالة عدم تساوي حجوم العينات

وفيها يتم اتباع نفس الاجراءات ، باستثناء اجراء تعديل بسيط وهو اعتبارحجم العينة يساوي n_i بدلا من n ، اي ان مجموع العناصر $n_i = n_1 + n_2 + ...+ n_k$ بدلا من nk ، وبذلك تكون صيغ الحساب كالاتي :

$$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{\sum n_i}$$

$$SSB = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_i} x\right)}{n_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{\sum n_i}$$

حيث ان : $n = \sum n_i$

مثال (١١.٥) : لنفرض لدينا اربعة مجاميع (عينات) ، وان عدد عناصر كل مجموعة يختلف عن الاخرى ، وكما مبين في الجدول التالي ، والمطلوب اختبار فرضية من ان متوسطات المجتمعات المسحوبة منها العينات متساوية : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

المجاميع			
4	3	2	1
37	35	35	38
34	36	35	37
34	36	36	36
37	36	37	37
37	37	34	37
36	37	34	36
	36	37	37
	34	35	38
	34	34	
	36	36	
	35		
	35		
	35		
$n_4=6$	$n_3=13$	$n_2=10$	$n_1=8$
$\sum_{i=1}^{6} x_i = 215$	$\sum_{i=1}^{13_i} x_i = 462$	$\sum_{i=1}^{10_i} x_i = 353$	$\sum_{i=1}^{8_i} x_i = 296$

الحل لـ (١١.٥) :

➢ الفرضية :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu$$

لدينا :

مجموع العناصر: $\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} = 38 + 37 + ...+ 37 + 36 = 1326$

مجموع مربعات العناصر:

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x^2 = (38)^2 + (37)^2 + \dots\dots\dots + (37)^2 + (36)^2 = 47574$$

مجموع مربعات العناصر مقسوما على حجم العينة :

$$\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i} x\right)^2}{n_i} = \frac{(296)^2}{8} + \frac{(353)^2}{10} + \frac{(462)^2}{13} + \frac{(215)^2}{6} = 47535.8$$

معامل التصحيح :

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x\right)^2}{\sum n_i} = \frac{(1326)^2}{37} = 47521$$

يكون لدينا :

- مجموع مربعات التباين :

$$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{\sum n_i} = 47574 - 47521 = 53$$

- مربعات التباين بين المجموعات :

$$SSB = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_i} x\right)}{n_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{\sum n_i} = 47535.8 - 47521 = 14.8$$

- مربعات التباين ضمن المجموعات :

$$SSW = SST - SSB = 53 - 14.8 = 38.2$$

ومن النتائج اعلاه نحصل على جدول تحليل التباين التالي :

f	متوسط المربعات μ_{ss}	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	مصدر التباين

بين المجموعات SSB	k-1=3	14.8	4.93	$\frac{4.93}{1.16} = 4.25$
ضمن المجموعات SSW	n_i-a=33	38.2	1.16	
مجموع التباين SST	$\sum_{i=1}^{k} n_i - a = 36$	53	1.61	

➢ القرار : عند درجات حرية ٣ و٣٣ ، ومستوى معنوية ٠.٠٥ نجد ان قيمة f الجدولية هي ٥.٤٦٢ ، وحيث ان f المحتسبة هي اقل من الجدولية ، عليه نقبل فرضية العدم H_0 ونستدل على عدم وجود فروق جوهرية بين المتوسطات .

(٣) استخدام برنامج SPSS لانجاز تحليل التباين بمعيار واحد

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لانجاز تحليل التباين بمعيار واحد
متوفرة في ١٠-٣-٥ من الفقرة (١٠-٣)
من الفصل الثاني عشر

٥-٣-٣ تحليل التباين بمعيار واحد مع اكثر من مستوى واحد للمجموعة الواحدة
Nested Analysis of Variance

لدينا k ترمز الى عدد مجاميع الظاهرة ، n ترمز لحجم العينة ، m ترمز لعدد المستويات . فتصبح صيغ تحليل التباين لمعيار واحد مع مستويين فاكثر على الشكل التالي:

➢ مجموع مربعات التباين (الاختلاف) الكلي :

$$SST = \sum^{k}\sum^{m}\sum^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n} x_i\right)^2}{kmn}$$

➢ مجموع مربعات التباين (الاختلاف) بين المجاميع :

$$SSB=\frac{\sum^{k}\left(\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{mn}-\frac{\left(\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{kmn}$$

- مجموع مربعات التباين (الاختلاف) بين المجاميع الجزئية :

$$SSSB=\frac{\sum^{k}\sum^{m}\left(\sum^{n}x_i\right)}{n}-\frac{\sum^{k}\left(\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{nm}$$

- مجموع مربعات التباين (الاختلاف) ضمن المجاميع الجزئية :

$$SSSW=\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i^2-\frac{\sum^{k}\sum^{m}\left(\sum^{n}x_i\right)^2}{n}$$

فيكون شكل جدول تحليل التباين لمعيار واحد ولعدة مستويات التالي :

مصدر التباين	درجات الحرية d.f.	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	f
بين المجاميع	k-1	SSB	$\frac{SSB}{k-i}$	$\frac{MSSB}{MSSSB}$
بين المجاميع الجزئية	k(m-1)	SSSB	$\frac{SSSB}{k(m-1)}$	
ضمن المجاميع الجزئية	km(n-1)	SSSW	$\frac{SSSW}{km(n-1)}$	$\frac{MSSSB}{MSSSW}$
المجموع الكلي	kmn-1	SST	------	

مثال (١٢.٥) : في الجدول التالي اوزان (كغم) لانتاج احدى انواع اشجار الفاكهة لسنتين n = 2 ، وفي كل سنة اخذت اربعة اشجار m = 4 ، من ثلاثة حقول k = 3 . المطلوب اختبار ان كانت هناك فروق معنوية في متوسط انتاجية الاشجار في السنتين بين هذه الحقول .

المجاميع												
k = 3	الحقل الاول				الحقل الثاني				الحقل الثالث			
m = 4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
n = 2	58.5	77.8	84.0	70.1	69.8	56.0	50.7	63.8	56.6	77.8	69.9	62.1
	59.5	80.9	83.0	68.3	69.8	54.5	49.3	65.8	57.5	79.2	69.2	64.5
$\sum^{n} x_i$	118.0	158.7	167.6	138.4	139.6	110.5	100.0	129.6	114.1	157.0	139.1	126.6
$\sum^{m}\sum^{n} x_i$	582.7				479.7				536.8			

الحل لـ (١٢.٥) :

➢ لدينا :

- المجموع الاجمالي : $\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n} x_i = 582.7 + 479.7 + 536.8 = 1599.2$
- مجموع مربعات العناصر :

$$\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n} x_i^2 = (58.5)^2 + (77.8)^2 + ... + (64.5)^2 = 108962$$

- مجموع مربعات المجاميع مقسومة على عدد المستويات n :

$$\frac{\sum^{k}\sum^{m}\left(\sum^{n}x_i\right)^2}{n}=\frac{(118.0)^2+(158.7)^2+.........+(126.6)^2}{2}$$

$$=108946.38$$

- مجموع مربعات المجاميع مقسومة على عينة المجاميع mn :

$$\frac{\sum^{k}\left(\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{mn}=\frac{(582.7)^2+(479.7)^2+(536.8)^2}{(2)(4)}=107225.7$$

- مربع المجموع الكلي مقسوما على مجموع عدد الخلايا kmn :

$$\frac{\left(\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{kmn}=\frac{(1599.2)^2}{(3)(4)(2)}=106560.026$$

فيكون لدينا :

➢ مجموع مربعات التباين الكلي SST

$$SST=\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i^2-\frac{\left(\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{kmn}=108692-106560.026$$

$$=2401.973$$

➢ مجموع مربعات التباين بين المجاميع SSB

$$SSB=\frac{\sum^{k}\left(\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{mn}-\frac{\left(\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{kmn}$$

$$=107225.702-106560.026=665.6758$$

➢ مجموع مربعات التباين بين المجاميع الجزئية SSSB

$$SSSB=\frac{\sum^{k}\sum^{m}\left(\sum^{n}x_i\right)}{n}-\frac{\sum^{k}\left(\sum^{m}\sum^{n}x_i\right)^2}{nm}$$

$$=108946.38-107225.703=1720.68$$

➢ مجموع مربعات التباين ضمن المجاميع الجزئية SSSW

$$SSSW=\sum^{k}\sum^{m}\sum^{n}x_i^2-\frac{\sum^{k}\sum^{m}\left(\sum^{n}x_i\right)^2}{n}$$

$$=108962-108946.38=15.62$$

ومن نتائج العمليات الحسابية اعلاه ، نحصل على جدول تحليل التباين التالي :

مصدر التباين	درجات الحرية d.f.	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	f
بين المجاميع	٢	٦٦٥.٦٧٥٩	٣٣٢.٨٣٨	f_1=١.٧٤١ f_2=١٤٦.٨٨
بين المجاميع الجزئية	٩	١٧٢٠.٦٧٧٥	١٩١.١٨٦٤	
ضمن المجاميع الجزئية	١٢	١٥.٦٢	١.٣٠١٧	

المجموع الكلي	٢٣	٢٤٠١.٩٧٣٤	------	------

➢ القرار : باستخدام الملحق رقم (٥) وعند مستوي معنوية ٠.٠٥ نجد ان القيم الجدولية هي :

$$f_{1,0.05,(2,9)} = 10.11$$

$$f_{2,0.05,(9,12)} = 4.906$$

وحيث ان القيمة المحتسبة لـ f_1 هي اقل من الفيمة الجدولية ، عليه نقبل H_0 نستدل على عدم وجود فروق جوهرية بين المجاميع ، في حين نرفض H_0 ونستدل على وجود فروق جوهرية ضمن المجاميع (الحقول) كما يتضح من مقارنة f_2 المحتسبة مع الجدولية .

٥-٣-٤ تحليل التباين بمعيارين Two Ways Analysis of Variance

(١) خصائص واجراءات تحليل التباين بمعيارين

ويهدف الى دراسة تاثيرعاملين على ظاهرة ما (المتغير التابع) ، كأن يكون معيار الطلبة ومعيار طرق التدريس مثلا ، وكل منهما يضم عدة مستويات او تقسيمات ، للوقوف على معرفة تاثير كل من المعيارين الاول والثاني . وتحليل التباين بمعيارين ممكن ان يتم :

- **اما من دون تفاعل داخلي without Internal Interaction** والافتراض يتضمن بان العاملين (المعيارين) لايتفاعلان معا في التاثير على المتغير التابع ، اي ان تاثير الاعمدة هو ذاته مع كل صنف او عامل ، عندها يطلق عليه تحليل التباين بمعيارين من دون تفاعل داخلي وفيه :

مجموع المربعات الكلي SST :

$$SST = \sum^{k}\sum^{n} x_{ij}^{2} - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{n} x_{ij}\right)^{2}}{kn}$$

يقسم الى ثلاثة مركبات هي :

- مجموع مربعات التباين بين الصفوف :

$$SSR = \frac{\sum^{n}\left(\sum^{k} x_i\right)^2}{k} - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$

- مجموع مربعات التباين بين الاعمدة :

$$SSC = \frac{\sum^{k}\left(\sum^{n} x_j\right)^2}{n} - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$

- مجموع مربعات تباين الاخطاء (ضمن الاعمدة)

$$SSE = SST - (SSR + SSC)$$

مثال (١٣.٥) : المعطيات في الجدول التالي تمثل نتائج تجربة زراعية تهدف معرفة تاثير ٤ اصناف من الحنطة ، و ٣ انواع من الاسمدة في زيادة متوسط انتاجية الدونم الواحد من الحنطة . المطلوب اختبار ان كانت هناك فروق جوهرية بين متوسطات انتاجية الدونم الواحد من اصناف الحنطة ، وكذلك بين متوسطات انتاجية الدونم الواحد باختلاف نوع السماد تحت مستوى $\alpha_1 = 0.01$ و $\alpha_2 = 0.05$.

نوع السماد	صنف الحنطة (القمح)				المجموع
	a	b	c	d	
١	10	7	8	5	20
٢	9	7	5	4	25
٣	8	6	4	4	22
المجموع	27	20	17	13	77

الحل لـ (١٣.٥) :

- نحدد الفرضية :

$$H_0 : \mu_a = \mu_b = \mu_c = \mu_d$$
$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

- مجموع المربعات الكلي SST :

$$SST = \sum^{k}\sum^{n} x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$

$$= (10)^2 + (7)^2 + ... + (4)^2 - \frac{(77)^2}{12} = 46.92$$

- مجموع مربعات التباين بين الصفوف SSR :

$$SSR = \frac{\sum^{n}\left(\sum^{k} x_i\right)^2}{k} - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$
$$= \frac{\left[(30)^2 + (25)^2 + (22)^2\right]}{4} - \frac{(77)^2}{12} = 8.17$$

- مجموع مربعات التباين بين الاعمدة SSC :

$$SSC = \frac{\sum^{k}\left(\sum^{n} x_j\right)^2}{n} - \frac{\left(\sum^{k}\sum^{n} x_{ij}\right)^2}{kn}$$
$$= \frac{\left[(27)^2 + (20)^2 + (17)^2 + (13)^2\right]}{n} - \frac{(17)^2}{12} = 34.92$$

- مجموع مربعات تباين الاخطاء (ضمن الاعمدة) SSE :

$$SSE = SST - (SSR + SSC)$$
$$= 46.92 - 8.17 - 34.92 = 3.83$$

وبترتيب النتائج اعلاه نحصل على جدول تحليل التباين التالي :

مصدر التباين	درجات الحرية d.f.	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	f
بين الاعمدة (الاصناف) SSC	**3**	**34.92**	**11.64**	$\frac{11.64}{0.64} = 18.19$
بين الصفوف (الاسمدة) SSR	**2**	**8.17**	**4.09**	$\frac{4.09}{0.64} = 6.39$
الخطأ (ضمن الاعمدة) SSE	**6**	**3.83**	**0.64**	
المجموع الكلي	**11**	**46.92**	-----	-----

➢ القرار : بالرجوع الى الملحق رقم (٨.٦) ، نجد ان قيمة f الجدولية هي :

$$f_{0.05;3,6} = 4.76$$
$$f_{0.05;2,5} = 5.14$$

ومن خلال المقارنة نستدل على رفض H_0 مما يدل على عدم تساوي متوسطات انتاجية اصناف القمح سواء عند ٠.٠٥ ، وكذلك على نطاق نوع السماد ، حيث القيم المحتسبة هي اكبر من القيم الجدولية .

- <u>**اوالافتراض بوجود تفاعل بين العاملين with Internal Interaction**</u> عندها يقسم مجموع مربعات التباين الكلي الى ٤ مركبات هي : مركبتي العاملين الاول والثاني ، والثالثة للتفاعل بين العاملين الاول والثاني ، والمركبة الرابع للخطأ $\mathbf{e_{ijk}}$ التي تكون مغيرا مستقلا يتبع التوزيع الطبيعي $N(0,1)$ ، وان :

$$i = 1,2,......,r$$
$$j = 1,2,......,c$$
$$k = 1,2,......,n$$

حيث ان : r ترمز اى عدد الصفوف ، و c تشير الى عدد الاعمدة ، و n عدد مشاهدات كل خلية .

وكذلك اثر التفاعل Interaction بين هذين العاملين على المتغير التابع ، وذلك لاختبار فرضية تساوي متوسط المتغير التابع مع متوسطات مستويات العوامل ، مقابل فرضية عدم وجود تفاعل بين العاملين . وكذا الاجراءات في حالة 3- Way ANOVA مع استخدام برنامج SPSS . وجميع حالات الاختبار تتم على اساس استيفاء الشروط التي سبق تناولها والمتعلقة بتوزيع المتغير التابع توزيعا طبيعيا ، وتساوي التباين ، واستقلالية المشاهدات عن بعضها . كما ان التحليل باستخدام برنامج SPSS ممكن ان يتم بكلتا الحالتين بدون او مع وجود تفاعل داخلي بمجرد الاشارة على الخيارالمطلوب على لوحة Univariate : Model المبينة في الشكل البياني رقم (٢٠.٧) وكما سيتضح عند استخدام برنامج SPSS في عملية التحليل في الفقرة التالية .

(٢) استخدام برنامج SPSS لتحليل التباين بمعيارين

Two Ways Analysis of Variance

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لانجاز تحليل التباين بمعيارين

متوفرة في ١٠-٣-٦ من الفقرة (١٠-٣)

من الفصل العاشر

تمارين الفصل الخامس

تمرين (١.٥) : لنفترض ان مدير احدى الشركات بصدد ترقية موظف لدرجة اعلى ، فما هو نوع الخطأ المتوقع الوقوع فيه ، اذا كانت الفرضية هي :

ا- ان الموظف مؤهل وتم قبول فرضية H_0 بالخطأ

ب- ان الموظف مؤهل وتم رفض فرضية H_0 بالخطأ

ج- ان الموظف مؤهل وتم قبول فرضية H_0 بصورة صحيحة

د - ان الموظف مؤهل وتم رفض فرضية H_0 بصورة صحيحة

تمرين (٢.٥) : عينة شملت ٥٨ عيادة اشعة ، تبين منها ان متوسط سعر الاشعة هو $\bar{x} = 11$ دينار وبانحراف معياري مقداره $s = 4$ دينار ، فهل ان نتائج العينة تتفق مع السعر المحدد رسميا وهو ٩ دنانير ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

تمرين (٣.٥) : ادعت احدى شركات السياحة بان ٠.٦٥ من الفتيات اللواتي يعملن في الشركة يحصلن على الزواج بعد مرور ثلاث سنوات على توظيفهن ، فاختيرت عينة حجمها $n = 200$ ، وبعد مرور ثلاث سنوات اتضح بان عدد اللواتي تزوجن كان ١١٠، فهل هذه النتيجة تتفق وادعاء الشركة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

تمرين (٤.٥) : في تجربة قامت بها احدى المؤسسات الصحية لمعرفة ان كان هناك فرق في درجة الثقة بالنفس بين الاطفال المرضى والاطفال الاصحاء ، فاخذت عينة من الاطفال المرضى حجمها $n_1 = 18$ وعينة من الاطفال الاصحاء حجمها $n_2 = 18$ ايضا، فكانت النتائج تشير الى ان :

$\bar{x}_1 = 23.3; s_1 = 3.9; \bar{x}_2 = 27.8; s_2 = 3.1$ ، والمطلوب اجراء الاختبار عند $\alpha = 0.01$.

تمرين (٥.٥) : لمعرفة الثقل المحوري للشاحنات المارة على طريقين تم انشاؤهما جديثا في احدى البلديات والمصممة بنفس المواصفات ، اخذت عينة تتكون من ٣١ شاحنة من كل طريق ، واتضح بان متوسط الحمولة لها والانحراف المعياري هي كالاتي : $\bar{x}_1 = 28.4; s_1 = 4.1, \bar{x}_2 = 32.6; s_2 5.2$ فهل نستدل على وجود فروقات في حمولات الشاحنات المارة على كلا الطريقين ، عند $\alpha = 0.10$.

تمرين (٦.٥) : اذا كانت القيم : 10 ,20 ,15 ,25 ,30 تمثل عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع موزع طبيعيا $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ ، والقيم : 13 ,14 ,16 ,14 ,15 ,12 تمثل عينة عشوائية اخرى مأخوذة من محتمع طبيعي $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ ، والمطلوب :

ا- معرفة ان كان الانحرافين المعياريين للمجتمعين متساويين ، عند $\alpha = 0.10$

ب- في ضوء القرار الذي يتم التوصل اليه في ا اعلاه ، اختباران كان المتوسطين متساويين عند $\alpha = 0.05$.

تمرين (٧.٥) : معمل فيه خطين انتاجيين لانتاج نوعين من المصابيح الكهربائية ، اخذت عينة عشوائية من الخط الاول حجمها $n_1 = 60$ فكانت نسبة المصابيح الغير صالحة ٠.١٢ ، وعينة من الخط الثاني حجمها $n_2 = 80$ ، فوجد نسبة المصابيح غير الصالحة بينها ٠.٠٩ . فاذا كان متوسط عمر المصباح للعينة الاولى وانحرافه المعياري هو : $\bar{x}_1 = 99; s_1 = 20$ ساعة ، والعينة الثانية هو : $\bar{x}_2 = 970; s_2 = 17$ ساعة . المطلوب ايجاد :

ا- تقدير فترة الثقة للفرق بين متوسطي عمر المصابيح المنتجة في الخطين بدرجة تقة ٩٠ % ،

ب- تقدير فترة الثقة للفرق بين نسبتي المصابيح الصالحة في الخطين بدرجة تقة ٩٠ % .

تمرين (٨.٥) : اختيرت عينة تتكون من ٥٠ مدرسة اعدادية ، فكان معدل الدرجة النهائية للطالب لهذه المدارس هو ٦١ وبانحراف معياري مقداره ٤.٥ درجة ، في حين اوضحت دائرة التربية المسؤولة عن هذه المدارس بان المعدل النهائي يزيد على ٦٢ وبانحراف معياري مقداره ٥.١ . والمطلوب اختبار مدى صحة ادعاء دائرة التربية ، عند $\alpha = 0.05$.

تمرين (٩.٥) : في تجربة على احدى محطات تربية الابقار ، تم فيها ادخال معدات تكييف الهواء مع اجراء تغيير في مكونات الاعلاف ، وتم قياس تاثيرالتغير من خلال كمية انتاج حليب ١٢ بقرة بعد مرور شهر على التجربة ومقارنتها مع كمية انتاج هذه الابقار قبل التجربة ، فكانت النتيجة كما مبين في الجدول التالي ، والمطلوب اختبار ان كانت هناك زيادة قد تحققت بعد التجربة ، عند $\alpha = 0.05$.

رقم المشاهدة	كمية انتاج الحليب (باللتر)	
	قبل التجربة	بعد التجربة
١	١٢	١٣
٢	١٥	١٨
٣	١٣	١٥
٤	١٥	١٨
٥	١٢	١٤
٦	١٧	١٧
٧	٢٠	١٩
٨	١٧	١٧
٩	١١	١٤
١٠	١٢	١٦
١١	١٠	١١
١٢	١٢	١١

تمرين (١٠.٥) : قامت مديرية صحة احدى المحافظات بتوزيع محموعة الاطباء المختصين على البلديات التابعة للمحافظة ، وعلى الوجه المبين في الجدول التالي، والمطلوب اختبار مدى استقلالية معياري التصنيف وهي الاختصاص والعامل الجغرافي، عند $\alpha = 0.05$.

البلدية	الاختصاص				المجموع
	١	٢	٣	٤	
A	٣٠	٢٤	١٨	٢٤	٩٦
B	٩	٣٣	٢٠	١٩	٨١
C	٦	٩	٢١	١٤	٥٠
d	١٥	٢٤	٣٠	٦٠	١٢٩
المجموع	٦٠	٩٠	٨٩	١١٧	٣٥٦

تمرين (١١.٥) : استخدمت ٤ طرق للتدريس لـ ٦ مجاميع من الطلبة لتعليمهم جدول الضرب ، وكانت النتائج كما مبين في الجدول التالي ، والمطلوب اختبار فيما اذا كانت هناك فروق جوهرية بين طرق التدريس ، عند $\alpha = 0.05$.

طريقة التدريس	المجاميع						المجموع
	١	٢	٣	٤	٥	٦	
١	٧	٦	٨	٥	٩	٧	٤٢
٢	٨	٩	١٠	٧	٨	٦	٤٨
٣	٧	٨	١٠	٥	٦	٣	٣٩
٤	٨	٦	٥	٤	٩	٤	٣٦
المجموع	٣٠	٢٩	٣٣	٢١	٣٢	٢٠	١٦٥

تمرين (١٢.٥) : اجريت تجربة لبيان تاثير ٤ انواع من الاغذية في زيادة وزن مجموعة من الابقار تنتمي لـ ٣ سلالات مختلفة ، وتم اعطاء كل نوع من الغذاء الى ٥ ابقار من كل سلالة ، وكانت النتائج التي تمثل مجموع الزيادة في وزن الابقار الخمسة لكل سلالة ولكل نوع من الغذاء هي كما مبين في الجدول التالي . والمطلوب تكوين جدول تحليل التباين واجراء الاختبارات عند $\alpha = 0.05$.

السلالة	نوع الغذاء				المجموع
	a	b	c	d	
١	91	98	112	109	408
٢	113	116	114	119	162
٣	127	121	116	121	185
المجموع	331	333	342	349	755

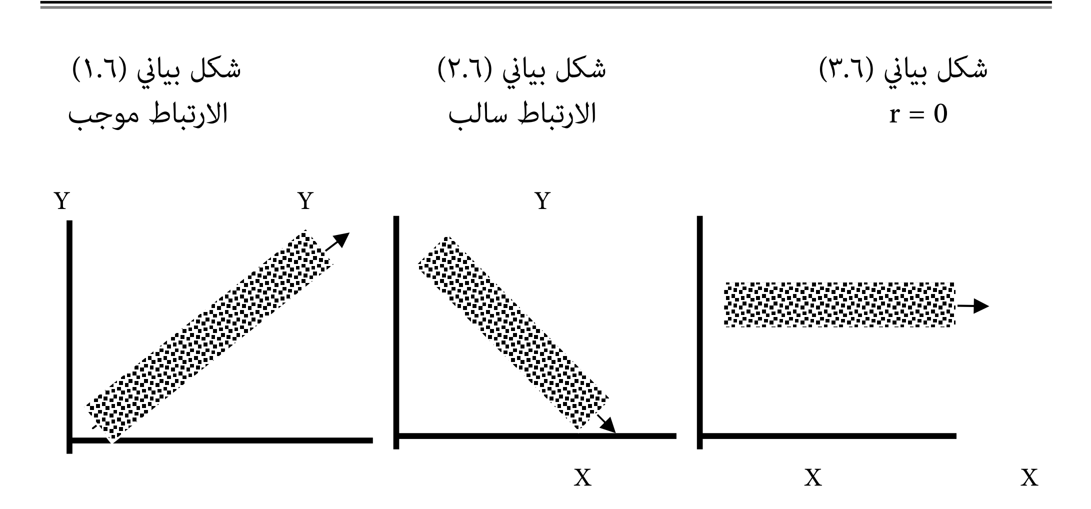
الفصل السادس

تحليل الارتباط Correlation Analysis

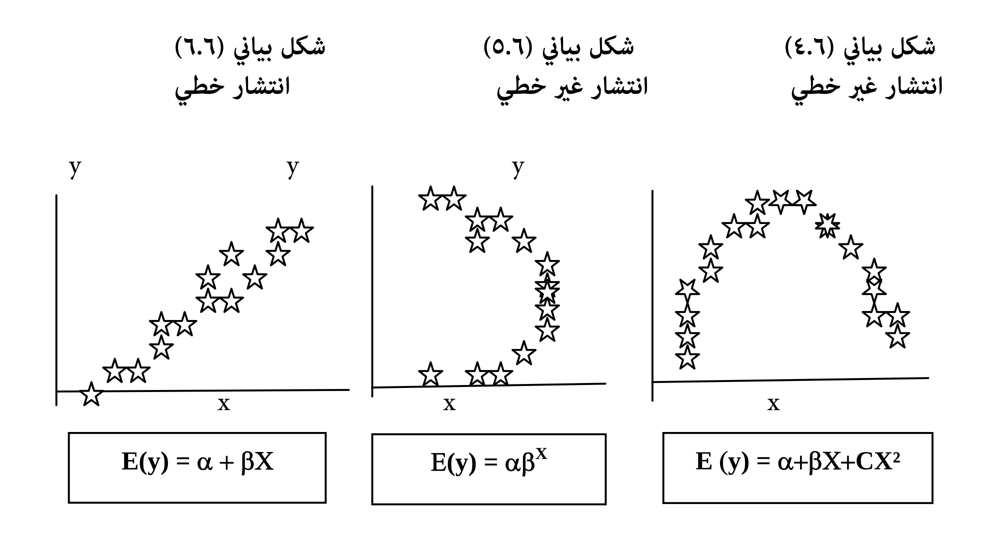
٦-١ خصائص الارتباط Correlation Properties

الارتباط هو من ادوات التحليل الوصفي ويهدف الى معرفة ان كانت هناك علاقة بين متغيرين مستقلين او بين متغير مستقل independent variable (X) ومتغير تابع dependent variable (Y) او بين مجموعة متغيرات مستقلة (X_i) ومتغير تابع (Y) . بشرط ان يكون كلا المتغيرين عشوائيين وتوزيعهما طبيعيا زوجيا Bivariate normal distribution . وفي حالة العلاقة بين مجموعة متغيرات ، عندها يدعى بالتوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات Multivariate normal distribution . أما في حالة كان توزيع قيم المتغيرات غير طبيعي فلا يمكن الاستدلال على تقديرمعالم المجتمع من نتائج العينة رغم امكانية احتساب مقياس الارتباط واستخدامه لوصف العلاقة . ومقياس العلاقة يدعى معامل الارتباط correlation coefficient ويرمز له r في حالة العلاقة بين متغيرين و R في حالة العلاقة بين مجموعة متغيرات مستقلة ومتغير تابع . وبصورة عامة هناك عدة انواع من المعاملات لقياس العلاقة ، يعتمد استخدام كل منها على طبيعة معطيات المتغيرات ان كانت كمية او نوعية ، وعلى عدد مستويات كل متغير . ومدى قابلية هذه المستويات على الترتيب من عدمه.

وتكون قيمة معامل الارتباط ١ عندما تكون العلاقة تامة كدليل على المتغيرات معتمدة Dependent ، وقيمته ٠ عندما لاتوجد اية علاقة وهو مايدل على ان المتغيرات مستقلة Independent ، وبذلك فان معامل الارتباط يقع بين ٠ و ١ ، أي : $0 \leq r \leq 1$. والاشارة تدل على اتجاه العلاقة ، فعندما تكون اشارة معامل الارتباط موجبة (+) يقال ان الارتباط موجبا ، وتعني ان كل زيادة في المتغير المستقل X تؤدي الى زيادة في المتغير التابع Y وياخذ الاتجاه المبين في الشكل البياني رقم (1.8) . ويصبح الارتباط سالبا (-) وياخذ الاتجاه المبين في الشكل البياني رقم (2.8) اذا كانت الزيادة في قيمة X تؤدي الى نقصان في Y ، اما في الحالة التي لا تؤدي الزيادة في X الى اي تغير في Y فذلك يشير الى عدم وجود اي علاقة بين المتغيرين وياخذ الشكل البياني رقم (3.8) .



كما ان شكل الانتشارالذي تؤول اليه العلاقة والمبين نماذج منه في الاشكال البيانية رقم (٤.٦) و(٥.٦) و(٦.٦) ، يوضح ان كانت هذه العلاقة هي خطية او غير خطية للاستعانة بها في معرفة الادوات التحليلية المناسب توظيفها في دراسة الظاهرة .



ومما تجدر الإشارة اليه ايضا ، الى ان العلاقة بين متغيرين هو ليس شرط كافي تماما لان تكون هذه العلاقة سببية Causal relationship بينهما ، بل هي دليل على وجود علاقة خطية بينهما. فعلى سبيل المثال ، عند ارتفاع درجة الحرارة ينخفض الطلب على شراء الملابس الواقية من البرد ، في المقابل يزداد الطلب على شراء الايس- كريم ، لكن ليس من لايشتري الملابس سيقدم على شراء الايس كريم ، او العكس . اي ان العلاقة لكلا المتغيرين قد تكون مرتبطة بمتغير ثالث وفي مثالنا هنا هو متغير ارتفاع درجة الحرارة ، لذلك ليس كافيا لاثبات بان عدم شراء الملابس الواقية من البرد كان وراءه ارتفاع الطلب على الايس كريم ، او العكس .

٦-٢ معامل الارتباط البسيط

Simple correlation coefficient

ويستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين ذات قيم رقمية quantitative ، ويعتبر معامل ارتباط بيرسن Pearson Product-moment correlation coefficient من اهم الطرق المستخدمة في حالة الارتباط البسيط .

٦-٢-١ صيغة حساب معامل الارتباط البسيط

ومعامل ارتباط بيرسن هو حصيلة قسمة التباين المشترك للمتغيرين على ناتج الانحرافات المعيارية ، اي ان صيغته هي :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{(n-1)s_x s_y}$$

او

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}$$

حيث ترمز x_i و y_i الى قيم كل من المتغيرين المستقل و التابع على التوالي ، وتشير n الى حجم العينة . وان : $i = 1, 2, \ldots\ldots, n$

كما ويمكن ايجاد معامل الارتباط باخذ الجذر التربيعي لمعامل التحديد Coefficient of Determination والذي يرمز له بـ r^2 ، والذي يشير الى قوة المتغير المستقل في تفسير تباين المتغير التابع او التنبوء به . وصيغته هي :

$$r^2 = \frac{b\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]}{\sum y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}}$$

$$r = \sqrt{r^2}$$

حيث ان b يشير الى معامل الانحدار Regression Coefficient وهو ما سيتم تناوله في الفصل السابع .

٦-٢-٢ اختبار معنوية حجم معامل الارتباط البسيط

ويهدف التحقق من معنوية حجم معامل الارتباط البسيط ، ومن ان العلاقة بين متغيري العينة تمثل معامل ارتباط المجتمع المسحوبة منه العينة ، فاذا رمزنا لارتباط المجتمع بـ ρ ، يصبح بالامكان استخدام الاحصاءة **t** لاختبار فرضية :

$$H_0 : \rho = 0$$
$$H_1 : \rho \neq 0$$

وان صيغة احصاءة **t** هي :

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{(1-r^2)}{(n-2)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

اما قيمة **t** الجدولية فيتم ايجادها من الملحق رقم (٦.٦) بدرجات حرية n – 2 وعند مستوى معنوية α . عندها يتم رفض H_0 اذا كانت قيمة **t** المحتسبة اكبر من القيمة الجدولية ، ليستدل من ان العلاقة معنوية و لاتساوي صفر . مع الاشارة الى ان الاختبار هو حصرا لفرضية $H_0 : \rho = 0$ ، لانه لايمكن استخدام جدول توزيع **t** عند فرضية مساواة ρ لقيمة معينة ، اي لايمكن مثلا اختبار فرضية : $H_0 : \rho =$٠.٥ ، حيث في مثل هذه الحالة سيتغير توزيع r ليصبح توزيعا ملتويا Snedecor & Cochran, 1980 ، مما يستوجب تحويل قيمة r الى قيمة Z المعيارية باستخدام الصيغة التالية :

$$Z_r = \frac{1}{2} \ell n \frac{1+r}{1-r}$$

حيث ان ℓn هي لوغاريتم طبيعي ، وان Z_r مقارب للتوزيع الطبيعي بوسط حسابي هو:

$$Z_p = \frac{1}{2} \ell n \left[\frac{(1+p)}{1-p} \right]$$

وانحراف معياري تقديري مقداره :

$$\sigma_Z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

عندها تصبح صيغة اختبار فرضية ρ تساوي قيمة غير صفرية هي :

$$Z = \frac{Z_r - Z_p}{\frac{1}{\sqrt{n-3}}}$$

مثال (١.٦) : الجدول التالي يبين العلامات النهائية لـ ٨ طلاب في مادتي الاحصاء x والرياضيات y

95	85	65	80	45	60	65	85	x
87	82	57	72	52	62	67	77	y

والمطلوب ايجاد :

ا- معامل الارتباط بين المتغيرين x و y مع تفسيره الاقتصادي وفقا للاشارة ،

ب- معامل التحديد $r^٢$ ،

ج- اختبار معنوية r عند $\alpha = 0.05$ وفقا لفرضية :

$$H_0 : \rho = 0$$
$$H_1 : \rho \neq 0$$

الحل لـ (١.٦) :

- وفقا لمتطلبات صيغة حساب معامل الارتباط البسيط r نجد القيم التاية :

y^2	x^2	xy	y	x
5929	7225	6545	٧٧	٨٥
4489	4225	4355	٦٧	٦٥
3844	3600	3720	٦٢	٦٠
2704	2025	2340	٥٢	٤٥
5148	6400	5760	٧٢	٨٠
3249	4225	3705	٥٧	٦٥
6724	7225	6970	٨٢	٨٥
7569	9025	8265	٨٧	٩٥
$\sum y^2 =$ ٣٩٦٥٦	$\sum x^2 =$ ٤٣٩٥٠	$\sum xy =$ ٤١٦٦٠	$\sum y_i =$ ٥٥٦	$\sum x_i =$ ٥٨٠

وباستخدام صيغة معامل الارتباط البسيط نحصل على :

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}$$

$$\frac{(8)(41660) - (580)(556)}{\sqrt{\left[(8)(43950) - (580)^2\right]\left[(8)(39656) - (556)^2\right]}} = 0.97$$

وحيث ان اشارة معامل الارتباط موجبة ، نستدل على انه كلما ارتفعت علامة الطالب في مادة الاحصاء ، فمن المتوقع ان ترتفع علامته في مادة الرياضيات ايضا .

- وبما ان معامل الارتباط هو الجذر التربيعي لمعامل التحديد ، عليه فان معامل التحديد هو :

$$r^2 = 0.941$$

➢ لاختبار معنوية r ، نجد قيمة t المحتسبة باستخدام الصيغة اعلاه ، فيكون لدينا

$$t = \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} = \sqrt{\frac{8-2}{1-0.941}} = \sqrt{\frac{6}{0.059}} = 10.084$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (3) مع درجات حرية عددها ٦ = ٢- ٨ ، عند $\alpha = 0.05$ ، نجد ان قيمة t الجدولية هي : ١.٩٤٣ ،

القرار: وحيث ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية ، عليه نرفض H_0 ونستدل على ان معامل ارتباط المجتمع المسحوبة منه العينة لايساوي صفر ، وبذلك فان معامل الارتباط قوي ومعنوي .

٦-٢-٣ استخدام برنامج SPSS لايحاد معامل ارتباط بيرسن (البسيط)

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لايجاد مؤشرات معامل ارتباط بيرسن (البسيط) متوفرة في ١٠-٤-١ من الفقرة (١٠-٤) في الفصل العاشر

٦-٣ معامل الاتباط الجزئي Partial correlation coefficient

٦-٣-١ صيغة حساب معامل الارتباط الجزئي

ويستخدم لقياس العلاقة بين زوج من المتغيرات عندما باقي المتغيرات تكون ثابتة. وبذلك فان الفرق بين الارتباط البسيط والارتباط الجزئي هو ان الاول يقيس العلاقة بين متغيرين ضمن تاثيرالمتغيرات الاخرى ، في حين يقيس الثاني العلاقة بين متغيرين مع استبعاد تاثير المتغيرات الاخرى . اي لو كان لدينا معادلة تضم المتغيرات x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ، فايجاد الارتباط الجزئي بين المتغيرين x_3 وx_1 سيتم مع ابقاء المتغيرات الثلاثة الاخرى ثابتة ، وذلك لمعرفة طبيعة العلاقة بينهما من حيث جدوى ابقاء احدهما او كلاهما في المعادلة وفقا لدرجة تاثيرها على المتغير التابع لاجل تحسن قوة المعادلة التنبؤية . ويطلق على مربع معامل الارتباط الجزئي بمعامل التحديد الجزئي وسيتم الرمز له لحالة المثال اعلاه بـ $r^2_{13.245}$ ، ان صيغة حساب معامل الارتباط الجزئي بين y و x_2 مع ثبات x_1 مثلا تاخذ الشكل التالي :

$$r_{y2.1}=\frac{r_{y2}-(r_{y1})(r_{12})}{\sqrt{(1-r_{y1}^2)(1-r_{12}^2)}}$$

حيث ان r_{y2} و r_{y1} و r_{12} هي معاملات يتم ايجادها بموجب صيغة الارتباط بسيط وهي :

$$r=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2-\left(\sum y\right)^2\right]}}$$

٦-٣-٢ اختبار معنوية حجم معامل الارتباط الجزئي

وتستخدم الاجصاءة **t** لاختبار فرضية العدم H_0 من ان معامل الارتباط الجزئي للمجتمع ρ يساوي صفر ، اي : $H_0 : p_{y1.2....k}=0$

اما صيغة حساب قيمة **t** فهي :

$$t=r_{y1.2....k}\sqrt{\frac{n-k-1}{1-r_{y1.2..k}}}$$

ومقارنتها مع قيمة **t** الجدولية مع درجات حرية عددها n – k -1 ومستوى معنوية α . فيتم رفض الفرضية ااذا كانت القيمة المحتسبة اكبر من القيمة الجدولية .

مثال (٢.٦) : ارادت احدى مؤسسات الاعلان والدعاية معرفة العلاقة بين عدد المستجيبين لاعلاناتها ولنرمز له بـ y وبين حجم الاعلان المنشور في الصحيفة x_1 ، وعدد الصحف الموزعة التي يتم نشر الاعلان فيها x_2 واستطاعت المؤسسة الحصول على المعطيات المبينة في الجدول التالي :

عدد المستجيبين (بالمئات) ، y_i	حجم الاعلان (بالانج) x_1	عدد الصحف الموزعة (بالالاف) x_2
١	١	٢
٤	٨	٨
١	٣	١
٣	٥	٧
٢	٦	٤
٤	١٠	٦

والمطلوب :

ا- ايجاد معامل الارتباط الجزئي بين المتغيرين y و x_2 مع ثبات المتغير x_1 .

ب- التعليق على النتيجة بشان اهمية المتغير للمعادلة ام لا ،

ج- اختبار معنوية فرضية مساواة معامل الارتباط الحزئي للمجتمع الى صفر عند $\alpha/2 = 0.05/2$.

الحل لـ (٢.٦) : لدينا :

$$\sum y = 15 \qquad \sum x_1 = 33 \qquad \sum x_2 = 28$$

$$\sum y^2 = 47 \qquad \sum x_1^2 = 235 \qquad \sum x_2^2 = 170$$

$$\sum yx_1 = 103 \qquad \sum x_2 y = 88 \qquad \sum x_1 x_2 = 188$$

ايجاد معاملات الارتباط البسيط لتوفير متطلبات صيغة معامل الارتباط الجزئي ، يكون لدينا :

$$r_{y1} = \frac{n\sum yx_1 - \sum y \sum x_1}{\sqrt{\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_i\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{6(103) - (15)(33)}{\sqrt{\left[6(47) - (15)^2\right]\left[6(232) - (33)^2\right]}} = \frac{123}{121.42} = 0.936$$

$$r_{y2} = \frac{n\sum yx_2 - \sum y \sum x_2}{\sqrt{\left[n\sum y^2 - \left(\sum y^2\right)\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{6(88) - (15)(28)}{\sqrt{\left[6(47) - (15)^2\right]\left[6(170) - (28)^2\right]}} = \frac{108}{115.983} = 0.931$$

$$r_{12} = \frac{n\sum x_1 x_2 - \left(\sum x_1\right)\left(\sum x_2\right)}{\sqrt{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{6(188)-(33)(28)}{\sqrt{[6(232)-(33)^2][6(170)-(28)^2]}} = \frac{204}{267.41} = 0.763$$

وبتطبيق صيغة معامل الارتباط الجزئي التالية ، نحصل :

$$r_{y2.1} = \frac{r_{y2} - (r_{y1})(r_{12})}{\sqrt{(1-r_{y1}^2)(1-r_{12}^2)}}$$

$$= \frac{0.931-(0.936)(0.763)}{\sqrt{(1-0.875)(1-0.582)}} = \frac{0.217}{0.229} = 0.947$$

ومن اعلاه نستدل ان القيمة $r_{y2.1} = 0.947$ تدل على ان اضافة المتغير x_2 الى معادلة الانحدار تؤدي الى مساهمة عالية مقدارها $r_{2.1}^2 = 0.897$ في تفسير تباين y ، لذا يمكن اعتباره متغيرا مهما في بناء التنبوء والتقدير في استجابة الزبائن الى اعلانات المؤسسة .
ولاختبار فرضية :

$$H_0 : p_{r_{y2.1}} = 0$$

$$H_1 : p_{r_{y2.1}} \neq 0$$

يتم ايجاد القيمة المحتسبة باستخدام الصيغة التالية ، فيكون لدينا :

$$t = r_{y1.2....k}\sqrt{\frac{n-k-1}{1-r_{y1.2..k}}} = 0.947\sqrt{\frac{3}{1-0.74}} = 3.216$$

وبمقارنة القيمة الحتسبة لـ **t** اعلاه مع القيمة الجدولية عند درجات حرية 3 ومستوى معنوية $\alpha/2 = 0.025$ التي هي $t_{0.025,2} = 4.303$ ، نقبل H_0 ، ونستدل على عدم معنوية معامل الارتباط الجزئي عند 0.025 وربما يعود السبب الى صغر حجم العينة وبالتالي قلة عدد درجات الحرية .

٦-٣-٣ استخدام برنامج SPSS في ايجاد معامل الارتباط الجزئي

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لايحاد معامل الارتباط الجزئي متوفرة في ١٠-٤-٢ من الفقرة (١٠-٤) من الفصل العاشر

٦-٤ معامل الارتباط المتعدد ، R
Multiple correlation coefficient

٦-٤-١ صيغة حساب معامل الارتباط المتعدد

ويستخدم لقياس العلاقة بين اكثر من متغيرين ، الا ان اشارة معامل الارتباط هنا لا تدل على اتجاه العلاقة لان هذا الاتجاه لا يكون موحدا لجميع المتغيرات ، وان عملية التحليل تقوم على فرض ان المتغيرات عشوائية متصلة ويدعى توزيعها بمتعدد المتغيرات، وصيغة حسابه هي امتداد لمعامل الارتباط البسيط ، ففي حالة ٣ متغيرات مثلا لايجاد العلاقة بين x_2 وكل من x_1 x_3 فان صيغة الحساب هي :

$$R_{2.13} = \sqrt{\frac{r_{21}^2 + r_{23}^2 - (2) r_{21} r_{23} r_{13}}{1 - r_{13}^2}}$$

ولايجاد العلاقة بين x_1 وكل من x_2 x_3 تصبح الصيغة :

$$R_{1.23} = \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - (2) r_{12} r_{13} r_{23}}{1 - r_{23}^2}}$$

حيث ان : r_{12}, r_{13}, r_{23} هي معاملات ارتباط يتم ايجادها بموحب صيغة الارتباط البسيط المبنة في اعلاه وهي :

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}$$

فلايجاد معامل ارتباط لـ r_{12} تكون صيغة الارتباط البسيط هي :

$$r_{12} = \frac{n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2}{\sqrt{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right]}}$$

وهكذا بذات الطريقة نجد r_{23} و r_{13} وكما حصل مع الارتباط الجزئي في اعلاه . وعادة ما يكون موضوع الارتباط المتعدد مرتبط بموضوع الانحدار لانه يبحث في علاقة وتاثير المتغيرات المستقلة x_i على المتغير التابع y ، كما ان العملية تصبح اكثر صعوبة في حساب قيمتها يدويا عندما يتطلب الامر البحث في العلاقة بين اكثر من ثلاثة متغيرات، لذا يتم عادة استخدام الحاسوب لهذا الغرض .

وحيث ان R هو الجذر التربيعي لمعامل التحديد $R^٢$ ، فقيمته تكون :

$$R_{1.23} = \sqrt{R_{1.23}^2}$$

حيث ان :

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y_i^2} \\ &= 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \\ &= \frac{b_i \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y + b_3 \sum x_3 y}{\sum y^2} \end{aligned}$$

وكما اشرنا فان b_i تشير الى معاملات الانحدار ، وان $\sum e_i^2$ هي مجموع مربعات الفروق بين القيم الحقيقية y_i والقيم التقديرية $\hat{y}_i$.

٦-٤-٢ اختبار معنوية معامل الارتباط المتعدد

اما صيغة اختبار فرضية العدم للارتباط المتعدد فهي :

$$f = \frac{R_{y12...k}^2}{1 - R_{y12...k}^2} \cdot \frac{n-k-1}{k}$$

حيث ان k تمثل عدد المتغيرات .

مثال (٣.٦) : المطلوب استخدام معطيات المثال رقم (٢.٩) اعلاه ، لايجاد معامل الارتباط المتعدد بين كل من مع كل   و ، واختبار فرضية من ان معامل ارتباط المجتمع مساوية للصفر .

الحل لـ (٣.٦) : لدينا :

$$\sum y = 15 \qquad \sum x_1 = 33 \qquad \sum x_2 = 28$$
$$\sum y^2 = 47 \qquad \sum x_1^2 = 235 \qquad \sum x_2^2 = 170$$
$$\sum yx_1 = 103 \qquad \sum x_2 y = 88 \qquad \sum x_1 x_2 = 188$$

وان قيم معاملات الارتباط البسيط المطلوبة لصيغة حساب معامل الارتباط المتعدد هي :

$$r_{12} = 0.783 \qquad r_{y2} = 0.931 \qquad r_{y1} = 0.936$$

فمن تطبيق صيغة حساب معامل الارتباط المتعدد نحصل على :

$$R_{y.12} = \sqrt{\frac{r_{y1}^2 + r_{y2}^2 - (2) r_{y1} r_{y2} r_{12}}{1 - r_{12}^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{(0.876) + (0.866) - (2)(0.936)(0.931)(0.763)}{1 - 0.582}}$$
$$= \sqrt{\frac{0.412}{0.418}} = 0.99$$

لدينا الفرضية :

$$H_0 : p_{y.12} = 0$$
$$H_1 : p_{y.12} \neq 0$$

وبتطبيق صيغة الاختبار نحصل على :

$$f = \frac{R_{y12\ldots k}^2}{1 - R_{y12\ldots k}^2} . \frac{n - k - 1}{k}$$
$$= \frac{0.98}{1 - 0.98} . \frac{2}{3} = 32.667$$

وباستخدام الملحق رقم (٥) ، عند درجات حرية ٢ ، ٣ ومستوى معنوية $\alpha/2 = 0.05/2$ ، نجد ان القيمة الجدولية هي : $f_{0.025;2,3} = 16.04$

القرار : وحيث ان القيمة المحتسبة اكبر من القيمة الجدولية ، عليه نرفض فرضية العدم ونستدل على معنوية معامل الارتباط المتعدد للمجتمع .

٦-٤-٣ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات الارتباط المتعدد

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لايحاد مؤشرات الارتباط المتعدد متوفرة في١٠-٤-٣ من الفقرة (١٠-٤) من الفصل العاشر

٦-٥ معامل ارتباط الرتب ، r_s Rank correlation coefficient

ويستخدم مع المعطيات غير الرقمية (النوعية) qualitative القابلة للترتيب التصاعدي او التنازلي ، متل ممتاز - جيد جدا - جيد .... الخ ، بالاضافة الى امكانية استخدامه مع القيم الرقمية (الكمية) quantitative الا انه اقل دقة من معامل الارتباط البسيط في حالة القيم الرقمية. ويعود معامل ارتباط الرتب الى فصيلة التوزيعات الحرة (غير المعلمية) اي التي لايشترط فيها الاستيفاء بشرط التوزيع الطبيعي لقيم متغيراتها، ومن مقاييسه المهمة هو معامل ارتباط سبيرمان Spearman rank correlation coefficient .

٦-٥-١ صيغة حساب معامل ارتباط الرتب

ان صيغة معامل ارتباط سبيرمان Spearman rank correlation coefficient التي تستخدم في حساب معامل ارتباط الرتب هي :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث ان d هو الفرق بين رتبة او تسلسل مشاهده ما حسب المتغير الاول x_1 ورتبتها حسب المتغير الثاني x_2 . وعندما يكون هناك عدة مشاهدات بنفس المستوى يعتبر الوسط الحسابي هو رتبة كل واحدة من تلك المشاهدات عند رتبتها تصاعديا . وان n هي عدد المشاهدات .

٦-٥-٢ اختبار معنوية معامل ارتباط الرتب

اما اختبار معنوية معامل ارتباط الرتب فيتم عادة الاستعانة بجدول قيم معامل ارتباط سبيرمان وفقا لحجم العينة n ومستوى المعنوية ، والمبين في الملحق رقم (١٠) ، حيث يستدل على معنوية قيمة معامل الارتباط المحتسبة اذا كانت اكبر من قيمة معامل الارتباط الجدولية عند حجم العينة ومستوى المعنوية المستهدف ، مقابل رفض القيمة المحتسبة اذا كانت اصغر من الجدولية .

مثال (٣.٦) : قام احد مدربي الرياضة بتقييم عينة تتكون من ١١ لاعب في لعبتي كرة الطائرة وكرة السلة ، وكانت نتائج التقييم هي كما في الجدول التالي . ايجاد العلاقة بين اداء اللاعب في اللعبتين باستخدام معامل ارتباط الرتب وقرار قبول او رفض العلاقة .

تسلسل اللاعب	مستوى التقييم	
	لعبة الطائرة x_1	لعبة السلة x_2
١	جيد	صعيف جدا
٢	ضعيف	ممتاز
٣	مقبول	ممتاز
٤	جيد	جيد
٥	ممتاز	مقبول
٦	مقبول	جيد جدا
٧	ضعيف جدا	مقبول
٨	جيد جدا	ضعيف
٩	ممتاز	جيد
١٠	ضعيف	ضعيف جدا
١١	جيد حدا	مقبول

الحل لـ (٣.٦) :

- نرتب قيم كل من المتغيري العينة x_1 و x_2 ، وليكن الترتيب تصاعديا : تعطى للاعب الذي حاز على تقييم ضعيف جدا ،، الرتبة ١ ، وللاعب الذي حاز على تقييم ضعيف وهما الذي تسلسله ٢ والذي تسلسله ١٠ ، الرتبة ٢.٥ على اعتبار ان :

$$\frac{2+3}{2} = 2.5$$

والرتبة التي تلي ذلك هي للاعبين الذين حازوا على تقييم مقبول ، وهما اللذان تسلسلهما ٣ و ٦ ، فتكون الرتبة هي ٤.٥ ، تم اللاعب الذي يحمل تسلسل ٤ وتقييمه جيد ، الرتبة ٦ وهكذا . ونفس الاجراءات يتم تطبيقها مع تقييم لعبة كرة السلة x_2 .

- يتم حساب الفرق بين بين قيم المتغيرين ، ونرمز للفرق بـ d_i للحصول على $\sum d_i$ والذي يجب ان يساوي صفر ، ثم تربيع الفرق d_i^2 للحصول على مجموع $\sum d_i^2$ فيكون لدينا :

d_i^2	d_i	x_2	x_1	تسلسل اللاعب
25	5	1.5	6.5	1
64	-8	10.5	2.5	2
36	-6	10.5	4.5	3
1	-1	7.5	6.5	4
30.25	5.5	5	10.5	5
20.25	-4.5	9	4.5	6
16	-4	5	1	7
30.25	5.5	3	8.5	8
9	3	7.5	10.5	9
1	1	1.5	2.5	10
12.25	3.5	5	8.5	11
$\sum d_i^2 = 245$	$\sum d_i = 0$	----	----	----

- وبتطبيق صيغة معامل ارتباط الرتب علاه ، نحصل على :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(245)}{(11)(120)} = -0.114$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (١٠) عند مستوى معنوية $\alpha/٢ = 0.0٢5$ نجد ان القيمة الجدولية هي ٠.٦٠٩ وهي اكبر من قيمة معامل ارتباط الرتب المحتسبة ، عليه نستدل على عدم علاقة معنوية بين اللعبتين .

٦-٥-٣ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات ارتباط الرتب

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لايحاد مؤشرات ارتباط الرتب متوفرة في ١٠-٤-٤ من الفقرة (١٠-٤) من الفصل العاشر

٦-٦ معامل ارتباط الاقتران ، r_A

Association correlation coefficient

ويستخدم في الحالات التي تكون فيها معطيات كلا المتغيرين او احدهما غير قابلة للترتيب التصاعدي او التنازلي ، وان كل من المتغيرين يتكون من مستويين (حالتين) كما في حالة يدخن ولايدخن او ذكور واناث. وان الشكل العام لمعطيات جدول الاقتران هو :

نمط معطيات معامل ارتباط الاقتران

variable	1	2
a	n_{a1}	n_{a2}
b	n_{b1}	n_{b2}

حيث ان :

a, b هي حالات المتغير x_1

١، ٢ هي حالات المتغير x_2

n هي عدد التكرارات

٦-٦-١ صيغة حساب معامل ارتباط الاقتران

اما صيغة حساب معامل ارتباط الاقتران فهي :

$$r_A = \frac{n_{a1}n_{b2} - n_{a2}n_{b1}}{n_{a1}n_{b2} + n_{a2}n_{b1}}$$

٦-٦-٢ اختبار معنوية معامل ارتباط الاقتران

وحيث ان لحجم عينة المعطيات تاثير مباشر في قياس معنوية حجم معامل الارتباط ، فيمكن الاستعانة بالملحق رقم (١٠) لمعامل ارتباط سبيرمان في اتخاذ القرار ، فان جاءت القيمة المحتسبة اكبر من قيمة الارتباط الجدولية ، عندها يمكن الاستدلال على معنوية العلاقة وفق مستوى المعنوية التي يتم القياس بها والمبينة في الجدول .

مثال (٤.٦) : المطلوب ايجاد معامل الاقتران r_A بين ظاهرتي التدخين والمستوى التعليمي لعينة من الاشخاص حجمها ١٢٠= n المبينة في الجدول التالي :

متغير التدخين	متغير المستوى التعليمي	
	امي	غير امي
يدخن	٣٠	٣٥
لايدخن	٤٠	١٥

الحل لـ (٤.٦) :

بتطبيق صيعة حساب معامل ارتباط الاقتران نحصل على :

$$r_A = \frac{n_{a1}n_{b2} - n_{a2}n_{b1}}{n_{a1}n_{b2} + n_{a2}n_{b1}}$$

$$= \frac{(35)(40) - (30)(15)}{(35)(40) - (30)(15)} = 0.513$$

وعند الأخذ بنظر الاعتبار حجم العينة الكبير n > ٣٠ ، فان حجم معامل الارتباط عالي المعنوية وفقا للملحق (١١) لسبيرمان .

وكما يتضح من اعلاه ، ان بساطة وسهولة وقلة الوقت المطلوب لحساب معامل ارتباط الاقتران قد لايستدعي الخوض قي استخدام برنامج SPSS في حسابه ، ولكن في حالة الرغبة باستخدام الحاسوب يمكن الاستعانة بالامر الفرعي Compute .

٦-٧ معامل ارتباط التوافق ، r_c

Contingency correlation coefficient

ويستهدف قياس العلاقة بين متغيرين يكون احدهما او كلاهما ينقسم الى اكثر من حالتين (مستويين) . وان الشكل العام لجدول التوافق في عرض المتغيرين هو كما مبين في الجدول رقم (١١.٧) الوارد في (٣) من الفقرة (٣.٢.٧) لموضوع اختبار الاستقلالية .

٦-٧-١ صيغة حساب معامل ارتباط التوافق

ان الشكل العام لصيغة حساب معامل التوافق هي :

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi_c^2}{\chi_c^2 + n}}$$

حيث ان : $\chi_c^2 = n(\chi^2) - n$ ، اي :

$$\chi_c^2 = n\left[\frac{n^2_{y1\,x1}}{n_{y1}\,n_{x1}} + \frac{n^2_{y1\,x2}}{n_{y1}\,n_{x2}} + \ldots\ldots + \frac{n^2_{yr\,xc}}{n_{yr}\,n_{xc}}\right] - n$$

وبذلك يمكن الاستفادة من اختبار الاستقلالية باستخدام χ^2 في ايجاد معامل ارتباط التوافق بعد الاخذ بنظر الاعتبار حجم العينة n في حساب قيمة χ^2 المعدل هو χ_c^2 كما اشرنا في اعلاه .

٦-٧-٢ اختبار معنوية معامل ارتباط التوافق

وكما في حالة معامل ارتباط الاقتران ، فهنا ايضا يمكن الاستعانة بالملحق رقم (١٠) لمعامل ارتباط سبيرمان في اتخاذ القرار ، فان جاءت القيمة المحتسبة اكبر من قيمة الارتباط الجدولية ، عندها يمكن الاستدلال على معنوية العلاقة وفق مستوى المعنوية التي يتم القياس بها والمبينة في الجدول .

مثال (٥.٦) : المطلوب ايجاد معامل ارتباط التوافق لمعطيات متغيري المهنة والتدخين المبينة في الجدول التالي :

المجموع	متغير المهنة			متغير التدخين
	c	b	a	
130	20	80	30	يدخن
70	30	15	25	لايدخن
200	50	٩٥	٥٥	المجموع

الحل لـ (٥.٦) : لدينا :

$$\chi_c^2 = n\left[\frac{n^2_{y1\,x1}}{n_{y1}\,n_{x1}} + \frac{n^2_{y1\,x2}}{n_{y1}\,n_{x2}} + \cdots + \frac{n^2_{yr\,xc}}{n_{yr}\,n_{xc}}\right] - n$$

$$\chi_c^2 = 200\left[\frac{(30)^2}{(55)(130)} + \frac{(80)^2}{(95)(13)^2} + \dots\dots + \frac{(30)^2}{(50)(70)}\right] - 200$$

$$= (200)(1.1588) - 200 = 31.76$$

وباستخدام صيغة حساب معامل ارتباط التوافق نحصل على :

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi_c^2}{\chi_c^2 + n}}$$
$$= \sqrt{\frac{31.76}{31.76 + 200}} = 0.37$$

وحيث ان حجم العينة يعتبر كبير $n \rhd 30$ ومن خلال الاستعانة بالملحق رقم (١٠) يستدل من قيمة معامل الارتباط المستخرجة تشيرالى وجود علاقة قوية بين المهنة والتدخين.

٦-٧-٣ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات ارتباط التوافق

وهي ذات الاجراءات التي تم توظيفها لايجاد قيمة $\chi^٢$ في حالة المثال (١٣.٥) في موضوع اختبار التجانس ، والاهم فيها هي طريقة ادخال المعطيات لانشاء الملف الذي يخضع لعملية التحليل . وبالرجوع الى النتيجة المستخرجة بواسطة برنامج SPSS للمثال المذكور ، حيث كانت قيمة $\chi^2 = 15.919$ ، والاخذ بنظر الاعتبار حجم العينة وهي ٧٤، فان :

$$\chi_c^2 = n(\chi^2) - n$$
$$= 74(15.919) - 74 = 1104$$

وبتطبيق صيغة حساب معامل ارتباط التوافق نحصل على :

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi_c^2}{\chi_c^2 + n}}$$
$$= \sqrt{\frac{1104}{1104 + 74}} = 0.968$$

وعند الأخذ بنظر الاعتبار حجم العينة الكبير نسبيا وهو ٧٤ ، والاستعانة بالملحق رقم (١١) ، يستدل من النتيجة على قوة العلاقة بين الفئات العمرية ومشاهدة الرامج الترفيهية لاحدى القنوات التلفزيونية موضوع المثال (١٣.٥) .

تمارين الفصل السادس

تمرين (١.٦) : المعطيات في الجدول التالي تعود لعينة من المرضى حجمها $n = 12$ ، تخص فترة اقامة كل مريض في المستشفى (بالايام) ، ومعدل الاجور (بالدينار) التي دفعت من قبلهم لليوم الواحد. والمطلوب :

ا- رسم شكل انتشار لـ x و y ،

ب- ايجاد معامل الارتباط البسيط ، r ،

ج- اختبار معنوية حجم معامل ارتباط عند $\alpha = 0.01$ ،

د- ايجاد فترة الثقة لارتباط المجتمع P عند درجة ثقة ٩٥ % ،

و- استخدام برنامج SPSS لايجاد الفقرات اعلاه .

كلفة اليوم الواحد (بالدينار) y	فترة الاقامة (بالايام) x	تسلسل المريض
6.1	180	1
11.0	90	2
18.0	25	3
20.0	12	4
10.0	110	5
11.8	70	6
12.0	60	7
7.3	140	8
21.2	18	9
6.5	170	10
22.1	8	11
17.5	21	12

تمرين (٢.٦) : الجدول التالي يضم معطيات لعينة حجمها ٨ موظفين ، تخص االاعمار (بالسنين) ، x_1 ، وفترة الخبرة (بالسنين) x_2 ، ومعدل الراتب الشهري (بالدينار) y .

والمطلوب :

ا- ايجاد معامل الارتباط الجزئي $r_{y2.1}$ و $r_{21.y}$ مع تفسير النتائج ،

ب- ايجاد معامل ارتباط المتعدد R عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

ج- استخدام صيغة f لاختبار معنوية معامل ارتباط المجتمع عند $\alpha = 0.05$

د- استخدام برنامج SPSS لايجاد الفقرات اعلاه .

تسلسل الموظف	الراتب الشهري (بالدينار) y	العمر (بالسنين) x_1	سنوات الخبرة (بالسنين) x_2
١	١٨٠	٢٠	٠١
٢	١٩٠	٢٨	٠٦
٣	١٩٤	٣٣	١٣
٤	٢٠٨	٣٨	١٢
٥	٢١٢	٤٢	١٥
٦	٢١٤	٤٧	١٩
٧	٢٢٠	٥٣	٣٠
٨	٢١٠	٦٠	٣٥

تمرين (٣.٦) : تم الاستفسار من ربتي بيت عن رايهن بـ ١٠ انواع من مسحوق الغسيل ، وكانت الاجابة كما مبين في الجدول التالي . والمطلوب معرفة مدى توافق الاراء باستخدام معامل ارتباط الرتب r_s ، مستخرجا النتائج يدويا وباستخدام برنامج SPSS .

نوع مسحوق الغسيل	رأي ربيت البيت الاولى	رأي ربت البيت الثانية
١	ردئ	متوسط
٢	ردئ جدا	ردئ
٣	ردئ	ردئ جدا
٤	جيد	متوسط
٥	جيد	جيد جدا
٦	ممتاز	جيد جدا
٧	جيد جدا	جيد
٨	متوسط	جيد
٩	ممتاز جدا	ممتاز
١٠	متوسط	جيد

تمرين (٤.٦) : استخدم الجدول التالي ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، ان كانت هناك علاقة بين مستوى ذكاء البائعين (وفقا لاختبار معين اجري لهم) وحجم المبيعات ، للعاملين في احد المخازن .

حجم المبيعات	مستوى الذكاء		
	اقل من المتوسط	متوسط الذكاء	اكثر من المتوسط
قليل	١٨	٢٨	١٤
متوسط	٣٧	٦٣	٣٠
عالي	١٥	٢٩	١٦

تمرين (٥.٦) : قام طبيبان نفسيان A و B بمقابلة ٦٤ مريض ، وسجلا فيما اذا كان المريض يعاني من انفصام الشخصية ام لا ، وكانت النتائج كما مبينة في الجدول التالي ، والمطلوب معرفة ان كان هناك توافق في اراء الاطباء في تشخيص المرض ، باستخدام معامل ارتباط الاقتران ، r_c .

الطبيب A	الطبيب B	
	المرض موجود	المرض غير موجود
المرض موجود	٢١	٨
المرض غير موجود	٢٠	١٥

الفصل السابع

تحليل الانحدار Regression Analysis

يبحث الانحدار في العلاقة بين المتغيرات من خلال بناء معادلة تستخدم للتفسير او للتقدير والتنبوء او التحكم بقيمة المتغير التابع Y بدلالة متغير او متغيرات مستقلة X_i ، ويمكن اجمال اهداف تحليل الانحدار بما يلي :

(١) تحديد العلاقة بين المتغير التابع Y ومتغير مستقل X او اكثر
(٢) التنبوء بالمتغير التابع بدلالة متغير مستقل او اكثر باستخدام العلاقة التقديرية
(٣) الاستدلال حول المجتمع ووصفه من خلال المعادلة التقديرية
(٤) اختبار الفروق بين خطي الانحدار التقديري والحقيقي
(٥) كأداة للسيطرة والتحكم باتجاه دالة معينة وحجمها

٧-١ تحليل الانحدارالخطي البسيط
Simple Linear Regression Analysis

٧-١-١ معادلة الانحدار الخطي البسيط

والانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression يعني البحث في العلاقة بين متغيرين فقط هما المتغير التابع Y والمتغير المستقل X ، او بين اي متغيرين مستقلين ، وان شكل معادلة العلاقة للمجتمع هي :

$$Y = \alpha + \beta X$$

حيث ان :

Y يدعى بالمتغير التابع او المعتمد Dependent Variable

α يدعى بالمعامل الثابت Constant Coefficient ويصبح مساويا لقيمة Y عندما X تساوي صفر

β يدعى بميل الانحدار Regression Slop او معامل الانحدار Regression Coefficient ، وان β يمثل مقدار التغير في Y عند زيادة قيمة المتغير المستقل بمقدار ١ ،

X يدعى بالمتغير المستقل ،

ويستعاض عن الحرف Y بـ y عندما تكون معطيات القيم الحقيقية تعود لعينة في بناء المعادلة. ويصبح شكل بناء المعادلة التقديرية التي تعتمد على معطيات العينة كالاتي:

$$\hat{y} = a + bx$$

وحيث من غير المتوقع ان تقع النقاط تماما على خط الانحدار، فان العلاقة الخطية التامة يتم تعديلها لكي تضم متغير خطأ عشوائي يرمز له بـ ε_1 (يصبح الرمز e_i في المعادلة التقديرية) وهو يمثل انحراف القيم التقديرية $\hat{y}$ عن القيم الحقيقية y ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بالصيغة التالية :

$$\hat{y} = a + bx + e_i$$

٧-١-٢ تقدير ميل الانحدارباستخدام طريقة المربعات الصغرى

Slop Estimating Using Least Square Method

يتم استخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير ميل الانحدارغير المعلوم حيث تقوم الطريقة بتقليل مجموع مربعات انحرافات القيم الحقيقية y عن القيم التقديرية $\hat{y}$ ، وكما يلي :

١. يتم تربيع مجموع قيم انحراف كل قيمة حقيقية لـ y_i عن القيمة التقديرية $\hat{y}_i$ والتي يرمز لها بـ e_i اي :- $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ، فنحصل على :

$$\sum_{i=1}^{n} e_i = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2$$
$$= \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

٢. يجري تقليل مجموع مربعات e_i من خلال تفاضل e_i لكل من a و b بمساواتهم للصفر ، اي :

$$\frac{\partial e}{\partial a} = -2\Sigma(y_i - a - bx_i) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = -2\Sigma x_i(y_i - a - bx_i) = 0$$

فيكون لدينا :

$$ny_i - na + b\sum x_i = 0$$

$$\sum x_i\, y_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2$$

ومنه يتم تقدير قيم معاملات a و b كالاتي :

$$b = \frac{\Sigma x_i y_i \ \frac{\Sigma x_i \Sigma y_i}{n}}{\Sigma x_i^2 - \frac{\Sigma x_i^2}{n}}$$

$$= \frac{n\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{n\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}$$

وبقسمة البسط والمقام على n نحصل على :

$$b = \frac{\frac{\Sigma x_i y_i}{n} - (\frac{\Sigma x_i}{n})(\frac{\Sigma y_i}{n})}{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - (\frac{\Sigma x_i}{n})^2}$$

$$= \frac{\frac{\Sigma x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y}}{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - (\frac{\Sigma x_i}{n})^2}$$

وبحذف n من البسط والمقام ، وحيث ان $\bar{x} = 0$ و $\bar{y} = 0$ فيكون لدينا :

$$b = \frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2}$$

وحيث ان :

$$\Sigma y_i = na + b\Sigma x_i$$

فان :

$$a = \frac{\Sigma y_i - b\Sigma x_i}{n} = \frac{\Sigma y_i}{n} - b\frac{\Sigma x_i}{n}$$

فنحصل على :

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

٣-١-٧ فرضيات نموذج الانحدار الخطي البسيط
Simple Regression Model Assumptions

ان بناء نموذج (او معادلة) الانحدار عادة ما يعتمد على تحليل مشاهدات عينة مسحوبة عشوائيا من مجتمع احصائي ، ويذلك يتم الاعتماد على نتائج تحليل العينة لتعميمها على المجتمع ، وعليه فان عملية التحليل لابد ان تضمن التمثيل التقريبي للمجتمع المسحوبة منه . وحيث انه من غير المتوقع ان تكون العينة ممثله تماما لخصائص المجتمع، لذلك فان بناء معادلة الانحدار الخطي يجب ان يكون مستوفيا لعدد من الفرضيات التي يمكن اجمالها بما يلي :

(١) **الفرض الاول** ، يتعلق بقيم المتغير المستقل x على انها مستقلة ، والافتراض هو ان معطيات المتغير قادرة على اظهار تاثيرها في تغير قيم المتغير التابع y ، بحيث تكون قيمة واحدة على الاقل من قيم المتغير المستقل مختلفة عن بقية القيم ، ويمكن التعبير عن هذا الفرض بالصيغة التالية :

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2 \neq 0$$

فعندما تكون هناك اخطاء في قياس المتغيرات المستقلة سيؤدي الامر الى خرق فرض استقلالية المتغيرات المستقلة مما يؤدي الى ان تكون تقديرات المعالم متحيزة وغير متسقة ، فتكون b متحيزة الى ادنى،بينما a تكون متحيزة الى الاعلى ، وليس هناك اختبار محدد للكشف عن وجود مثل هذه الاخطاء ولكن يمكن الاستدلال عليها من الطريقة التي جمعت بها المعطيات .ويمكن تصحيح مثل هذه الاخطاء بايجاد انحدار x على y. مع الاشارة الى ان اخطاء القياس في المتغير التابع y لاتؤدي الى تحيز في التقديرات لانها تدخل في الخطأ العشوائي e_i .

(٢) **الفرض الثاني** هو ان الخطأ العشوائي e_i يتبع التوزيع الطبيعي ، وكنتيجة فان المتغير التابع y وتوزيع المعاينة لمعالم الانحدار تتبع ايضا التوزيع الطبيعي ، بحيث يمكن اجراء الاختبارات لمعنوية هذه المعالم ، وعادة ما يشار الى هذا التوزيع بـ : $e_i \sim N(0, S_e^2)$

(٣) **الفرض الثالث** ، هو ان القيمة المتوقعة للخطأ العشوائي (اي وسطه) مساويا للصفر ، اي :

$$\mathrm{E}(e_i)=0$$

وبسبب هذا الفرض فان المعادلة $y = a + bx$ تعطي متوسط قيمة y ، حيث انه يفترض بان x ثابتة في حين y ، اي $y = a + bx + e_i$ هي التي تتغير مع زيادة او نقصان e_i عن الصفر .

(٤) **الفرض الرابع** ، وهو ان تباين حد الخطأ العشوائي ثابت في كل فترة لكافة قيم x ، اي :

$$E(e_i)^2 = s_e^2$$

ويكفل هذا الفرض ان كل مشاهدة يمكن الاعتماد عليها بنفس القدر بحيث تكون تقديرات معاملات الانحدار كفوءة وتكون اختبارات الفروض الخاصة بها غير متحيزه ، اي :

$$e_i \sim N(0, S_e^2)$$

(٥) **الفرض الخامس** ، هو ان القيمة التي ياخذها الخطأ العشوائي في فترة ما تكون غير مرتبطة او متعلقة بقيمته في فترة اخرى ، اي :

$$E(e_i, e_j) = 0 \quad \text{for} \quad i \neq j \quad i, j = 1,2,\ldots..n$$

وهذا التحقق من الفرضيات يكفل بان تكون القيمة المتوسطة للمتغير التابع y تعتمد على x فقط وليس على e_i ، وهو امر مطلوب للحصول على تقديرات كفوءة لمعاملات الانحدار واختبارات غير متحيزة لمعنوياتها .

٧-١-٤ اختبار فرضيات نموذج الانحدار الخطي البسيط

Simple Regression Model Assumptions Testing

(١) اختبار فرضية $H_0 : \beta = 0$ باستخدام اختبار F

من الشكل البياني رقم (١.٧) نلاحظ الاتي :

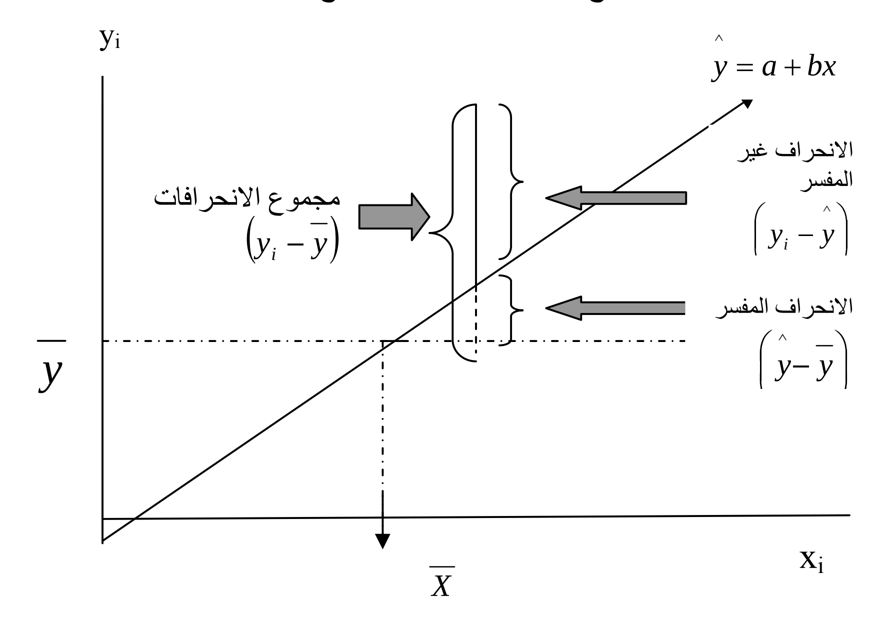
- ان المسافة لاية نقطة لـ y_i عن الخط $\bar{y}$ تدعى بمجموع الانحراف ويرمز لها بـ $(y_i - \bar{y})$ ،
- ان المسافة من خط الانحدار التقديري $\hat{y}$ الى الخط $\bar{y}$ نطلق عليها بالانحراف المفسر ويرمز له بـ $(\hat{y} - \bar{y})$ ،

▪ بينما المسافة من اي نقطة حقيقية عن خط الانحدار $\left(y_i - \hat{y}\right)$ تدعى بالانحراف غير المفسر ، وبذلك فان مجموع الانحراف لاية قيمة y_i تساوي مجموع الانحراف المفسر زائدا الانحراف غير المفسر ، اي :

$$\left(y_i - \bar{y}\right) = \left(\hat{y} - \bar{y}\right) + \left(y_i - \hat{y}\right)$$

الشكل البياني رقم (١.٧)

يوضح مكونات انحرافات نموذج الانحدار



وعند استخراج الانحرافات لكافة قيم y_i ، $\hat{y}$ وتربيع كميات الطرفين وكالاتي :

$$\sum\left(y_i - \bar{y}\right)^2 = \sum\left(\hat{y} - \bar{y}\right)^2 + \sum\left(y_i - \hat{y}\right)^2$$

نحصل على :

ـ اجمالي مجموع مربعات التباين ونرمز له بـ SST كمقياس لتشتت القيم الحقيقية حول وسطها الحسابي $\bar{y}$ ، اي :

$$SST = \sum y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}$$

ـ مجموع مربعات التباين المفسر ونرمز له بـ SSR وهو مجموع الانحراف المفسر بواسطة علاقة الانحدار الخطية بين قيم المتغير التابع والمتغير المستقل ، اي :

$$SSR = b^2 \left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n} \right]$$

ـ مجموع مربعات التباين غير المفسر ونرمز له بـ SSE وهو عبارة عن مقياس التشتت للقيم الحقيقية حول خط الانحدار ، وتعرف بمجموع مربعات البواقي والتي يتم تقليلها باستخدام طريقة المربعات الصغرى ، اي :

$$SSE = SST - SSR$$

ويمكن تبويب هذه العلاقة بجدول تحليل التباين الذي ياخذ الشكل التالي :

مصدر التباين	SS	درجات الحرية (d.f)	MS	F
الانحدار الخطي	**SSR**	**1**	**SSR/1**	
البواقي	**SSE**	**n-2**	**SSE/(n-2)**	$F = \frac{MSR}{MSE}$
المجموع	**SST**	**n-1**	------	-------

فاذا كان نموذج الانحدار معنوي في وصفه للعلاقة بين x و y فان التباين المفسر سيساهم بنسبة كبيرة في تفسير مجموع مربعات التباين ، وان مقياس ذلك هو ما يدعى بمعامل التحديد Determination Coefficient ويرمز له بـ r^2 وصيغة ايجاده هي :

$$r^2 = \frac{\sum \left(\hat{y} - \bar{y}\right)^2}{\sum \left(y_i - \bar{y}\right)^2}$$

$$= \frac{b^2\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]}{\sum y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}} = \frac{SSR}{SST}$$

وهذا يعني بانه كلما ازدادت قيمة r^2 تقترب القيم الحقيقية في مطابقة القيم التقديرية المستخرجة بواسطة معادلة الانحدار ، بكلمة اخرى تقل مسافات ابتعاد y_i عن خط الانحدار .

الخطأ المعياري لميل الانحدار Standard Error of Regression Slop

ان ميل انحدار العينة ، b سيتراوح حول القيم الحقيقية للمجتمع الاحصائي β ، ولقياس مقدار انحراف هذا الميل الذي هو b عن ميل المجتمع β نلجأ الى مقياس الخطأ المعياري لميل الانحدار ويرمز له بـ s_b وصيغته :

$$s_b = \frac{s_e}{\sqrt{\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}}}$$

الخطأ المعياري لقيمة متوسط المتغير التابع $s_{\bar{y}}$

ويقصد به قياس انحراف القيمة التقديرية لـ $\hat{y}$ عن قيمة متوسط المجتمع الحقيقي $\bar{y}$ وذلك باستخدام الخطأ المعياري التقديري ويرمز له بـ $s_{\bar{y}}$ وصيغته هي :

$$s_{\bar{y}} = s_e \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\left(x - \bar{x}\right)^2}{\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}}}$$

حيث ان x تشير الى القيمة المطلوب تعويضها للمتغير المستقل .

(٢) اختبار فرضية ان المعطيات موزعة طبيعيا
Testing of Normal Assumption

ويمكن اعتماد احصاءة الاختبار t لهذا الغرض ، وذلك لاختبار فرضية ان نموذج الانحدار معتمد في بناءه على معطيات موزعة توزيعا طبيعيا ، وان صيغة الاختبار هي :

$$t = \frac{b - \beta}{s_b}$$

مع درجات حرية $\nu = n - 2$

والحالات التي التي يمكن ان تكون عليها الفرضية عند مستوى معنوية α هي :

$$H_0 : \beta = 0$$
$$H_1 : \beta \neq 0$$

فيتم رفض H_0 اذا كانت $|t| \neq t_{\alpha/2}, \nu$

$$H_0 : \beta \leq 0$$
$$H_1 : \beta \rhd 0$$

ويتم رفض H_0 اذا كانت $|t| \rhd t_{\alpha/2}, \nu$

$$H_0 : \beta \geq 0$$
$$H_1 : \beta \lhd 0$$

ويتم رفض H_0 اذا كانت $|t| \lhd t_{\alpha/2}, \nu$

حيث ان القيمة صفر تعني عدم وجود فروق بين المتغيرات تحت الاختبار .

مثال (٧-١) : المعطيات في الجدول رقم (1.7) تمثل كمية انتاج الشعير (بالاف الاطنان)، y_i والمساحة المزروعة (بالاف الهكتارات) ، x_i مصنفة حسب عينة من البلديات. والمطلوب :

- ايجاد معادلة الانحدار الخطي التقديرية .
- استخدام الاحصاءة F لاختبار معامل الانحدار عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$
- ايجاد الخطأ المعياري لميل انحدار النموذج ، s_b
- اختبار فرضية من ان ميل انحدار المجتمع $\beta \leq 0.5$ وعند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

♦ استخدام برنامج SPSS لايجاد المطلوب في اعلاه مع اعتماد الاشكال البيانية لاختبار فرضيات النموذج الذي يتم الحصول عليه .

جدول رقم (١.٧)

كمية انتاج الشعير (بالاف الاطنان) ، y_i

والمساحة المزروعة (بالاف الهكتارات) x_i لعينة من البلديات

البلدية	انتاج الشعير، y (الاف الاطنان)	المساحة المزروعة ، x (الاف الهكتارات)
١	133.3	56.5
٢	606.5	175.6
٣	375.5	85.5
٤	277.0	75.5
٥	336.5	111.3
٦	255.8	25.4
٧	241.4	17.8
٨	130.2	48.5
٩	62.8	24.1
١٠	88.3	2.3
١١	13.8	1.1
١٢	22.6	2.3
١٣	103.7	4.2

الحل لـ (١.٧) :

■ ايجاد معادلة الانحدار الخطي البسيط التقديرية

- لدينا :

$$\sum y_i = 2647.4$$
$$\sum x_i = 629.8$$
$$\sum x_i^2 = 63299.08$$
$$\sum xy = 223719.61$$
$$\left(\sum x\right)^2 = 396648.04$$

- نجد قيم كل من a , b

$$b = \frac{n\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{n\Sigma x_i^{\ 2} - (\Sigma x_i)^2}$$

$$= \frac{13(223719.61) - (629.8)(2647.4)}{13(63299.08) - 396648.04}$$

$$= \frac{1241022.4}{426240} = 2.91$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$= \frac{2647.4 - (2.91)(629.8)}{13} = 62.668$$

- وبذلك تكون معادلة الانحدار الخطي البسيطة التقديرية هي :

$$\hat{y} = 62.668 + 2.91x$$

وعند x =٧٥.٥ نحصل على :

$$\hat{y} = 62.668 + 2.91(75.5) = 282.373$$

- استخدام الاحصاءة F لاختبار معامل الانحدار عند مستوى معنوية $\alpha = 0.0$

- الفرضية

$$H_0 : \beta = 0$$
$$H_1 : \beta \neq 0$$

- من الجدول في الملحق (٥) نجد ان قيمة $F_{0.025},1,11 = 6.724$

- نجد اجمالي مجموع مربعات التباين SST

$$SST = \sum y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}$$

$$= (133.3)^2 + (606.5)^2 + ... + (103.7)^2 - \frac{(2647.7)^2}{n}$$

$$= 880414.43 - 539255.01 = 341159.41$$

- نجد مجموع مربعات التباين المفسر SSR

$$SSR = b^2\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]$$

$$= (2.91)^2\left[(56.5)^2 + (175.6)^2 + ... + (4.2)^2 - \frac{(629.8)^2}{n}\right]$$

$$= 536022.9394 - 258373.485 = 277649.4664$$

- محموع مربعات التباين غير المفسر SSE

SSE = SST – SSR

= 341159.42 –277649.4664 = 63509.9636

➢ وبتبويب النتائج اعلاه في جدول تحليل التباين يكون لدينا :

F	MS	d.f.	SS	مصدر التباين
$\frac{377649.4664}{5773.633} = 65.41$	**377649.466**	**1**	**377649.464**	**الانحدار الخطي SSR**
	5773.633	**11**	**63509.9636**	**البواقي SSE**
------	------	**12**	**341159.41**	**المجموع SST**

وحيث ان قيمة F المحتسبة اكبر من قيمة $F_{0.025},1,11 = 6.724$ الجدولية ، عليه نرفض فرضية العدم H_0 مما يستدل على معنوية β ، اي انه ليس مقارب او مساوي للصفر ، فهذا يعني بان المعادلة معنوية الكفاءة في بناء التنبوءات .

- ايجاد الخطأ المعياري لميل انحدار النموذج ، s_b

$$s_b = \frac{s_e}{\sqrt{\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}}}$$

$$= \frac{213.974}{\sqrt{63299.08 - \frac{(629.8)^2}{13}}} = \frac{213.974}{181.074} = 1.182$$

- اختبار فرضية من ان ميل انحدار المجتمع $\beta \leq 0.5$ وعند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$
- الفرضية

$$H_0 : \beta \leq 0.5$$
$$H_1 : \beta \triangleright 0.5$$

- من الملحق رقم (٣) وعند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ودرجات حرية $\upsilon = 11$ ولاختبار من جانب واحد فان $t = 1.796$ (الجدولية)

- لدينا $s_b = 1.182$, $b = 2.91$ وايجاد قيمة t المحتسبة وهي :

$$t = \frac{b - \beta}{s_b} = \frac{2.91 - 0.5}{1.182} = 2.039$$

وحيث ان قيمة t المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية ، فيكون القرار هو رفض فرضية العدم H_0 والاستدلال على ان قيمة ميل انحدار المجتمع معنوية وهي اكبر من ٠.٥

٧-١-٦ استخدام برنامج SPSS في الانحدار الخطي البسيط

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لتحليل الانحدار الخطي البسيط
متوفرة في ١٠-٥-١ من الفقرة (١٠-٥)
من الفصل العاشرة

٧-٢ الانحدار الخطي المتعدد Multiple Linear Regression

ويهدف استخدام تحليل الانحدارالمتعدد بصورة رئيسية البحث في العلاقة ما بين اكثر من متغير مستقل Independent Variables ويرمز لها X_i وتمثل العوامل المؤثرة على الظاهرة التي تكون تحت الدراسة ، وبين المتغير التابع Dependent Variable ويرمز له Y والذي يمثل هذه الظاهرة سواء اكان البحث عن مدى تاثير مجموعة المتغيرات المستقلة او تاثير كل منها على حدة . ففي حالات عملية عديدة يكون المتغير التابع Y معتمدا في تفسيره على اكثر من متغير مستقل X فمثلا انتاج الحنطة (القمح) لايعتمد على المساحة الزروعة فقط بل ايضا على مستوى تسميد التربة و كمية المياه وعلى مكافحة الحشرات وغيرها ، وان الطلب على القهوة لايعتمد على سعرها فقط بل على مستوى سعر الشاي ايضا وهكذا .

٧-٢-١ معادلة الانحدار الخطي المتعدد وطريقة تقدير α , β's

ان الشكل العام للمعادلة الخطية المتعددة التي هي الاساس لكافة الاشكال الاخرى للانحدارهو :

$$E(y) = \alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta 2 X_{i2} + ... + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

حيث ان :

y = المتغير التابع (قيم Y الحقيقية عند بناء النموذج)

X_i = المتغيرات المستقلة

ε_i = متغير الاخطاء العشوائية (البواقي)

α و β = المعامل الثابت ومعامل الانحدار على التوالي .

ويتم تقدير α و β باستخدام طريقة المربعات الصغرى حيث تصبح a و b هي رموزالمعادلة التقيديرية بدلا من α و β .

فعند تضمين المعادلة لمتغيرين مستقلين ، فأن معادلة الانحدار الخطية لمعطيات عينة تاخذ شكل العلاقة التالية :

$$\hat{y} = a + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + e_i$$

حيث ان :

$$\sum e_i^2 = \sum \left(y_i - a - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i} \right)^2$$
$$= \sum \left(y_i - \hat{y} \right)^2$$

وتتم عملية التقدير لـ b_2 , b_1 , a وفقا لطريقة المربعات الصغرى وعلى غرار الخطوات التي تم اتباعها في حالة الانحدار الخطي البسيط ، من خلال حل المعادلات المتعاقبة التالية :

$$\sum y_i^2 = na + b_1 \sum x_{1i} + b_2 \sum x_{2i}$$
$$\sum x_{1i} y_i = a \sum x_{1i} + b_1 \sum x_{1i}^2 + b_2 \sum x_{1i} x_{2i}$$
$$\sum x_{2i} y_i = a \sum x_{2i} + b_1 \sum x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum x_{2i}^2$$

وان صيغ احتساب b_2 , b_1 , a المشتقة من طريقة المربعات الصغرى هي :

$$b_1 = \frac{\left[n\sum x_1 y - \sum x_1 \sum y \right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2 \right)^2 \right] - \left[n\sum x_2 y - \sum x_2 \sum y \right]\left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2 \right]}{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1 \right)^2 \right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2 \right)^2 \right] - \left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2 \right]^2}$$

$$b_2 = \frac{\left[n\sum x_2 y - \sum x_2 \sum y \right]\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1 \right)^2 \right] - \left[n\sum x_1 y - \sum x_1 \sum y \right]\left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 x_2 \right]}{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1 \right)^2 \right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2 \right)^2 \right] - \left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2 \right]^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b_1 \sum x_1 - b_2 \sum x_2}{n}$$

ولاختبار معنوية معاملات الانحدار $b_1, b_2 , \ldots , b_k$ يتم استخدام الاحصاءة t وكالاتي:

$$t = \frac{b_i}{s_{bi}}$$

حيث ان :

$$s_{b1} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-k} \cdot \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - \left(\sum x_1 \sum x_2\right)^2}}$$

$$s_{b2} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-k} \cdot \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - \left(\sum x_1 \sum x_2\right)^2}}$$

وبما ان :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2}$$

فان :

$$\sum e^2 = \sum y^2 \left(1 - R^2\right)$$

وبالحصول على قيم s_b , t يمكننا تحديد فترة الثقة لمعامل الانحدار الحقيقي للمجتمع β كالاتي :

$$b_i \pm t_i s_{bi}$$

٧-٢-٢ معايير قياس كفاءة ومعنوية نموذج الانحدار الخطي المتعدد

اما المعايير التي يتم استخدامها في التحقق من كفاءة و معنوية نموذج الانحدار فهي

(١) معايير احصائية Statistical Criteria

وتشمل t-test لاختبار معنوية معاملات المتغيرات المستقلة والعامل الثابت constant و r لاختبار درجة العلاقة بين كل متغير مستقل والمتغير التابع (dependent variable) ومنها ايضا F-ratio و R^2 لاختبار معنوية المعادلة النهائية ومدى معنوية درجة تفسير التباين . ويمكن اجمال اهم هذه المعايير الاحصائية بما يلي :

◆ **معامل التحديد (Coefficient of Determination)**

ويمثل النسبة المئوية للتباين التي يتم تفسيرها بواسطة المتغير او المتغيرات المستقلة التي يتضمنها النموذج . وهو يدل على مدى اقتراب المشاهدات من خط الانحدار. ويرمز لها بـ r^2 في حالة الانحدار الخطي البسيط وبـ في حالة الانحدار المتعدد R^2 وتقع قيمة R^2 بين 0 و 1 أي : $0 \leq R^2 \leq 1$ فكلما نقترب قيمة R^2 من 1 يعني ارتفاع معنوية النموذج التفسيرية . وصيغة حسابه كما في اعلاه هو :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2}$$

◆ أختبار F **(F- test)**

ويستخدم لاختبار معنوية المعادلة ، بكلمة اخرى معنوية العلاقة بين مجموعة المتغيرات المستقلة والمتغير التابع Y ، وكلما ارتفعت قيمة F الجدولية عند درجات حرية (n-k-1 , k) يكون قبولها بمعنوية اعلى ، حيث ترمز n و k لعدد المشاهدات (العينة) وعدد المتغيرات المستقلة على التوالي . وصيغة اختبار F هي كما موضحة في اعلاه من هذا الفصل .

◆ **معامل الاتباط الجزئي r**

لاختبار درجة العلاقة بين كل متغير مستقل والمتغير التابع ، وصيغة حسابه كما مبين في الفقرة (٤.٥) لموضوع تحليل الارتباط في الفصل الخامس .

◆ **اختبار t**

ويستخدم هذا المعيار لاختبار معنوية كل من معاملات الانحدار التي يتضمنها النموذج وذلك من خلال مقدار الخطا المعياري ، s_{bi} ، وبواسطته يتسنى التعرف على مدى قابلية كل متغير مستقل على تفسير التذبذبات الحاصلة في المتغير التابع وصيغته كما في اعلاه هي :

$$t = \frac{b_i}{s_{bi}}$$

(٢) معايير منطقية Logical Criteria

وهي تخص الاشارة التي يجب ان يظهر معها معامل المتغير ، ولكون القرار الذي يعتمد بشان صحة الاشارة او خطئها اساسه معرفة منطقية اتجاه سلوك المتغير من حيث علاقته بالمتغير التابع لذا فقد سميت بالمعايير المنطقية ، فعلى سبيل المثال بما ان انخفاض سعر الخدمة او السلعة يؤدي الى زيادة حجم ا لطلب ، فمنطقيا يجب ان تظهر اشارة معامل المتغير سالبة ، و حيث ان سهولة الوصول (Accessibility) للخدمة او

السلعة يزيد من رضى الزبون ، فمنطقيا ان تظهر الاشارة لمعامل متغير الوصول الى الخدمة او السلعة باشارة موجبة وهكذا .

(٣) الفرضيات Assumptions

وتتمثل بالتحقق من توزيع البواقي residuals كونها موزعة توزيعا طبيعيا واتجاهها خطيا للتاكد من عدم الحصول على تقديرات متحيزة وغير كفوءه ، ويتم عادة التحقق من هذه الفرضيات من خلال الاشكال البيانية التي سيرد ذكرها . ويمكن اجمال اهم خصائص البواقي الازم التحقق منها بـ:

- ان وسطها الحسابي يساوي صفر ، أي $E(\varepsilon_i) = 0$
- ان تباينها متساوي لكافة المشاهدات ، أي $E(\varepsilon_i) = \sigma^2$
- ان قيمها مستقلة عن بعضها ، أي $E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$

حيث ان ε_i ترمز الى البواقي (residuals) .

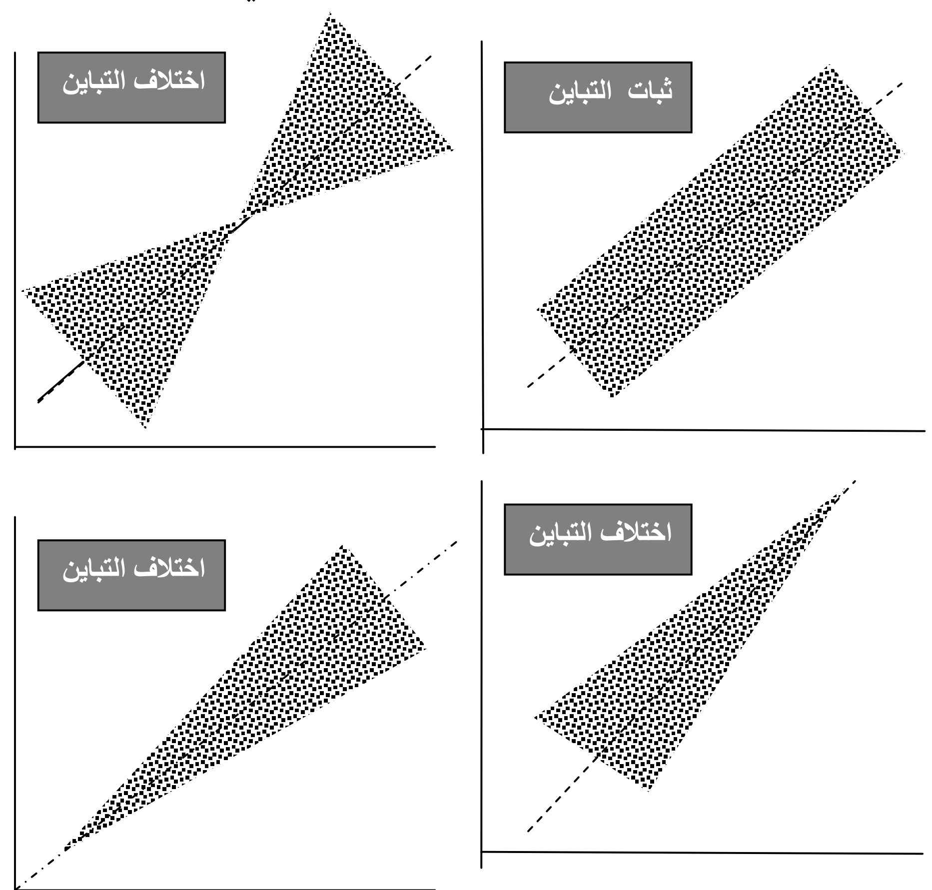
وهناك عدة طرق يمكن الاستعانة بها للتحقق من هذه الفرضيات والتي سيتم تناولها هنا، الا ان اهمها واكثرها استخداما هي طريقة توظيف الاشكال البيانية التالية :

- **الانتشار الخطي** للقيم حول خط دالة ميل الانحدار للتاكد من العلاقة الخطية بالنسبة للفرضية الاولى : ان الوسط الحسابي للبواقي يساوي صفر ، أي $E(\varepsilon_i) = 0$
- **الانتشار المتجانس** للفرضية الثانية : ان تباين البواقي متساوية لكافة المشاهدات ، أي :

$E(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ، وهي الفرضية التي يطلق عليها باختلاف التباين Heteroscedasticity ، وتظهرهذه المشكلة عند عدم ثبات تباين الخطأ العشوائي S_e^2 لقيم المتغيرات المستقلة ، وبالتالي الحصول على قيم متحيزة وغير كفوءه ، بكلمة اخرى اذا كانت قيمة الخطأ العشوائي تتغير بتغير قيمة e_i فتزداد بزيادة قيمة X_i ، فمثلا اذا اخذنا عينة من الاسر حجمها n وكان التباين في الاستهلاك يزداد بارتفاع دخل الاسرة ، فالاسرة التي دخلها اكبر يكون لديها مرونة اكبر في الاستهلاك. والاشكال التالية رقم (٢.٧) يمثل نماذج لحالات ثبات واختلاف تباين الخطأ العشوائي e_i.

شكل بياني رقم (٢.٧)

نماذج لحالات ثبات واختلاف تباين الخطأ العشوائي e_i



➢ **المدرج التكراري** للتحقق من الفرضية الثالثة لتوزيع البواقي لاثبات التوزيع الطبيعي للمعطيات واستقلالية المشاهدات التي تستخدم في الدراسة، أي $E(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0$.

كما ان فرضية استقلالية المشاهدات تظهر اليها الحاجة ايضا في حالة استخدام السلاسل الزمنية للتحقق من عدم وجود ارتباط ذاتي بين المشاهدات **Autocorrelation** وهو موضوع الفصل التاسع من الكتاب ، ويجري التحقق منها باستخدام صيغة **Durbin - Watson** و التي لاتظهر في الدراسات التي تعتمد على بيانات مقطعية **Cross sectional data** . فعندما لاتتحقق هذه الفرضية ، سيعني ذلك ظهور مشكلة الارتباط الذاتي Autocorrelation ، اي ان المتغير العشوائي ε_i الذي يعود لفترة زمنية معينة يكون مرتبطا طرديا بالفترة الزمنية السابقة لها ، وهو امر شائع في تحليل السلاسل الزمنية مما يؤدي الى التحيز نحو الاسفل ، وبالتالي فان نتائج الاختبارات وفترات الثقة تكون مزيفة او خاطئة ، وتستخدم طريقة Durbin – Watson عند مستوى معنوية معينة α ولعدد مشاهدات حجمها n و k ان كانت القيمة المحتسبة للمعادلة d المبينة في الاتي هي اصغر من القيمة الجدولية $d < d_L$ (d_L الحد الادنى) عندها نستدل على وجود ارتباط ذاتي موجب ، وبعكسها نرفض وجود الفرضية في حالة $d < d_U$ (d_U الحد الاعلى) .

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n}(e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} e^2{}_i}$$

- **بالإضافة لما سبق** فهناك حاجة ايضا للتحقق من فرضية عدم وجود علاقات متداخلة (Multicollinearity) بين المتغيرات المستقلة فيتم التحقق منها من خلال استخدام مصفوفة الارتباط وكما اشرنا لذلك في اعلاه او بتوظيف تحليل المركبات الاساسية Principal Component Analysis كما سنلاحظ في المواضيع اللاحقة. وتحصل هذه الحالة عندما يكون اثنين اوكثر من المتغيرات المستقلة التي يضمها النموذج على ارتباط قوي ، مما يجعل من الصعب تحديد تاثير كل من هذه المتغيرات على المتغير التابع ، وبالتالي فان معاملات الانحدار b's غير معنوية أحصائيا وقد تاتي باشارات خاطئة ايضا رغم معنوية معامل الارتباط R ومعامل التحديد R^2 . وللتغلب على هذه المشكلة يتم التخلص من واحد او اكثر من المتغيرات ذات الارتباط العالي ، او بزيادة حجم العينة او اللجوء الى تحويل صيغة المتغيرات كأن تصبح لوغارتيمية او نصف لوغارتيمية او غيرها.

٧-٢-٣ أختبار القوة التنبوئية للنموذج Predictive Power of the Model

وفي هذا الاختبار يتم تقييم مدى قدرة طاقم المتغيرات التي يتضمنها النموذج على تقدير قيم لا تختلف جوهريا عن القيم الحقيقية للمتغير التابع . وتتم عملية التقيم من خلال اختبار الفروق التاتجة بين القيم الحقيقية (y) والقيم التي يتم تقديرها بواسطة النموذج ($\hat{y}$) ، ومن ان حجم الفروق المعيارية لاتتجاوز مقدار الخطا المسموح . وهناك عدة طرق يمكن توظيفها لهذا الغرض وجميعها تفترض بان هذه الفروق موزعة توزيعا طبيعيا ، ومنها طريقة الانحرافات الطبيعية (Normal Deviates) ، وطريقة البواقي المعيارية (Standardized Residuals) وجميعها تفترض وقوع هذه البواقي المعيارية بين حدي 1.96- و1.96+ عند درجة ثقة مقدارها ٩٥% وان الشكل العام لصيغة طريقة الانحرافات الطبيعية هي :

$$ND = e_i / s$$

حيث ان :

$$e_i = y - \hat{y}$$

$$s = \sqrt{\sum e_i^2 / n-k-1}$$

ويتم بيانيا وكما هو في الشكل رقم (١٠، ٧٧) ، توضح مدى تقارب القيم الحقيقية للمتغير التابع مع القيم التي يتم استخراجها بواسطة النموذج الذي يتم تطويره من خلال حجم الفروق (البواقي القياسية للانحدار) عند درجة ثقة ٩٥% .

٧-٢-٤ الاختبار العملي للنموذج

وللزيادة في التاكد من جودة وفعالية النموذج بعد ان يتم التحقق من استيفاءه لكافة المعايير والفرضيات التي اشرنا اليها في اعلاه ، يمكن القيام بتقسيم عينة المعطيات التي استخدمت في بناء النموذج الى قسمين وتطبيق النموذج المطور(الذي تم بناءه) على كل قسم منها لمعرفة مدى تقارب قيم المعاملات الناتجة مع النموذج الاصلي وكذا مع معايير الجودة والتحقق من فرضيات كل منها وقبول نتائج الاختبار عند ثقة مقدارها ٩٥ % .

٧-٢-٥ طرق الانحدار الخطي المتعدد

هنـاك عـدة طـرق للانحـدار التـي يـتم توظيفهـا لاختيـار افضـل طـاقم للمتغـيرات المستقلة لتضمينها في النمـوذج الـذي يـتم بنـاؤه ان جـوهر الافكـار التـي تعتمـد عليهـا جميع طرق الاختيار التي سيلي ذكرها هي تضمين المتغير الذي يضيف اكبر زيادة ممكنة

الى قوة التفسير للنموذج ، واذا كان على المتغير ان يحذف فيجب ان يكون تـأثير حذفـه اقل ما يمكن على قدرة النموذج التفسيرية .

اما اهم طرق الانحدار المتعدد المستخدمة لاختيار افضل طاقم متغيرات مستقلة فهي:

(١) **طريقـة شـمول كافـة المتغـيرات** (All Possible Regression) : وتسـتخدم اذا كـان عـدد المتغيرات ليس كبيرا ، وابرز عيوبها حاجتها لعمليات حسابية ووقت كبيرين .

(٢) **طريقة الاضافة المتتاليـة** (Forward Selection Regression) : وفيهـا اذا كانـت قيمـة F المجدولة هي اقل من المحتسبة عندها يتوقف البحث عن متغير ، وبعكسه يتم ادخال متغير جديد الى المعادلة واعادة الاحتسـاب , أي :

$$H0 : \beta i = 0$$

$$vs. \quad H1 : \beta i \neq 0$$

(٣) **طريقـة الحـذف التنـازلي** (Backward Elimination Selection Regression): وهـذا اذا كانت قيمة F المحتسبة لكافة المتغيرات اكبر من قيمة F الجدولية ، عندها يحذف متغـير من المعادلة والرجوع لمعرفة قيمة F المحتسبة مـن جديـد وهكـذا لغايـة تفـوق قيمـة F الجدولية .

(٤) **طريقـة الخطـوات المتتاليـة** (Stepwise Selection Regression) : تجمـع بـين طريقتـي الاضافة المتتالية (FS) والحذف التنازلي (BE)، وفي كل خطوة يتم اختيار متغـير ابتـداء مـن الاكثر اهمية ولغاية عدم هبوط قيمة F المحتسبة عن قيمة F الجدولية بكلمة اخـرى اجـراء اختبار معاملات المتغيرات لمعرفة معنويتها من عدمها . وتعتبر طريقة الخطـوات Stepwise Regression هي اكثر الطرق استخداما وانتشـارا مـن الناحيـة العمليـة لقلـة الوقـت الـذي تحتاجه في عملية الاحتساب بالاضافة الى انها تعـرض النتـائج في كـل خطـوة بصـورة واضـحة ومرضية ومبكرة من دون الحاجة لاجراء الخطوات غير المعنوية .

٧-٢-٦ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار الخطي المتعدد متوفرة في ١٠-٥-٢ من الفقرة (١٠-٥) من الفصل العاشر

٧-٣ الانحدار غير الخطي Non-Linear Regression

وتكون المعادلة هنا على شكل منحني بدلا من خط مستقيم ، وذلك اما لكون شكل انتشار المعطيات يشير الى اتجاه الانحناء او بسبب معرفتنا النظرية او نتيجة الخبرة من ان المتغيرات تحت الدراسة علاقاتها غير خطية كما هو الحال في علاقة منحنى الطلب مع وحدة المرونة β التي صيغتها هي :

$$Q = \frac{\beta}{P}$$

حيث ان Q تمثل كمية الطلب و P تمثل سعر البضاعة .

وكما هو الحال مع علاقة معدل الكلفة y والكمية المنتجة x التي تاخذ شكل علاقة الانحدار التربيعي التالي :

$$y = a + bx + cx^2$$

ويتم فيها ايضا استخدام طريقة المربعات الصغرى في ايجاد معاملات الانحدار b's والمعامل الثابت a بعد اضافة بعض الاجراءات كزيادة قوة المتغيرات المستقلة، وبالتالي اختلاف حجم معامل كل متغير باختلاف قوة المتغير .

ولايجاد افضل خط انحدار لتضبيط Fitting المعطيات ، فنبدأ بحساب الانحدار الخطي المستقيم لنرى امكانية تخفيض نسبة المعنوية من مجموع مربعات البواقي باضافة تربيع الى المتغير المستقل x ، ونستمر في اجراء التغيير باضافة التكعيب او اكثر ولغاية الحصول على افضل تضبيط للمعطيات . اما اذا كنا على علم مسبق بطبيعة العلاقة لمتغيرات ظاهرة معينة كأن تكون تربيعية او تكعيبية او اكثر ، عندها نبدأ مباشرة باحتساب المعادلة بموجب القوة المطلوبة لـ x .

۷-۳-۱ الانحدار غير الخطي البسيط Simple Non-Linear Regression

ويمكن تلخيص اختلاف الانحدار غير الخطي البسيط عن الخطي البسيط بما يلي:

(۱) ان المعامل الثابت لايظهر بشكل حد مطلق تفصله عن الحد الثاني اشارة + او −

(۲) ان معامل الانحدار ليس مضروبا بالمتغير المستقل x وانما هو على شكل أس power (معادلة أسية) ، اي :

$$y = ax^b$$

او على شكل أساس base كما في حالة دالة القوة ، اي :

$$y = ab^x$$

(۳) ان المتغير المستقل x لايظهر بشكله البسيط ، وانما على شكل أس او أساس كما لاحظنا في اعلاه ، او على شكل لوغاريتم كما في حالة المعادلة النسبية اللوغارتيمية التي شكلها :

$$\frac{y}{x} = a + b\ell inx$$

(٤) ان المتغير التابع y قد لايظهر بشكله الاعتيادي وانما بصيغ اخرى كما في حالة المعادلة النسبية اللوغارتمية اعلاه او باشكال اخرى .

وفي اغلب الحالات يمكن تحويل المعادلات غير الخطية الى معادلات خطية اما باجراء عمليات رياضية كأخذ لوغاريتم طرفي المعادلة او بأعادة تعريف المتغيرات . ففي حالة المعادلة المزدوجة التالية مثلا تصبح معادلة مزدوجة لوغارتيمية ، اي :

$$y = ax^b$$

تصبح :

$$\ell iny = \ell ina + b\ell inx$$

حيث نفترض ان :

$$\ell iny = y$$

$$\ell ina = a$$

$$\ell inx = x$$

ويتم ايجاد المعاملات a و b كالاتي :

$$\ell inb = \frac{n\sum \ell inx\ell iny - \sum \ell inx \sum \ell iny}{n\sum\left(\ell inx^2\right) - \left(\sum \ell inx\right)^2}$$

$$\ell ina = \frac{\sum \ell iny - b\sum \ell inx}{n}$$

وهناك حالات يتم تقديرها بمجرد اعادة تعريف المتغيرات ومن دون اجراء عمليات رياضية كما في حالة المعادلة غير الخطية التالية :

$$y = a + \frac{b}{x}$$

$$= a + b\left(\frac{1}{x}\right)$$

وبتعويض $\frac{1}{x}$ بدلا عن x نستطيع تقدير b و a كالاتي :

$$b = \frac{n\sum \frac{1}{x}y - \sum \frac{1}{x}\sum y}{n\sum \left(\frac{1}{x}\right)^2 - \left(\sum \frac{1}{x}\right)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum \frac{1}{x}}{n}$$

مثال (٧-٣) : أخذت عينة من ٩ أسر فكان استهلاكها من البيض y ومعدل دخلها الشهري (بالدينار) x كما مبين في الجدول التالي . والمطلوب تقدير معادلات انحدار التالية لاستهلاك البيض بدلالة الدخل :

- المعادلة الوغارتمية المزدوجة (دالة القوة) $y = ax^b$
- العادلة العكسية $y = a + \frac{b}{x}$
- المعادلة نصف اللوغاريتمية $y = a + b\ell inx$
- تقدير استهلاك البيض لاستهلاك اسرة معدل دخلها الشهري ١٠٠ دينار باستخدام كل من العادلات التقديرية اعلاه .

الاسرة	الدخل الشهري (x)	أستهلاك البيض (y)
١	26	28
٢	46	53
٣	66	70
٤	76	90
٥	86	91
٦	105	115
٧	107	130
٨	129	142
٩	211	190

الحل لـ (٧-٣) :

١. المعادلة الوغارتمية المزدوجة (دالة القوة) $y = ax^b$

- يتم تحويل المعادلة الى معادلة خطية فنحصل على معادلة لوغارتمية مزدوجة هي :

$$\ell iny = \ell ina + b\ell inx$$

- اجراء العمليات الحسابية فيكون لدينا :

$$\sum \ell inx = 39.65$$

$$\sum \ell inx \sum \ell iny = 180.64$$

$$\sum \ell iny = 40.38$$

$$\sum \left(\ell inx^2\right) = 177.67$$

$$\ell inb = \frac{n\sum \ell inx\ell iny - \sum \ell inx \sum \ell iny}{n\sum\left(\ell inx^2\right) - \left(\sum \ell inx\right)^2}$$

$$= \frac{9(180.64) - (39.65)(40.38)}{9(177.57) - (39.65)} = \frac{24.69}{26.91} = 0.92$$

$$\ell ina = \frac{\sum \ell iny - b\sum \ell inx}{n}$$

$$= \frac{40.38 - (0.92)(39.65)}{9} = 0.43$$

اي : $a = e^{0.43} = 1.54$

$$y = 1.54x^{0.92}$$

او $\ell iny = 0.43 + 0.92\ell inx$

عند x = 100 فالمتوقع ان ان يكون الاستهلاك هو :

$$\ell in\hat{y} = 0.43 + 0.92\ell in(100)$$

$$= 0.43 + (0.92)(4.605)$$

$$= e^{4.67}$$

$$\hat{y} = 106.7$$

٢. المعادلة العكسية $y = a + \frac{b}{x}$

- لدينا :

$$\sum \frac{1}{x} y = 90.773$$

$$\sum y = 909$$

$$\sum \frac{1}{x} = 0.13$$

$$\sum \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 0.00267$$

- نجد قيم كل من a , b :

$$b=\frac{n\sum\frac{1}{x}y-\sum\frac{1}{x}\sum y}{n\sum\left(\frac{1}{x}\right)^2-\left(\sum\frac{1}{x}\right)^2}$$

$$=\frac{9(9.773)-(0.13)(909)}{9(0.00267)-(0.13)}=-4156.9$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum\frac{1}{x}}{n}$$

$$=\frac{909-(-4156.9)(0.13)}{9}=161.1$$

$$y=161.1-\frac{4156.9}{x}$$

وعند x = 100 نحصل على :

$$\hat{y}=161.1-\frac{4156.9}{100}=119.5$$

♦ المعادلة نصف اللوغاريتمية $y=a+b\ell inx$

لدينا :

$$\sum y\ell inx=4235.5$$
$$\sum \ell inx=39.65$$
$$\sum y=909$$
$$\sum(\ell inx)^2=177.67$$

- نجد قيم كل من a , b :

$$b=\frac{n\sum y\ell inx-\sum \ell inx\sum y}{n\left(\sum \ell inx^2\right)-\left(\sum \ell inx\right)^2}$$

$$=\frac{9(4235.5)-(39.65)(909)}{9(177.67)-(39.65)^2}=\frac{2077.65}{26.907}=77.216$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum \ell inx}{n}$$

$$=\frac{909-(77.216)(39.67)}{9}=-239.15$$

$$\hat{y}=-239.35+77.216\ell inx$$

والتعويض عن x بالقيمة ١٠٠ نحصل على :

$$\hat{y}=-239.35+77.216\ell in100=116.3$$

ولاجل اختيار التقدير الافضل من بين نتائج المعادلات اعلاه ، يتم استخراج مجموع مربعات الانحرافات لكل من المعادلات اعلاه ، اي : $y-\hat{y}$ ، ومن ثم تربيع الانحرافات وجمعها فتلك التي تعطي اصغر مجموع للمربعات يتم اخيارها كأفضل معادلة للتقدير . وفي بعض الحالات يدلنا شكل انتشار المعطيات المبين نموذجه في الشكل البياني رقم (٣.٧) الى متوسطات $\mu_{y/x}$ يمكن تضبيطها (fitting it) من خلال تمثيلها بمنحني أسي Exponential Regression Curve والذي صيغة معادلته في حالة العينة هي :

$$\mu_{y/x}=cd^x$$

ولنرمز لـ $\mu_{y/x}$ بـ $\hat{y}$ ، واخذ لوغاريتم الاساس ١٠ نحصل على معادلة الانحدار الخطي التالية :

$$\log y=\log c+\log d$$

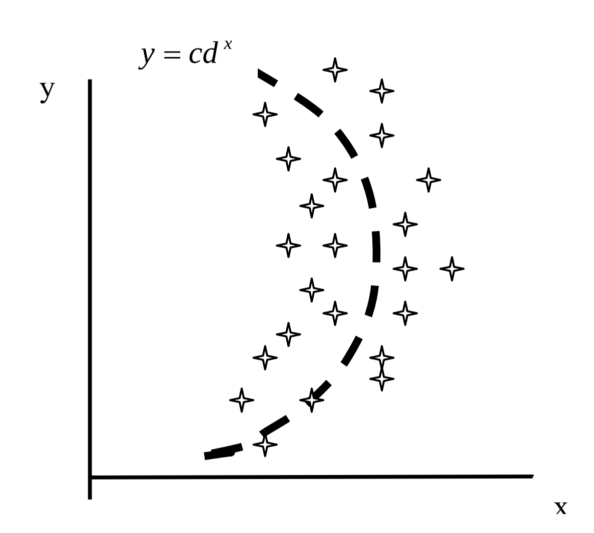
باحلال : $a=\log c$ ، $b=\log d$

نحصل على :

$$\log y=a+bx$$

فيصبح بالامكان ايجاد قيم المعاملات a , b باعتماد صيغ الانحدار الخطي ومن ثم تحديد قيم d , c باخذ اللوغاريتم المقابل antilog وكما مبين في المثال (٧-٣) التالي .

شكل بياني رقم (٣.٧)
يوضح نموذج منحني معادلة الانحدار الاسية



مثال (٧-٣) : المعطيات التالية تمثل عدد الطلاب المسجلين في احدى المدارس الابتدائية خلال السنوات السبع الاخيرة ، والمطلوب ايجاد المعادلة المعادلة الاسية للتنوء بعدد الطلاب المتوقع تسجيلهم بعد ٦ سنوات .

السنة (x)	1	2	3	4	5	6	7
عدد الطلاب (y)	304	341	393	493	548	670	882

الحل لـ (٧-٣) :

- نستخرج قيم y وهي :

2.945 , 2.826 , 2.739 , 2.66 , 2.594 , 2.533 , 2.483

- اجراء العمليات الحسابية لتقدير المعاملات a , b وكالاتي :

$$\sum x = 28$$

$$\sum \log y = 18.78$$

$$\sum x^2 = 140$$

$$\sum x \log y = 77.237$$

$$b = \frac{n\sum \log y - \left(\sum x\right)\left(\sum \log y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

$$= \frac{(7)(77.237) - (28)(18.78)}{(7)(140) - (28)^2} = 0.076$$

$$a = \frac{\sum \log y - b\sum x}{n}$$

$$= \frac{18.78 - (0.076)(28)}{7} = 2.379$$

وعليه فان :

$$c = 10^{2.379} = 239$$

$$d = 10^{0.076} = 1.19$$

- وبالتعويض يكون لدينا : $y = cd^x = (239)(1.19)^x$

عدد الطلاب المتوقع تسجيلهم بعد ٦ سنوات ، اي x = 13 هو :

$$\hat{y} = (239)(1.19)^{13}$$

$$= (239)(13.589) = 2167$$

٧-٣-٢ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار غير الخطي البسيط

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لتحليل الانحدار غير الخطي البسيط متوفرة في ١٠-٥-٣ من الفقرة (١٠-٥)

٤-٧ الانحدار غير الخطي المتعدد
Non-Linear Multiple Regression

١-٤-٧ معادلة الانحدار التربيعية Quadratic Regression Equations

وتعتبر من ابسط انواع الانحدار غير الخطي وتدعى ايضا بالانحدار من الدرجة الثانية ، وتتم باضافة العنصر x^2 الى معادلة الانحدار الخطي البسيط لنحصل على معادلة الانحدار التربيعي التي تاخذ صيغة العلاقة التالية :

$$y = a + bx + cx^2$$

ويكون شكل المنحني على صيغة أجزاء او مقاطع عمودية متكافئة ويدعى بمنحنى الاجزاء المتكافئة Parabola وكما مبين في الاشكال البيانية (٤.٧) و(٥.٧) ، ويكون مفتوحا الى الاعلى عندما يكون المعامل c موجبا ، وان أوطئ نقطة في المنحنى تدعى بقمة الرأس Vertex ويتحدد موقعها على المحور الافقى بالصيغة التالية :

$$x = \frac{-b}{2c}$$

اما عندما يكون المعامل -c سالبا فان فتحة منحنى الاجزاء المتكافئة تكون باتجاه الاسفل . ولاجل تحويل معادلة الانحدار التربيعية الى معادلة انحدار خطية نفترض بان :

$$b_1 = b$$
$$x_1 = x$$
$$b_2 = c$$
$$x_2 = x^2$$

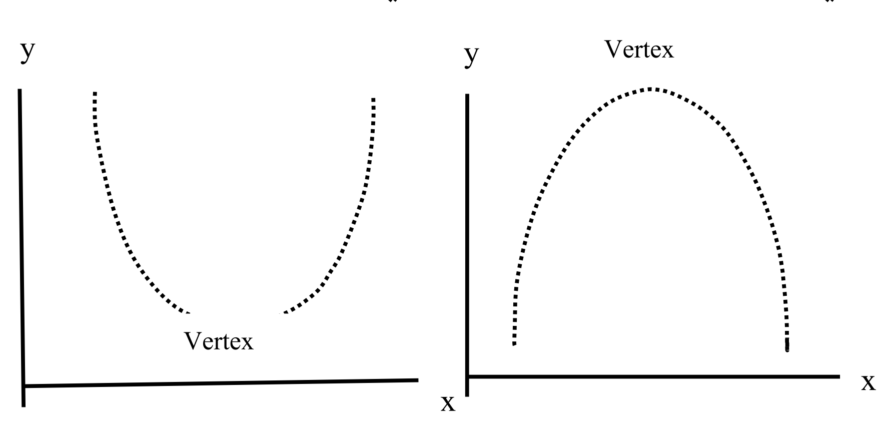
فتحصل على الصيغة التالية :

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

وبذلك يمكننا استخدام طريقة المربعات الصغرى لايجاد قيم كل من a ، b_1 ، b_2 كما هو الحال في معادلة الانحدار الخطي المتعدد ، وتصبح عملية حساب معامل الارتباط R وكذلك الخطأ المعياري s_e بنفس الصيغة للانحدار الخطي المتعدد .

شكل بياني رقم (٥.٧)
شكل منحنى المعادلة التربيعية
في حالة المعامل c سالبا

شكل بياني رقم (٤.٧)
شكل منحنى المعادلة التربيعية
في حالة المعامل c موجبا



مثال (٧-٤) : المعطيات التالية تخص عدد الوحدات المنتجة من بطاريات السيارات (بالاف) من قبل احد المصانع x ، ومعدل كلفة الوحدة المنتجة (بالدولار) y ، والمطلوب ايجاد معادلة الانحدار التربيعي مع تقدير كلفة الوحدة عند انتاج
. x = 2.5

عدد الوحدات المنتجة (x)	1	2	3	4	5
معدل كلفة الوحدة (y)	6	3	2	3	5

الحل لـ (٧-٤) :

♦ نجري العمليات الحسابية لمتطلبات ايجاد معادلة الانحدار التربيعي وكالاتي :

$x = x_1$	y	$x^2 = x_2$	$x_1 y$	$x_2 y$	$x_1 x_2$	x_1^2	x_2^2	y^2
1	6	1	6	6	1	1	1	36
2	3	4	6	12	8	4	16	9
3	2	9	6	18	27	9	81	4

9	256	16	64	48	12	16	3	4
25	625	25	125	125	25	25	5	5

♦ نستخدم صيغ الانحدار الخطي المتعدد في ايجاد قيم معاملات b_1 , b_2 , a فنحصل على :

$$b_1 = \frac{\left[n\sum x_1 y - \sum x_1 \sum y\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right] - \left[n\sum x_2 y - \sum x_2 \sum y\right]\left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2\right]}{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right] - \left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2\right]^2}$$

$$= -\ 0.5343$$

$$b_2 = \frac{\left[n\sum x_2 y - \sum x_2 \sum y\right]\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right] - \left[n\sum x_1 y - \sum x_1 \sum y\right]\left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 x_2\right]}{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right] - \left[n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2\right]^2}$$

$$= 0.857$$

$$a = \frac{\sum y - b_1 \sum x_1 - b_2 \sum x_2}{n} = 10.4$$

♦ وبتطبيق صيغة معادلة الانحدار الخطي نحصل على :

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

$$= 10.4 - 5.343 x_1 + 0.857 x_2$$

وباستخدام المتغيرات الاصلية نحصل على معادلة الانحدار التربيعي وهي :

$$\hat{y} = 10.4 - 5.343x + 0.856x^2$$

♦ وبتعويض x = 2.5 فان معدل كلفة انتاج الوحدات المتوقعة هو :

$$\hat{y} = 10.4 - 5.343(2.5) + 0.856(2.5)^2 = 2.4$$

وان قيمة نقطة قمة رأس المنحني x هي :

$$vertex - value, x = -\frac{b}{2c} = -\frac{(-5.343)}{2(0.857)} = 3.117$$

٧-٤-٢ معادلة الانحدار التكعيبي Cubic Regression Equation

وتدعى ايضا بمعادلة الانحدار غير الخطية من الدرجة الثالثة ، وهي امتداد لمعادلة الانحدار التربيعية ، ويتم استخدامها عندما تتطلب المعطيات اللجوء الى اضافة القوة ٣ الى معادلة تضبيط المعطيات ، ويصبح شكل العلاقة كالاتي :

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

ويتم ايجادها من خلال تحويلها الى معادلة انحدار خطية وذلك بتغيير المعاملات والمتغيرات على الوجه الاتي :

$$b_1 = b$$
$$x_1 = x$$
$$b_2 = c$$
$$x_2 = x^2$$
$$b_3 = d$$
$$x_3 = x^3$$

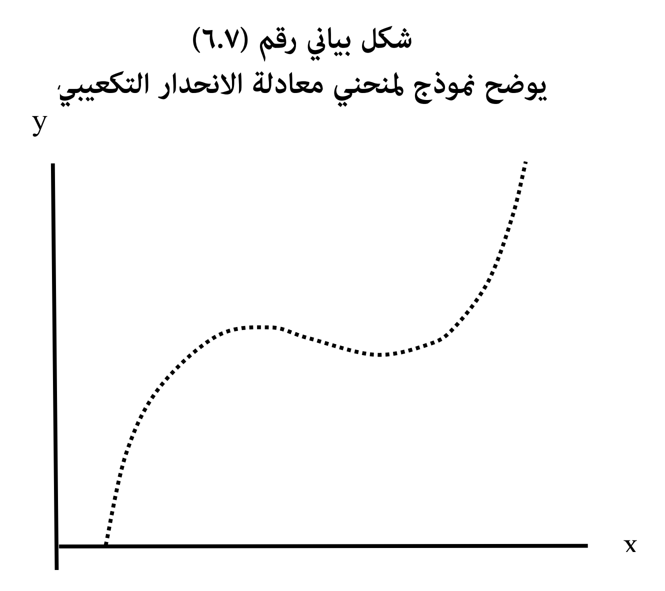
فتصبح معادلة انحدار خطية ، اي :

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

وبأخذ منحني معادلة الانحدار التكعيبي الشكل رقم (٦.٧) وهو شكل مقعر Concave يكون جزءه الايمن مقعر الى الاعلى ، اما جزءه الايسر فيكون اتجاه تقعره نحو الاسفل .

شكل بياني رقم (٦.٧)

يوضح نموذج لمنحني معادلة الانحدار التكعيبي



ولتعقد العمليات الحسابية في ايجاد المعاملات يدويا ، فقد اصبح من اليسير في الوقت الراهن الاستعانة بالحاسوب لهذا الغرض .

٧-٤-٣ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار غير الخطي المتعدد

ان أجراءات استخدام برنامج SPSS لتحليل الانحدار غير الخطي المتعدد متوفرة في ١٠-٥-٤ من الفقرة (١٠-٥) من الفصل العاشر

تمارين الفصل السابع

تمرين (٧-١) : الجدول التالي يضم متغيري معدل الدخل السنوي (بالاف الدنانير) x ، ومبلغ التوفير السنوي (بالاف الدنانير) y لعينة تتكون من ١٥ اسرة . والمطلوب :

ا- تقدير معادلة الانحدار الخطي ،

د- اختبار فرضية العدم $H_. : \beta = 0$ عند $\alpha = 0.0٥$

و- التعليق على اشارة معمل الانحدار

ز- اختبار معنوية معادلة الانحدار عند $\alpha = 0.0٥$

ك- ايجاد مبلغ التوفير المتوقع لعائلة دخلها السنوي ٢٠٠٠٠ دينار ،

ل- استخدام برنامج SPSS في انجاز ما مطلوب اعلاه .

تسلسل الاسرة	معدل التوفير السنوي x_i	معدل الدخل السنوي y_i
١	١٢	0.6
٢	١٥	1.1
٣	٩	0.2
٤	٢٢	2.4
٥	١٦	1.2
٦	٣٦	3.6
٧	١٠	0.4
٨	١١	0.6
٩	٢٥	1.7
١٠	١٨	1.1
١١	٧	0.1
١٢	٢١	1.3
١٣	٥	0.1
١٤	٨	0.2
١٥	١٠	0.4

تمرين (٢.٧) : مدير احدى الشركات اراد معرفة ان كانت هناك علاقة بين درجة تقييم الموظفين y لدى شركته وبين مقدار انجازيتهم (ادائهم) x ، فاختار عينة عشوائية تتكون من ١٠ موظفين ، وكانت النتائج كما مبين في الجدول التالي ، والمطلوب :

ا- بناء معادلة انحدار خطية ،

ب- ايجاد القيم التقديرية لدرجة التقييم للموضفين لـ ١٠ باستخدام المعادلة التقديرية

ج- التنبوء بدرجة التقييم اذا كانت الانجازية هي ٠.٩٥ ،

د- تبيان المقصود بمعامل الانحدار b في هذا التمرين ،

ك- استخدام برنامج SPSS في انجاز ما مطلوب في الفقرات ا ، ب، ج اعلاه .

تسلسل الموظف	درجة التقييم y	مقدار الانجازية x
١	٧٥	٧٠
٢	٦٤	٧١
٣	٩٢	٩٢
٤	٨٠	٨٠
٥	٧٦	٤٨
٦	٥٨	٦٤
٧	٩٦	٩٠
٨	٨٩	٧٥
٩	٩٨	٨٦
١٠	٧٩	٥٨

تمرين (٣.٧) : تبيان المقصود بمعايير تقييم النموذج الاحصائية والمنطقية ، مع توضيح ماهية فرضيات النموذج واساليب التحقق منها .

تمرين (٤.٧) : المطلوب توظيف معطيات الجدول التالي ، لايجاد معادلة الاتجاه التربيعي مع رسم المنحنى ومقارنته مع قيم المعادلة التقديرية باستخدام برنامج SPSS .

السنة x	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩
المبيعات (بالاف) y	١٢	١٦	١٩.٤	٢١.٤	٢٢.٨

تمرين (٥.٧) : لدينا معادلة الانحدار التربيعي التالية : $\hat{y} = 10.4 - 5.343x + 0.856x^2$ المحتسبة من المعطيات التالية :

x	١	٢	٣	٤	٥
y	٦	٣	٢	٣	٥

والمطلوب : رسم المنحنى التقديري ذو الاجزاء المتكافئة Parabola ، مع تقرير قيمة y عند x تساوي ١٢ .

الفصل الثامن

تحليل السلاسل الزمنية
Time Series Analysis

٨-١ عناصر السلسلة الزمنية
Time Series Analysis Components

السلسلة الزمنية تعني سلسلة من المعطيات ياتي تسلسلها او تصنيفها حسب وحدات زمنية كالسنين والاشهر والاسابيع او الايام والساعات وهكذا . فهي بذلك عبارة عن سجل تاريخي متتالي يتم اعتماده لتفسر ظاهرة ما او لبناء توقعات مستقبلية لها. واصبحث السلاسل الزمنية الاكثر استخدما في مجال التحليلات المالية في الوقت الراهن بعد توسع وانتشار البورصة والعمل المصرفي وتشابكه على النطاق العالمي .

ان معطيات اية ظاهرة عبر الزمن تصبح تحت تاثير عوامل اقتصادية واجتماعية و بيئة ، و يطلق على هذه العوامل بعناصر السلسلة الزمنية وتشمل كل من : الاتجاه العام، التغيرات الموسمية ، التغيرات الدورية ، والتغيرات غير المنتظمة او العرضية . وبذلك فان السلسلة الزمنية ستكون تحت تاثير هذه العناصر وان درجة تاثير كل منها يكون متفاوتا حسب نوع العنصر وزمن وقوعه .

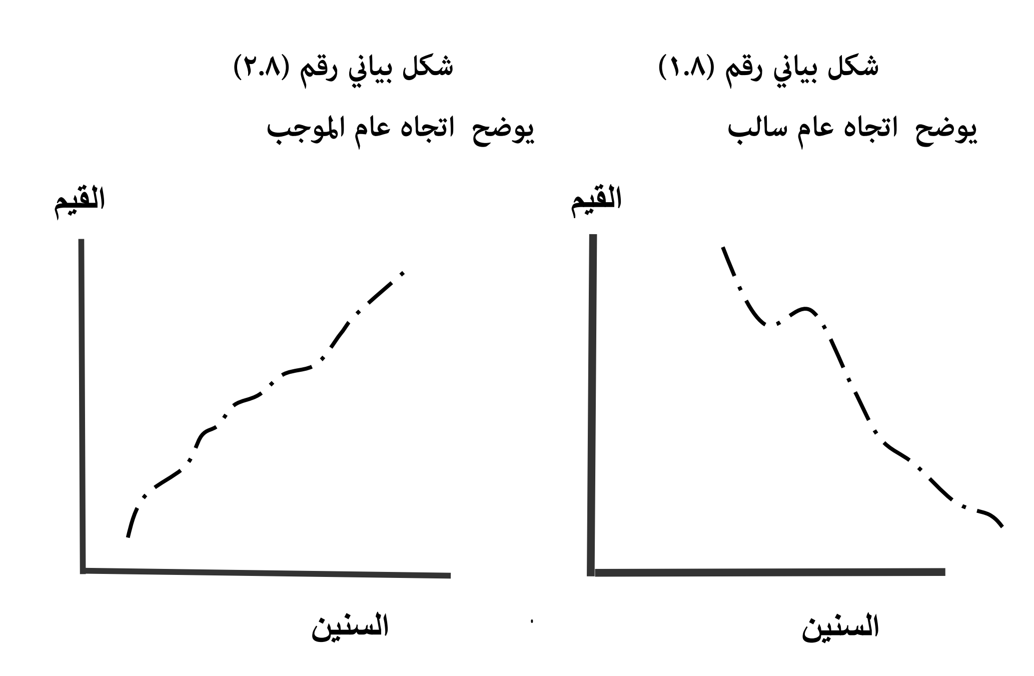
٨-١-١ الاتجاه العام T , Secular Trend

وهو العنصر الذي يقصد به الحركة المنتظمة للسلسلة عبر فترة زمنية معينة تكون طويلة نسبيا ، ويعتبر قي العادة اهم عناصر السلسلة الزمنية ويعتمد احيانا كعنصر وحيد في بناء التوقعات ، ويقال بان اتجاه السلسلة موجبا اذا كان الاتجاه نحو الارتفاع بمرور الزمن كما هو الحال قي تزايد عدد السكان في اغلب دول العالم الثالث ، ويقال ان الاتجاه العام للسلسلة سالب اذا اتجهت نحو التناقص بمرور الزمن كما هو الحال في نسبة الاميين الى مجموع السكان في العديد من دول العالم . وكما يتضح من الاشكال البيانية رقم (١.٨) و (٢.٨) .

وقد يكون الاتجاه موجبا في جزء ه الاول وسالبا في جزءه الثاني كما هو الحال مثلا في حالة مبيعات التلفزيون الغير ملون او في تناقص عدد العمال لبعض الشركات الصناعية التي تقوم لاحقا باستخدام التكنولوجيا التي تؤدي الى تقليص الحاجة الى الايدي الايدي العاملة ، وما يمتاز به هذا العنصر هو ان التغير الذي يطرأ عليه يكون تدريجي وليس مفاجئ .

شكل بياني رقم (١.٨)
يوضح اتجاه عام سالب

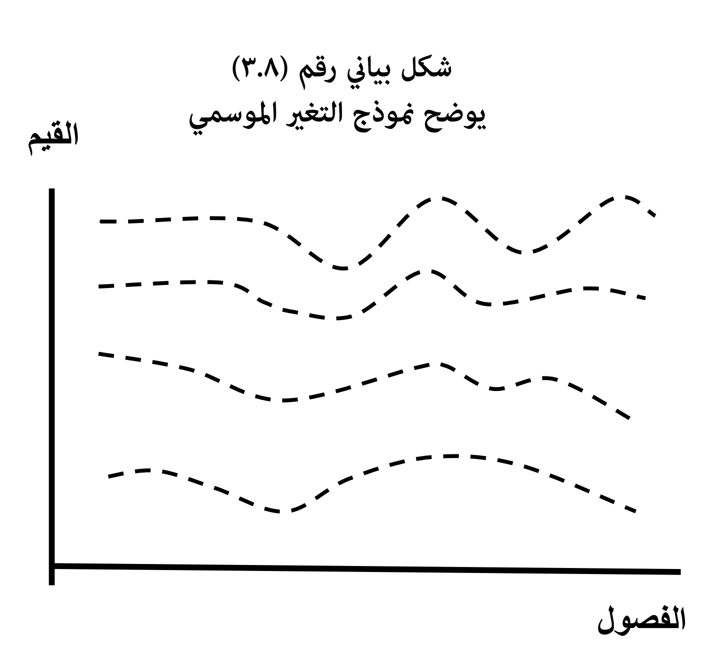
شكل بياني رقم (٢.٨)
يوضح اتجاه عام الموجب



٨-١-٢ التغيرات الموسمية Seasonal Variation , S

وهو التغير ذات الطبيعه الزمنية الدورية التي لايزيد طولها عن السنة ، وهي تغيرات متشابهه تظهر على فترات اسبوعية او شهرية او فصلية متناظرة في الفترات الزمنية المختلفة التي تعود اليها مشاهدات السلسلة ، ومثال ذلك التغير في عدد المسافرين من ساعة لاخرى او التغير في عدد رواد المسرح من يوم لاخر اوالتغير في انتاج البيض بين فصل واخر. ولعنصر التغير الموسمي اهمية خاصة في بعض المجالات عند تحليل السلسلة الزمنية كما هو الحال في البورصات المالية وفي الانتاج الزراعي او الخزين في بعض الصناعات . وكما هو موضح في الشكل البياني رقم (٣.٨) التالي .

شكل بياني رقم (٣.٨)
يوضح نموذج التغير الموسمي



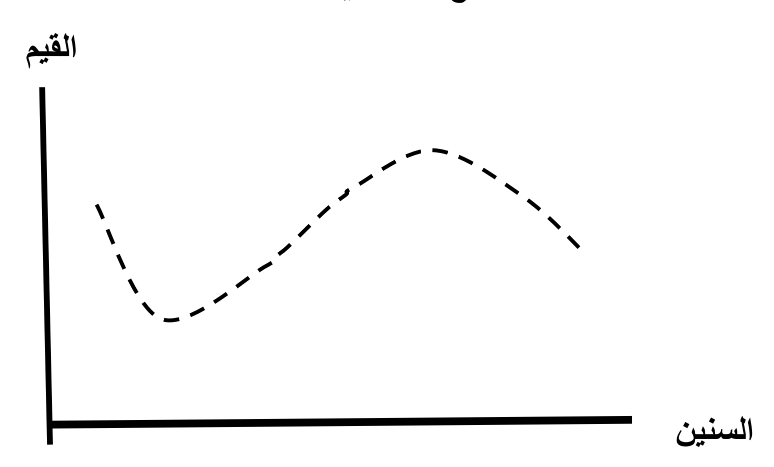
٨-١-٣ التغيرات الدورية Cyclical Movement, C

وهي التغييرات التي تطرأ على قيم السلسلة الزمنية بصورة منتظمة او غير منتظمة ويزيد امدها على السنة ، وتتكون من دوال تشبه الجيب والجيب تمام ولكن باطوال وسعات قد تكون مختلفة . وبصورة عامة يتضمن هذا العنصر عدة مراحل هي :

- مرحلة الارتفاع الاولية
- مرحلة التراجع
- مرحلة الركود (الانتعاش المحدود)
- مرحلة الانفراج (الانتعاش)
- مرحلة الارتفاع النهائي

وتاخذ الفترة بين الارتفاع الاولي والارتفاع النهائي دورة كاملة ، ومن الامثلة على ذلك الدورات الاقتصادية التي تمر بها بعض الدول ، حيث يمر اقتصادها بمرحلة من النمو السريع تعقبها مرحلة من التراجع الاقتصادي ثم ركود ثم استعادة للنشاط الاقتصادي ذات النمو السريع ، وكما يوضحه الشكل البياني رقم (٤.٨) في ادناه .

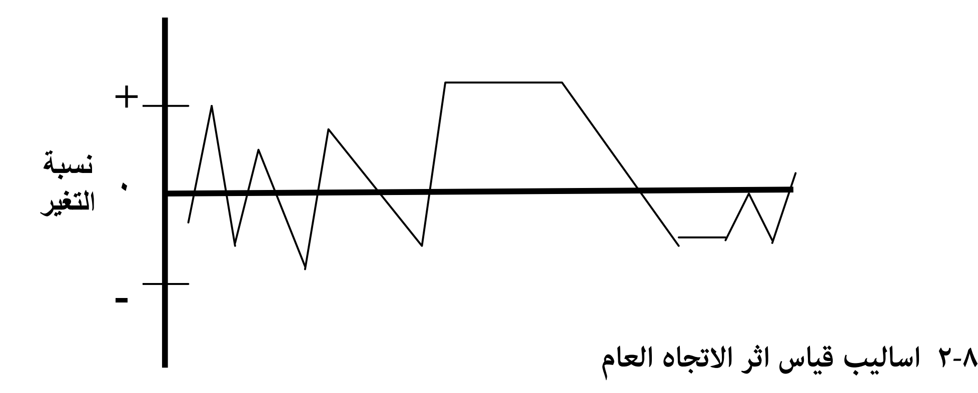
شكل بياني رقم (٤.٨)
يوضح نمط التغيرات الدورية



٨-١-٤ التغيرات غير المنتظمة (العرضية) I ,
Irregular Variation

وهذه الثغيرات تمثل العوامل الاخرى التي لم تدخل في العناصر السابق ذكرها ، وقد تعزى لاخطاء وتاثيرات لايمكن تفسيرها . لانها قد تقع بصورة غير متوقعة تماما كما يحصل في حالة افلاس بنك او مناسبة انتخابات عامة او في حالة وقوع حرب او قيام دولة ما بالتأميم وما شابه ، لذا يعتبر هذا العنصر عشوائي يعتمد الصدفة ، الا ان تاثيره مؤقت يزول بزوال الاسباب المؤدية اليه . والتغير غير المنتظم قد يتسبب باحلال سلعة جديدة بدل السلعة القديمة التي تصاب بهبوط مفاجئ في الطلب عليها . والشكل البياني رقم (٥.٨) يبين نموذج لحالة العنصر غير المنتظم .

شكل بياني رقم (٥.٨)
يوضح نموذج التغيرات غير المنتظمة



٨-٢ اساليب قياس اثر الاتجاه العام

٨-٢-١ قياس اثر الاتجاه العام في حالة الاتجاهات الخطية

وهي الحالة التي يكون فيها اتجاه المعطيات خطي ، وتمتاز بجودتها ودقتها لخضوع نتائجها لمعايير فحص المعنوية والكفاءة والتي تطرقنا اليها في الفصل السادس . وهناك طريقتين يمكن استخدامها لهذا الغرض وهي كل من :

- طريقة المتوسطات النصفية Semi-Average Method
- طريقة المربعات الصغرى Least Square Method

وتتلخص الطريقة الاولى بتقسيم معطيات السلسلة الزمنية الى قسمين متساويين في عدد السنوات، وفي حالة يكون العدد فردي يتم حذف السنة التي تقع في الوسط ومساواتها الى الصفر، ومن ثم القيام بعملية حساب متوسط كل من القسمين بصورة منفصلة ، ونضع قيمة كل متوسط امام منتصف فترة كل قسم (اذا كان عدد سنين كل قسم زوجي يوضع المتوسط في منتصف السنتين الوسطيتين) ، ومن ثم نصل بينهما بخط مستقيم ليمثل خط الاتجاه العام. وسنحاول التركيز على الطريقة الثانية وهي طريقة المربعات الصغرى كونها تتسم بسعة استخدامها لتميزها بدقة اعلى، حيث سبق التطرق اليها في موضوع الانحدار، ولاجل تبسيط العمليات الحسابية على الاقل في حالة الاستخدام اليدوي، سنجعل مجموع السلسلة الزمنية مساويا للصفر، ويتم ذلك باعطاء قيمة صفر لمركز السلسلة ومن ثم ترقيم السنين لما فوق الصفر بقيم سالبة والسنين تحت الصفر بقيم موجبة ، بحيث يكون $\Sigma X_i = 0$ ، وبذلك تتقلص متطلبات ايجاد كل من a , b الى :

$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} \quad و \quad a = \frac{\Sigma y}{n}$$

فمثلا لو رمزنا للقيم الحقيقية للسنين بـ t
ورمزنا للمقياس الجديد للسنين بـ x

فان مركز السلسلة $\bar{t}$ في حالة العدد فرديا سيكون عبارة عن جمع السنة الاولى والسنة الاخيرة وقسمتهما على ٢ ، اي ان الرمز الجديد هو $x = t - \bar{t}$ وكما هو موضح في الجدول التالي الذي يضم سلسلة تتكون من ٧ سنوات للفترة ١٩٩٩-٢٠٠٥ .

$$\bar{t} = \frac{2005 + 1999}{2} = 2002$$

السنة t	المقياس الجديد x	الطريقة $x = t - \bar{t}$
١٩٩٩	-٣	1999-2002=-3
٢٠٠٠	-٢	2000-2003=-2
٢٠٠١	-١	2001-2002=-1
٢٠٠٢	٠	2002-2002=0
٢٠٠٣	١	2003-2002=1
٢٠٠٤	٢	2004-2002=2
٢٠٠٥	٣	2005-2002=3

اما عندما يكون عدد السنوات زوجيا ولتكن ١٩٩٨ – ٢٠٠٥ فيكون لدينا :

$$\bar{t} = \frac{2005 - 1998}{2} = 2001.5$$

فيصبح الرمز الجديد لسنة ١٩٩٩ هو x = 1999-2001.5 = -2.5

والرمز الجديد لسنة ٢٠٠٠ هو x = 2000-2001.5 = -1.5

وهكذا نحصل على بقية الرموز الجديدة وكما مبين في الجدول التالي :

السنة t	الرمز الجديد x
1998	-3.5
1999	-2.5
2000	-1.5
2001	-0.5
⇦	0.0
2003	0.5
2004	1.5
2005	2.5
2006	3.5

وحيث ان معادلة الاتجاه المستقيم هي $y_i = a + bx$

تصبح بموجب الترميز الجديد $y_i = a + b(t - \bar{t})$

مثال (١.٨) : اوجد المعادلة الخطية لمعطيات الجدول التالي التي تمثل حجم الاسهم المتداولة (بالملايين) في بورصة احدى الدول للفترة (١٩٩٨-٢٠٠٥) مع تبيان حجم التداول المتوقع في سنة ٢٠١٠ بموجب خط الاتجاه العام .

t	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
y	438	454	499	540	585	606	683	613

الحل لـ (١.٨) : باجراء العمليات الحسابية بموجب الاجراءات اعلاه نحصل على

$$a = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{4618}{8} = 577.25$$

$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{2068}{42} = 49.238$$

وبتطبيق صيغة الاتجاه الخطي يكون لينا :

$$y = a + b(t - \bar{t})$$

$$\hat{y} = 577.25 + (t - 2001.5)$$

وبتعيويض سنة ٢٠١٠ بدلا من t في المعادلة اعلاه نحصل على القيمة المتوقعة لسنة ٢٠١٠ وهي :

$$\hat{y}_t = 557.25 + 49.238(2010 - 2001.5) = 995.77$$

وباخضاع معطيات المثال (١.٨) اعلاه لبرنامج Excel باستخدام الدوال f_x واختيار الصيغة Forecast نحصل على نفس القيمة التي تم الحصول عليها يدويا وكما مبين من التوقعات التي تم ايجادها للفترة (٢٠٠٦-٢٠١٠) التالية :

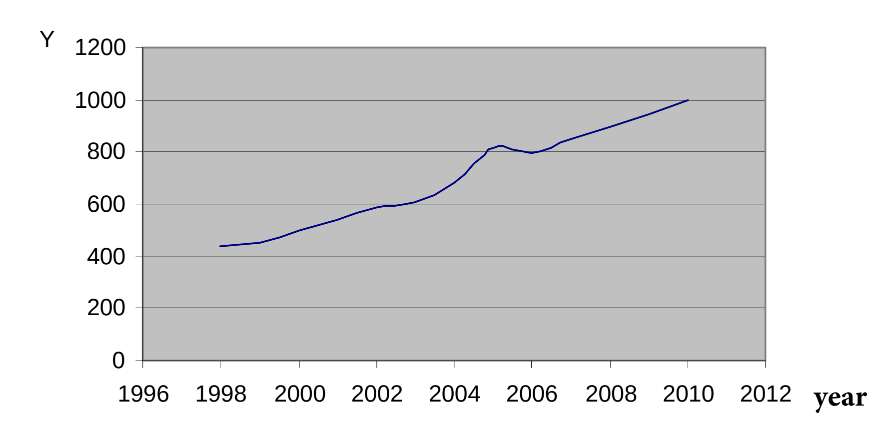
التوقعات لغاية سنة ٢٠١٠

٢٠٠٦	798.8214
٢٠٠٧	848.0595
٢٠٠٨	897.2976
٢٠٠٩	946.5357
٢٠١٠	995.7738

ضاما شكل خط الاتجاه العام بموجب المعادلة مع التوقعات لغاية سنة ٢٠١٢ اعلاه فهي كما مبين في الشكل البياني رقم (٨.٨) المستخرج باستخدام برنامج Excel

شكل بياني رقم (٨.٨)

خط الاتجاه العام لمعادلة المثال (١.٨) مع التوقعات لغاية سنة ٢٠١٢



٨-٢-٢ قياس اثر الاتجاه العام T في حالة الاتجاهات غير الخطية Non-Linear Trends

والحالات التي لايمكن معها استخدام الطرق الخطية تكون غالبا مع الظواهر الاقتصادية التي تتصف بالتغير على الامد الطويل. ومن اهم الطرق غير الخطية هي معادلات الاتجاه التربيعي Quadratic Trend Equations وتدعى ايضا بمعادلة اتجاه المقاطع المتكافئة Parabolic trend او بمعادلة الدرجة الثانية ، وصيغتها هي :

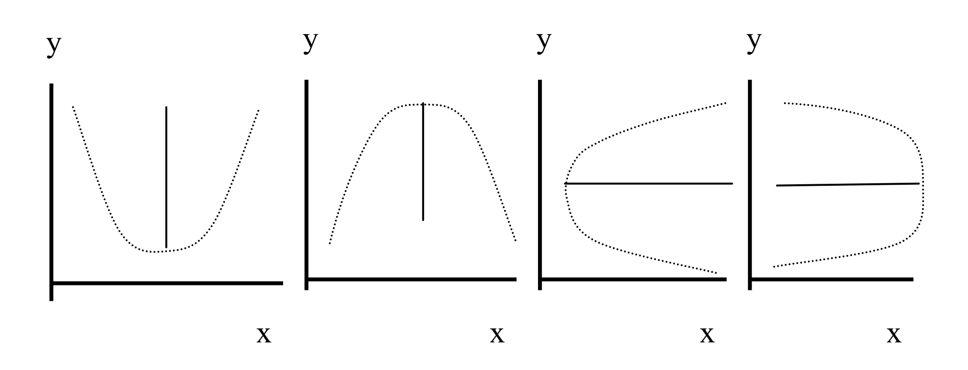
$$y = a + bx + cx^2$$

وحيث ان : $x = t - \bar{t}$

نحصل على :

$$y = a + b\left(t - \bar{t}\right) + c\left(t - \bar{t}\right)$$

وتأخذ المنحنيات ذات المقاطع المتكافئة الاشكال رقم (٩.٨) المبينة في ادناه :



ان ايجاد قيم كل من a , b , c يتم باستخدام طريقة المربعات الصغرى الناتجة من حل المعادلات الثلاث وهي :

$$\Sigma y = na + b\Sigma x + \Sigma x^2$$
$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3$$
$$\Sigma x^2 y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + cx^4$$

فنحصل على الصيغ التالية :

$$a = \frac{(\Sigma y)(\Sigma x^4) - (\Sigma x^2 y)(\Sigma x^2)}{n\Sigma x^4 - (\Sigma x^2)^2}$$
$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}$$
$$c = \frac{n\Sigma x^2 y - (\Sigma x^2)(\Sigma y)}{n\Sigma x^4 - (\Sigma x^2)^2}$$

مثال (٣.٨) : الجدول التالي يعطي عدد الاميال الطنية بالملايين (حاصل جمع كل كمية بالاطنان مضروبة في المسافة المنقولة عليها بالاميال)) للبضائع المنقولة بواسطة السكك الحديدية لاحدى الدول للفترة (١٩٩١-٢٠٠١) ، والمطلوب حساب معادلة الاتجاه العام التربيعي مع توضيح شكلها البياني .

الاميال الطنية للبضائع (بالملايين) y	الرمز x	السنة t
93	-5	1991
91	-4	1992
96	-3	1993
89	-2	1994
90	-1	1995
82	0	1996
88	1	1997
86	2	1998
87	3	1999
94	4	2000
92	5	2001

الحل لـ (٣.٨) : لدينا

$\Sigma y=988$, $\Sigma xy=-28$, $\Sigma x^2=110$, $\Sigma x^2y=10110$, $\Sigma x^4=1958$, $n=11$

نستخدم الصيغ اعلاه لايجاد قيم a, b, c كالاتي :

$$a=\frac{(\Sigma y)(\Sigma x^4)-(\Sigma x^2 y)(\Sigma x^2)}{n(\Sigma x^4)-(\Sigma x^2)^2}$$

$$=\frac{(988)(1958)-(10110)(110)}{(11)(1958)-(110)^2}=\frac{822404}{9438}=86.14$$

$$b=\frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}=\frac{-28}{110}=-0.254$$

$$c=\frac{n(\Sigma x^2 y)-(\Sigma x^2)(\Sigma y)}{n(\Sigma x^4)-(\Sigma x^2)^2}$$

$$=\frac{(11)(101100)-(110)(958)}{(11)(1956)-(110)^2}=\frac{2530}{9438}=0.268$$

وبالتعويض في معادلة الاتجاه التربيعي نحصل على :

$$y = a + bx + cx^2$$
$$= 87.14 - 0.254x + 0.268x^2$$

نقوم باستخدام حصيلة المعادلة لرسم الاتجاه التربيعي المبين في الشكل رقم (١٠.٧) عند $\bar{t} = 1996$ لكل من سنوات السلسلة وكالاتي :

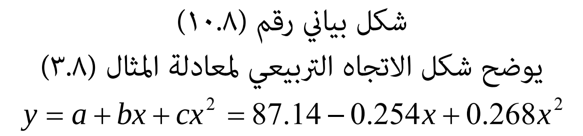
t = 1991 , $y_{1991} = 87.14 - 0.254(1991-1996) + 0.268(1991-1996)^2 = 96.4$

t = 1992 , $y_{1992} = 92.4$, t = 1993 , $y_{1993} = 90.3$, t = 1994 , $y_{1994} = 88.7$

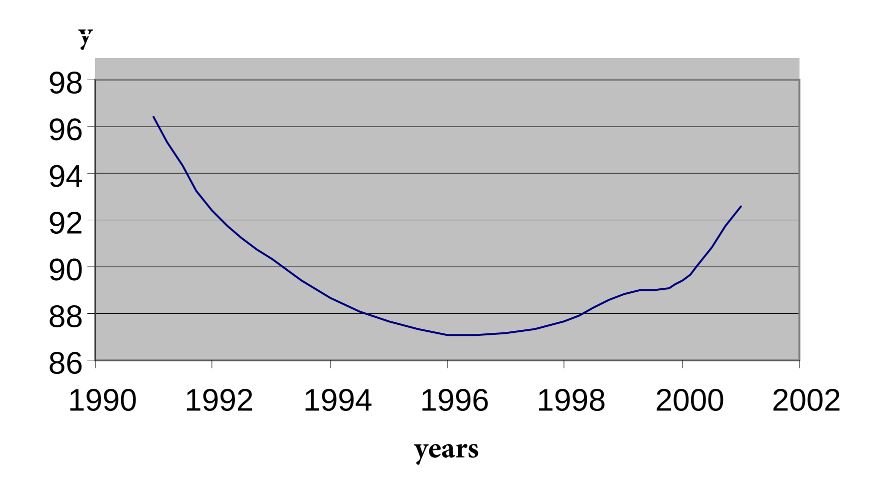
t = 1995 , $y_{1995} = 87.7$, t = 1996 , $y_{1996} = 87.1$, t = 1997 , $y_{1997} = 87.2$

t = 1998 , $y_{1998} = 87.7$, t = 1999 , $y_{1999} = 88.8$, t = 2000 , $y_{2000} = 89.4$

t = 2001 , $y_{2001} = 92.6$



شكل بياني رقم (١٠.٨)
يوضح شكل الاتجاه التربيعي لمعادلة المثال (٣.٨)
$y = a + bx + cx^2 = 87.14 - 0.254x + 0.268x^2$



وهناك معادلات غير خطية اخرى ، اهمها معادلات الاتجاه الاسي Exponential Trend التي تستخدم لقياس الاتجاهات التي يكون نسب التغير السنوية لها ثابت ، وعادة ما تستخدم الورقة نصف اللوغارتيمية (semi-log paper) للتاكد من كون الاتجاه هو خطي ، عندها نستدل على ان الاتجاه هو اسي . والشكل العام لصيغة هذا النوع من المعادلات هو :

$$y_t = d_{(1+i)}{}^{X}$$

وبتطبيق خصائص اللوغاريتم الطبيعي .natural log تتحول صيغة المعادلة الاسية الى معادلة لوغاريتمية خطية كالاتي :

$$\ell iny_t = \ell ind + x\ell in(1+i)$$

حيث ان :

$$d = anti\ell in \frac{\Sigma \ell iny}{n}$$

$$(1+i) = anti\ell in \frac{\Sigma(x\ell iny)}{\Sigma x^2}$$

مع الاشارة الى اللوغاريتم المقابل antilin مفتاحها في الحاسبات اليدوية او المنضدية هو e^x

٨-٢-٣ استخدام برنامج SPSS في حالة الاتجاه غير الخطي

اجراءات استخدام برنامج SPSS في تحليل الاتجاه العام
للسلاسل الزمنية لحالة الاتجاهات غير الخطية متوفر
في الفقرة (١٢-٦) في الفصل الثاني عشر

٨-٢-٤ قياس اثر الاتجاه العام باستخدام المتوسطات المتحركة
Moving Averages

ويدعى ايضا بتمهيد السلسلة الزمنية ، ويتم بموجبها استبدال قيم السلسلة بمتوسطات لمعطياتها . فالمتوسط المتحرك لثلاث سنوات مثلا هو حصيلة قيمة السنة المعنية والسنتين السابقة والاحقة لها . وحيث ان المتوسطات غير محددة بعدد معين من السنوات والهدف هو تخفيف حدة التذبذبات للسلسلة عن الاتجاه ، عليه يفضل ملاحظة اطول التذبذبات او التغيرات الدورية في تحديد فترة المتوسطات ومحاولة تسويتها ، لانه في الغالب ما تكون هذه التذبذبات متجانسة الاطوال و بالامكان تسوية ارتفاعاتها من خلال جعل فترة المتوسطات المتحركة مساوية لفترة التذبذب ، ويستحسن ان تحدد بالفترة

المحصورة بين الركود Trough ومرحلة الارتفاع Peak ، وكذا القول على نطاق التغيرات الموسمية او الفصول .

مثال (٥.٨) : المطلوب حساب المتوسطات المتحركة لفرة ثلاث سنوات مع العرض البياني للمعطيات التالية التي تمثل انتاج احد انواع سيارات الصالون (بالاف) للفترة ١٩٩٥-٢٠٠٢ .

السنة	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الانتاج (بالاف)	١٧	٢٢	١٨	٢٦	١٦	٢٧	١٩	٣١	٢٨	٣٧

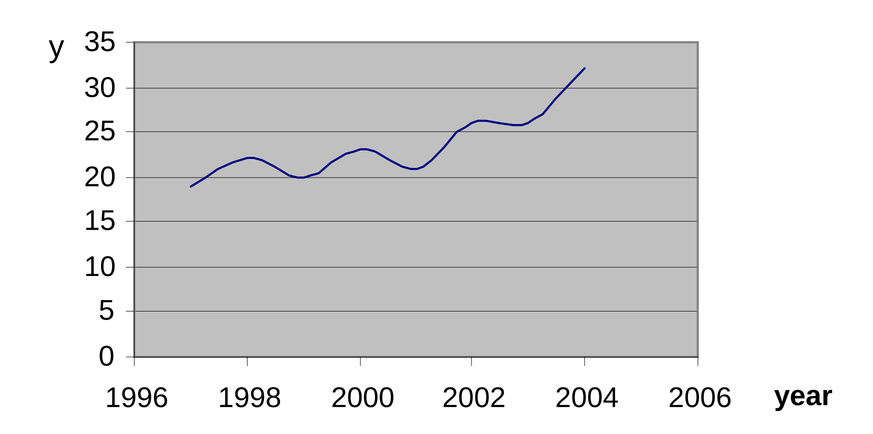
الحل لـ (٥.٨) :

لتبسيط العمليات الحسابية نقوم اولا بحساب المجاميع ومن ثم المتوسطات المتحرك وكما في الجدول ادناه :

السنة	الانتاج (بالف)	المجاميع المتحركة	المتوسطات المتحركة
١٩٩٦	١٧	---	---
١٩٩٧	٢٢	٥٧	١٩
١٩٩٨	١٨	٦٦	٢٢
١٩٩٩	٢٦	٦٠	٢٠
٢٠٠٠	١٦	٦٩	٢٣
٢٠٠١	٢٧	٦٢	٢١
٢٠٠٢	١٩	٧٧	٢٦
٢٠٠٣	٣١	٧٨	٢٦
٢٠٠٤	٢٨	٩٦	٣٢
٢٠٠٥	٣٧	---	---

ومن نتائج العمليات الحسابية في الجدول اعلاه ، نحصل على الشكل البياني رقم (١٢.٨) الذي يمثل شكل الاتجاه العام .

شكل بياني رقم (١٢.٥)
يوضح الاتجاه العام لمعطيات المثال (٥.٨) باستخدام المتوسطات المتحركة



اما عندما تكون المتوسطات المتحركة هي لفترات زوجية ، ولنقل كل اربع سنوات مثلا فان مركز المتوسط سيكون موقعه بين السنتين المركزية ، ولكن اختصارا في الوقت والعمليات الحسابية وزيادة في دقة العرض البياني ، يفضل اللجوء الى فترات فردية ما امكن .

٨-٣ قياس اثر التغيرات الموسمية S

وهي التغيرات التي تحصل على نطاق الفصول او الاشهر او الايام وجميعها يتم التعامل معها على نفس الاسس الاحصائية ، وربما سيكون من الافضل التخلص اولا من تاثيرات كل من الاتجاه T والدوره C والتغيرات غير المنتظمة I لاجل الحصول على القياس الموسمي . ونتناول في الاتي الطرق الاوسع استخداما .

٨-٣-١ طريقة النسبة الى المتوسط المتحرك
Ratio to Moving Average

وتعتبر من أفضل الطرق للقياس الموسمي كونها تسمح بمرونة اكثر من غيرها في التخلص من عنصر الاتجاه في الحالة غير الخطية ، بالاضافة لكونها الابسط في وصف التغير في الاتجاه وفي التغير الدوري . وتبدأ الطريقة باحتساب المتوسطات المتحركة للتخلص من اغلب تاثيرات العناصر الاخرى . وتتلخص الطريقة بالخطوات التالية :

- القيام بتمهيد السلسلة باخذ المتوسطات المتحركة وبالطول المناسب ، فمثلا اذا كانت المعطيات حسب الفصول ، فان المتوسط سيكون طوله ٤ .
- نجد حاصل ضرب عنصري التغير الموسمي والتغير غير المنتظم ، وذلك بقسمة المعطيات الاصلية على المتوسط المتحرك وضرب الناتج بـ ١٠٠ .
- عزل عنصر التغير الموسمي عن عنصر التغير غير المنتظم ، وذلك باجراء التعديل على سنوات السلسلة .
- ضرب ناتج الخطوة الثالثة في نتائج حاصل قسمة مجموع العناصر الناتجة في الخطوة الثانية على المجموع الاصلي للنسب المئوية ، فنحصل على عنصر التغير الموسمي .

مثال (٦.٨) : العمودين الاول والثاني من الجدول رقم (١.٨) يمثل عدد الاجهزة الكهربائية المباعة من قبل احدى الشركات خلال الفترة ١٩٩٣ – ٢٠٠١ مصنفة حسب الفصول . المطلوب قياس التغير الموسمي .

الحل لـ (٦.٨) :

الجدول رقم (١.١٠) يبين نتائج الخطوتين الاولى والثانية من اعلاه ، فالعمود الثالث (٣) من الجدول يضم المجاميع المتحركة للفصول الاربعة لكل سنة ، وكل مجموع يكون موقعه في وسط الفصول الاربعة ، اي ان المجموع الاول هو عبارة عن : 197 + 243 + 209 + 291 = 930

وهذا المجموع يكون موقعه بين 2 :1993 و 3 :1993

ومن ثم نترك فصل واحد لنحصل على المجموع المتحرك الثاني وهو :

243 + 209 + 291 + 198 = 941

ليكون موقعه بين 3 : 1993 و 4 : 1993

والخطوة اللاحقة والمتمثلة في العمود الرابع (٤) فهي عبارة عن جمع قيمتين متتاليتين في العمود الثالث (٣) ، وبذلك فان القيم التي تقع في العمود (٤) هي مجموع لثمانية فصول .

وبقسمة هذه المجاميع على ٨ نحصل على المتوسط المركزي المتحرك والواقعة في العمود الخامس (٥) وتتمثل بقياس عنصري الاتجاه T و الدوره C لقيم معطيات السلسلة .

اما العمود السادس (٦) فيضم النسب الموسمية والتي هي عبارة عن قسمة القيم الحقيقية الفصلية الواردة في العمود (٢) على المتوسط المتحرك المعني مضروبا بـ ١٠٠ ولاحتساب الخطوتين الثالثة والرابعة يتم ترتيب نتائج العمود (٦) من الجدول (١.٨) للحصول على القياس الموسمي وكما مبين في الجدول رقم (٢.٨)

جدول رقم (١.٨) : معطيات المثال (٦.٨) ونتائج حساب الخطوتين ١ و ٢

السنين والفصول		(٢) المبيعات	(٣) مجموع الفصول المتحركة	(٤) المجموع المركزي المتحرك	(٥) المتوسط المركزي المتخرك	(٦) النسبة S Relative $= \frac{209}{233.9}100$
١٩٩٣	١	١٨٧			(1871/8)	
	٢	٢٤٣	—		=	
	٣	٢٠٩	٩٣٠	١٨٧١	233.9	89.4
	٤	٢٩١	٩٤١	١٩٠٢	237.8	122.4
١٩٩٤	١	١٩٨	٩٦١	٢٠٥٠	247.9	79.9
	٢	٢٦٣	١٠٢٢		258.8	102.7
	٣	٢٧٠	١٠٢٨			101.3
	٤	٢٩٧	١١٠٤			102.9
١٩٩٥	١	٢٧٤	١١٠٤			90.1
	٢	٢٦٣	١١٢٨			94.4
	٣	٢٩٤	١١٦٧			113.9
	٤	٣٣٦	١١٥٢			83.7
١٩٩٦	١	٢٣٢	١١٣٦			103.2
	٢	٢٧٣	١٠٨٢			94.3
	٣	٢٤١	١٠٣٥			113.3
	٤	٢٨٩	١٠٠٩			80.0
١٩٩٧	١	٢٠٦	١٠٣١			113.1
	٢	٢٩٥	١١١٨			89.1
	٣	٣٠٠	١١٤٩			112.9
	٤	٣١٧	١٢٢٠			79.7
١٩٩٨	١	٢٣٧	١٣٠٣			114.7
	٢	٣٦٦	١٤١٥			88.6
	٣	٣٨٣	١٤٦٠			122.0
	٤	٤٢٩	١٥١٠			76.4
١٩٩٩	١	٢٩٢	١٥١٨			110.0
	٢	٤٢٤	١٥٦٧			94.9
	٣	٣٨٣	١٦٦٠			115.0
	٤	٤٧٨	١٦٦٥			89.5
٢٠٠٠	١	٣٧٥	١٦٧٥			100.0
	٢	٤٢٩	١٧٥٧			127.9
	٣	٣٩٣	١٧٥٥			85.5
	٤	٥٦٠	١٧٤٩			100.7
٢٠٠١	١	٣٧٣	١٧٤٣	3359	419.9	100.7
	٢	٤٢٣	١٦١٦			
	٣	٣٧٨				
	٤	٤٣٣				

وفي الجدول رقم (٢.٨) التالي تم ترتيب نتائج النسب الموسمية التي تم الحصول عليها في الجدول السابق ، للحصول على القياس الموسمي .

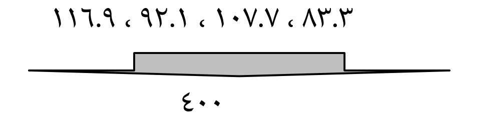
جدول رقم (٢.٨)
يبين نتاج النسب الموسمية التي تم الحصول عليها والقياس الموسمي

السنة	الفصول			
	١	٢	٣	٤
١٩٩٣	--	--	٨٩.٤	١٢٢.٤
١٩٩٤	٧٩.٩	١٠٢.٧	*١٠١.٣	*١٠٢.٩
١٩٩٥	*٩٠.١	*١١٦.٤	٩٤.٤	١١٣.٩
١٩٩٦	٨٣.٧	١٠٣.٢	٩٤.٤	١١٣.٣
١٩٩٧	٨٠.٠	١١٣.١	٨٩.١	١١٢.٩
١٩٩٨	٧٩.٧	١١٤.٧	*٨٨.٦	١٢٢.٠
١٩٩٩	*٧٦.٤	١١٠.٠	٩٤.٤	١١٥.٠
٢٠٠٠	٨٩.٨	*١٠٠.٠	٨٩.٥	*١٢٧.٩
٢٠٠١	٨٥.٥	١٠٠.٧	--	--
المجموع	٤٩٨.٦	٦٤٤.٤	٥٥١.٦	٦٩٩.٥
المتوسط	٨٣.١	١٠٧.٤	٩١.٩	١١٦.٦

المجموع = ٣٩٩

وحيث من المفروض ان يكون مجموع المتوسطات ٤٠٠ (الفصول ٤*١٠٠ =٤٠٠)، عليه يتم ضرب كا متوسط بـ ٤٠٠/٣٩٩ فنحصل على القياس الموسمي وقيمه هي :

٨٣.٣ ، ١٠٧.٧ ، ٩٢.١ ، ١١٦.٩



٤٠٠

مع الاشارة الى استبعاد اصغر واكبر النسب من كل عمود وكما مؤشر ازاءها بـ * قبل حساب المتوسطات التي بلغ مجموعها ٣٩٩ .

اما بالنسبة للقيم التي لم يجري حساب متوسط مركزي لها كتلك التي تقع في الفصلين الاول والثاني وكذلك للفصلين الاخيرين ، فيتم ايجاد تقديرات لها ، وصيغة التقدير هي :

القيمة الموسمية الحقيقية للفترة I مقسومة على قيمة القياس الموسمي للفترة I مضروبا بـ ١٠٠

فمثلا بالنسبة لمبيعات الفصل الثالث من ١٩٩١ هي ٣٨٧ لم يكن لها متوسط مركزي متحرك ، والقياس الموسمي هو ٩٢.١ ، وعلية تصبح قيمة المبيعات الموسمية المعدله هي :

٣ :١٩٩١ = ٣ : ١٩٩١ / القياس الموسمي للقصل الثاث * ١٠٠

١٠٠* ٣٨٧/٩٢.١ = ٤٢٠

٤: ١٩٩١ = ٤٣٣/١١٦.٩ * ١٠٠ = ٣٧٠

٤-٨ قياس التغير الدوري C والتغير غير المنتظم I

تعتبر طريقة البواقي Residual Method احدى ابسط طرق قياس التغير الدوري ، وتقوم بفصل العناصر الثلاث الاخرى للسلسلة الزمنية للوصول الى نسب القيم الممثلة للتغير الدوري وتدعى بالنسب الدورية ، وبموجب هذه الطريقة يتم اولا تعديل المعطيات ، وذلك بقسمة العناصر على الاتجاه العام والتغير الموسمي للوصول الى التغير الدوري والتغير غير المنتظم ، اي :

$$CI = \frac{T.C.S.I}{T.S}$$

ويتم انجاز ذلك باتباع احدى الطرق التي سيلي سردها ، مع افتراض ان المعطيات التي لدينا هي شهرية او يومية او اسبوعية ، حيث ان التغير الموسمي والدوري يكونا اقل اهمية اذا كانت السلسلة حسب السنين لانهما سيكونا عبارة عن معدلات لان السلسلة تكون لفترة طويلة من الزمن ، اما هذه الطرق فهي :

- تقسيم كل من قيم السلسلة على قيم الاتجاه المقابل لها ومن ثم على قيمة القياس الموسمي المعنية (المقابله لها) .
- او تقسيم كل قيمة في السلسلة على قيمة القياس الموسمي المقابلة لها اولا ، ومن ثم على قيمة الاتجاه المعنية (المقابله لها) .
- او بضرب قيمة الاتجاه بقيمة القياس الموسمي المقابلة لها لنحصل على سلسلة قيم التغير الموسمي والاتجاه ، والتي تدعى بالقيم الطبيعية (Normal values) ، ومن ثم قسمة كل قيمة اصلية في السلسلة على القيمة الطبيعية المقابلة لها .

ان اختيار الطريقة المناسبة من بين الطرق اعلاه يعتمد على طريقة احتساب القياس الموسمي ، فاذا كان احتسابه بطريقة النسبة الى الاتجاه ، فان الطريقة الاولى تكون مناسبة وسنحتاج فقط الى قسمة نسب الاتجاه على القيم المقابلة لها من القياس الموسمي ، اما اذا كانت المعطيات هي حسب الفصول فان الطريقة الاولى تكون منجزة بموجب الطريقة الثانية ، وكل مانحتاجه هو تقسيم القيم الموسمية على قيم الاتجاه . اما في حالة تكون القيم الطبيعية منجزة لاغراض اخرى ، عندها تكون هي المناسبة .

مثال (٧.٨) : الجدول التالي يمثل قيم المبيعات الشهرية (بالاف الدولار) لاحد المخازن للفترة ٢٠٠٠-٢٠٠٤ والمطلوب قياس التغير الدوري .

الاشهر	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
١	١٩	٢٧	٢٩	٣٣	٣٦
٢	٢٠	٢٦	٢٨	٣٢	٣٤
٣	٢٠	٣٠	٣٧	٤١	٤٥
٤	٢٢	٣٠	٣٩	٤٤	٤٧
٥	٢٧	٣٥	٤٠	٥٠	٤٩
٦	٢٧	٣٢	٣٥	٥٢	٥١
٧	٢٤	٢٦	٣٣	٤٤	٤٠
٨	٣٠	٣٠	٣٥	٤٥	٤٣
٩	٣٢	٣٥	٤٠	٥٣	٤٩
١٠	٣٦	٣٩	٤٠	٦٣	٥٧
١١	٣٧	٣٨	٤٩	٥٤	٥٥
١٢	٤٢	٤٧	٥٦	٧١	٦٦

الحل لـ (٧.٨) : لقياس الاتجاه العام نستخدم طريقة المربعات الصغرى ، فنحصل

$$y = 25.74 + 0.455 X$$

وبالتعويض بقيم بقيم x نحصل على قيم الاتجاه العام المبينة في العمود (٣) من الجدول رقم (٣.٨) التالي :

جدول رقم (٣.٨)

١	٢	٣	٤	٥	٦
الاشهر	قيم المبيعات	قيم الاتجاه	القياس الموسمي	القيم الطبيعية	قياس C.I
1	19	25.7	0.796	20.5	92.7
2	20	26.2	0.766	20.1	99.5
3	20	26.7	0.949	25.3	79.1
4	22	27.1	0.975	26.4	83.3
5	27	27.6	1.055	29.1	92.8
6	27	28.0	0.979	27.4	98.5
7	24	28.5	0.851	24.3	98.8
8	30	28.9	0.892	25.8	116.3
9	32	29.4	1.021	30.0	106.7
10	36	29.8	1.219	36.3	99.2
11	37	30.3	1.134	34.4	107.6
12	42	30.7	1.363	41.8	100.5

ان القيم الطبيعية هي حصيلة ضرب العمود ٣ بالعمود ٤ ، اما قيم التغيرات الدورية والغير منتظمة فهي حصيلة قسمة قيم المبيعات الاصلية في العمود ٢ على القيم الطبيعية المناظرة لها في العمود ٥ ، وتحويلها الى نسب طبيعية تضرب عملية القسمة بـ ١٠٠ فنحصل على العمود ٦ . حيث ان القيم تعبر عن نسبة عنصري التغير الدوري والتغير غير المنتظم التي قد تزيد او تقل عن القيم الطبيعية ، ويجري تحويلها بطرح القيمة ١٠٠ من كل من القيم في العمود ٥ فنحصل على قيمة الشهر الاول مثلا في سنة ٢٠٠٤ كالاتي : $100 - 92.7 = 7.3$ او ٧٣ % اقل من القيمة الطبيعية للتغيرات غيرالمنتظمة ، وبما يزيد على ١٦.٣ % عن القيمة الطبيعية للشهر الثامن وهكذا .

ولاجل عزل عنصر التغير الدوري ، نقوم بحذف التغير غير المنتظم ، ويتم ذلك بقسمتها على العنصر غير المنتظم ، ولكن يفضل القيام بتمهيده من خلال المتوسطات المتحركة المرجحة بدلا من المتوسطات المتحركة لكي لا يحصل تاثير كبير على التغير الدوري ، وذلك باخذ قيمة الشهر الاول مرة واحدة والشهر الثاني مرتين وقيمة الشهر الثالث مرة واحدة ايضا ، فيصبح المتوسط المتحرك عند الشهر الثاني هو عبارة عن المتوسط المتحرك للشهر الاول ، اي :

$$\frac{(92.7)(1)+(99.5)(2)+(79.1)(1)}{1+2+1}=92.7$$

والجدول التالي رقم (٤.٨) يوضح خطوات تمهيد التغيرات غير المنتظمة خارج عنصري التغير الدوري والتغير غير المنتظم .

جدول رقم (٤.٨)

١	٢	٣	٤
الشهر	C.I.	مجموع ٣ اشهر مرجحة	نسب التغير الدوري
١	92.7	--	--
٢	99.5	370.8	92.7
٣	79.1	341.0	85.3
٤	83.3	338.5	84.6
٥	92.8	367.4	91.9
٦	98.5	388.6	97.2
٧	98.8	412.4	103.1
٨	116.8	438.1	109.5
٩	106.7	428.9	107.2
١٠	99.2	412.7	103.2
١١	107.6	414.9	103.7
١٢	100.5	--	--

وبقسمة العمود ٢ على العمود ٤ نحصل على قياس التغير غير المنتظم بصورة غير مباشرة .

ومن الجدير بالذكر ان الادوات التي تستخدم في تحليل السلاسل الزمنية تكاد تكون في جانبها المتقدم هي نفس طريقة الانحدار ولذلك فان نتائجها تخضع لذات المعايير والفرضيات مضافا اليها فرضية تتعلق بالسلاسل الزمنية حصرا وهي فرضية عدم وجود علاقات بين وحدات المشاهدات المتمثلة بالوحدات الزمنية ، والتي يتم التحقق منها بمعيار Watson-Durbin والتي تظهر مع مخرجات SPSS عند تاشير ذلك خلال عملية التنفيذ .

٨-٥ السلاسل الزمنية في تحليل الاسواق المالية

وتقوم عملية التحليل على تتبع حركة الاسعار التاريخية للاوراق المالية ، بغية تحديد نمط واتجاه الحركة من اجل الركون لنتائج التحليل في اتخاذ القرار الاستثماري الملائم . ويمكن تصنيف حركة الاسعار الى اربعة انماط (الداغر، ٢٠٠٧) هي :

(١) اتجاهات قصيرة الاجل Short Term Trends يتراوح امدها بين ٣-٦ اسابيع

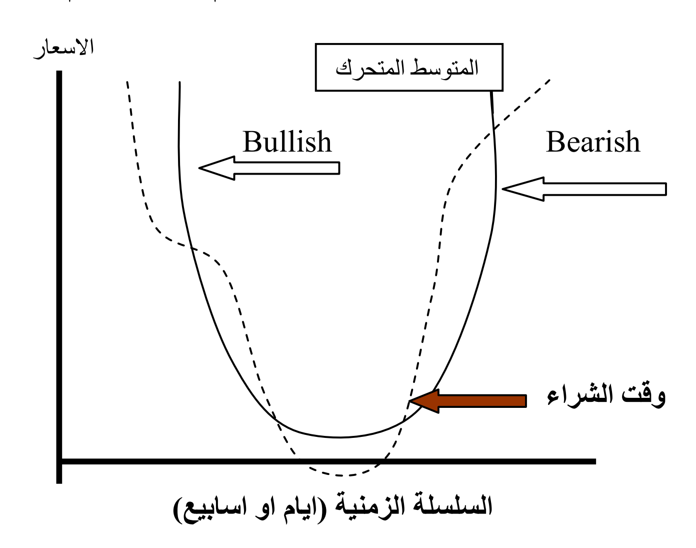
(٢) اتجاهات متوسطة الاجل Intermediate Term Trends ويكون امدها بين ٦-٩ أشهر

(٣) اتجاهات اساسية Primary Trends وتمتد لفترة ٩-١٢ شهرا

(٤) اتجاهات طويلة Secular Trends وتمثل تغيرات زمنية تمتد الى عدة سنوات

و الاتجاهات الطويلة والاساسية عادة ما تكون محط اهتمام المستثمرين والمؤسسات المالية الكبيرة ، في حين تكون الاتجاهات القصيرة والمتوسطة من اهتمام المتاجرين الاخرين . ورغم ان بناء دورات حركة الاسعار بمدى زمني ياتي متماشيا مع هدف واهتمام المتعاملين بالاوراق المالية ، الا انه عموما ما تكون الدورات ذات الاتجاهات التي لاتتجاوز اربع سنوات هي الاكثر استخداما من قبل المتعاملين في البورصات ، كونها تشتمل على التغيرات الرئيسية في الاسعار من صعود وهبوط ، مع عدم اغفال الخبرة المكتسبة في عملية التقييم واتخاذ القرار النهائي . فمثلا يمكن اللجوء الى المتوسطات المتحركة لسلسلة اسعار الاقفال بموجب الصيغة التي سبق التطرق اليها في (٣) من الفقرة (٨-٢) اعلاه ، لاي مدة زمنية سواء اكانت لعدة ايام او لعدة اسابيع ، ومن خلالها يمكن تحديد وقت الشراء كما مبين في الشكل البياني رقم (١٣.٨) ، او القيام بتحديد وقت البيع كما مبين في الشكل البياني رقم (١٤.٨) .

شكل بياني رقم (١٣.٨)
يوضح التوقيت الملائم لشراء الاسهم



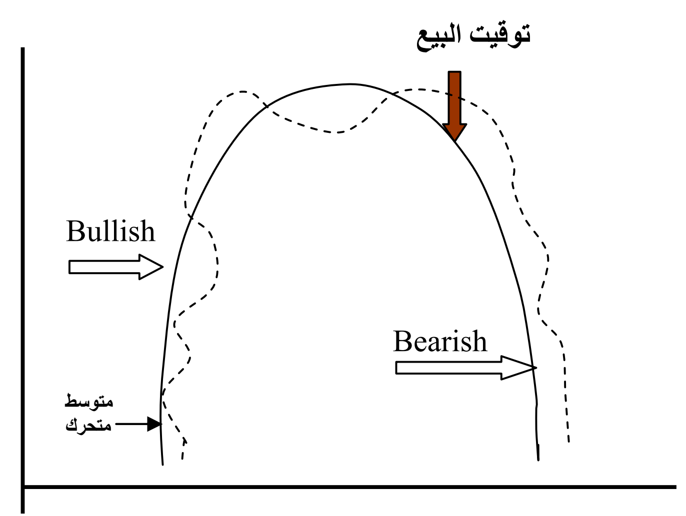
حيث يرى المعنيون بان قرار الشراء ياتي صائبا في الحالات التالية :

- يكون المتوسط المتحرك لسعر السهم متجه للصعود (Bullish)
- يكون السعر الفعلي للسهم اسفل المتوسط المتحرك للصعود
- يكون المتوسط المتحرك اسفل السعر الفعلي للسهم ثم يعاود الارتفاع

بينما ياتي قرار البيع للاسهم صائبا في الحالات التالية :

- يكون المتوسط المتحرك لسعر السهم متجه للهبوط (Bearish)
- يكون السعر الفعلي للسهم اعلى من المتوسط المتحرك الذي يتجه للهبوط
- يكون المتوسط المتحرك اعلى من السعر الفعلي الذي يتجه للارتفاع ثم يعاود الهبوط

شكل بياني رقم (١٤.٨)
يوضح التوقيت الملائم لبيع الاسهم



تمارين الفصل الثامن

تمرين (١.٨) : معطيات الجدول التالي تمثل الناتج المحلي الاجمالي (بالدولار) للفترة ١٩٩٥-٢٠٠٩ ، والمطلوب :

ا- استخدام طريقة المربعات الصغرى لايجاد الخط المستقيم للسلسلة الزمنية ،
ب- ايجاد المقارنة بين القيم الحقيقية والاتجاه التقديري ،
ج- ايجاد المعادلة التربيعية ،
د- ايجاد التقديرات للسنوات ٢٠١٠-٢٠١٥

السنة	الناتج المحلي الاجمالي (بملايين الدولارات)
١٩٩٥	٣٨٩.١
١٩٩٦	٤١٠.٢
١٩٩٧	٤٣٢.٧
١٩٩٨	٤٤٩.٩
١٩٩٩	٤٦٥.٤
٢٠٠٠	٤٧٧.٢
٢٠٠١	٤٩١.١
٢٠٠٢	٥١٠.٨
٢٠٠٣	٥٣١.١
٢٠٠٤	٥٤٦.٤
٢٠٠٥	٥٦٠.١
٢٠٠٦	٥٨٢.٦
٢٠٠٧	٦٠٤.٤
٢٠٠٨	٦٣٠.٣
٢٠٠٩	٦٤٩.٨

تمرين (٢.٨) : المعطيالت في الجدول التالي تمثل الارباح الفعلية لكل سهم لاحد الشركات الصناعية للفترة ١٩٩٢-٢٠٠٧ ، والمطلوب استخدام طريقة التمهيد الاسية لايجاد توقعات سنة ٢٠٠٨ مقارنة بالربح المتوقع للسهم في السنة المذكورة مع القيمة الحقيقية البالغة ٨.٢٨ دولار للسهم الواحد .

السنة	الربح الفعلي للسهم (بالدولار)
١٩٩٢	3.50
١٩٩٣	3.56
١٩٩٤	3.55
١٩٩٥	3.69
١٩٩٦	3.50
١٩٩٧	3.93
١٩٩٨	4.71
١٩٩٩	5.40
٢٠٠٠	4.80
٢٠٠١	5.26
٢٠٠٢	4.75
٢٠٠٣	4.83
٢٠٠٤	4.50
٢٠٠٥	5.87
٢٠٠٦	6.23
٢٠٠٧	8.46

تمرين (٣.٨) : المعطيات في الجدول التالي تمثل مبيعات احدى شركات صناعة السيارات خلال الفترة ٢٠٠٣-٢٠٠٨ مصنفة حسب الفصول ، والمطلوب :

ا- استخدام طريقة المتوسطات المتحركة الى النسبة لتحديد المؤشرات الموسمية للفصول.

ب- اجراء تعديل على مبيعات فصول سنين الفترة المذكورة .

السنة	الفصول	عدد السيارات المباعة (بالاف)
٢٠٠٢	١	٣٦٢
	٢	٣٨٦
	٣	٤٣٧
	٤	٤٢٧
٢٠٠٣	١	٤٠٥
	٢	٤٣٣
	٣	٤٧٠
	٤	٤٤٣
٢٠٠٤	١	٤٠٤
	٢	٤١١
	٣	٤٢١
	٤	٤٦٥
٢٠٠٥	١	٤٥٢
	٢	٤٤٠
	٣	٥١١
	٤	٤٩٨
٢٠٠٦	١	٤٦٥
	٢	٤٨١
	٣	٥٤٥
	٤	٥٢٦
٢٠٠٧	١	٤٩٨
	٢	٤٤٨
	٣	٤٩٢
	٤	٥٣٣

الفصل التاسع

الارقام القياسية Index Numbers

٩-١ مفهوم الارقام القياسية و أستخداماتها

يقصد بالأرقام القياسية ، المقاييس التي تعبر عن مستوى التغير الذي يطرأ في قيمة متغير ما ، كالاسعار او الكميات او الانتاجية او غيرها الحاصلة خلال فترتين كالسنة او الشهر او فئتين من السكان وما شابه . وتؤخذ احدى الفترتين او الفئتين اساس للمقارنة، فإذا كانت الفترة سنة ، سميت السنة المقارن بها بسنة الاساس ، والسنة المقارن لها بسنة المقارنة .

وعادة ما يكون الرقم القياسي مساويا لـ ١٠٠ ، فاذا كان سعر لتر البنزين في سنة ٢٠٠٠ هو ٠.٦١٠ دينار ، واصبح سعره في سنة ٢٠٠٨ هو ٠.٧٠٠ دينار مثلا ، فان الرقم القياسي اللتر من البنزين في سنة ٢٠٠٨ مقارنة بسنة ٢٠٠٠ هو :

$$\frac{0.700}{0.600}*100 = 116.667\%$$

اي ان التغير ادى الى زيادة السعر بمقدار ١١٦.٦٦٧ – ١٠٠ = ١٦.٦٦٧ % خلال الفترة بين ٢٠٠٠-٢٠٠٨ . وهذا يعني عندما يكون الرقم القياسي اكثر من ١٠٠ ، فان الفرق عن ١٠٠ تمثل مقدار الزيادة التي طرات على الاسعار بين فترتي المقارنة كما هو في الحالة اعلاه المتعلقة باسعار البنزين . اما عندما يكون الرقم القياسي يقل عن ١٠٠ فان الفرق عن لـ ١٠٠ يمثل مقدار الانخفاض في الاسعار . وللارقام القياسية استخدامات عديدة ، اهمها :

٩-١-١ حركة الاسعار Price Escalators

كما هو مثلا عند ربط مستوى الاجور بمستوى التغير في الاسعار كما هو حاصل في العديد من الدول الصناعية ، فزيادة مقدارها ٣ % في مستوى الاسعار تؤدي الى زيادة ٣ % ايضا بمستوى الاجور . كما تستخدم الارقام القياسية في اعادة احتساب بعض مفردات انفاق الاسرة في ضوء التغير في الاسعار ، فمثلا اذا كانت الاسرة تنفق ١٦٠ دينار شهريا في سنة ٢٠٠٠ لشراء حاجاتها وخدماتها ، وكان الرقم القياسي في سنة ٢٠٠٨ هو ١٥٠ باساس سنة ٢٠٠٠ ، فهذا يعني بان نفس الاسرة ستحتاج الى في سنة

٢٠٠٨ الى ٢٤٠ دينار لشراء نفس الحاجات والخدمات التي كانت تحصل عليها في سنة ٢٠٠٠ ، اي :

$$\frac{150}{100}*160 = 240$$

٩-١-٢ القوة الشرائية Purchasing Power

ويقصد به استخدام الارقام القيايسية للاسعار لقياس مدى انكماش Deflating قيمة العملة الى قوتها الحالية عند الشراء مقارنة بقوة الشراء لذات العملة في فترة سابقة محددة ، ويعبر عن ذلك بـ :

$$\frac{١٠٠}{\text{الرقم القياسي الحالي}}$$

وتحدث ظاهرة هبوط قوة العملة الشرائية نتيجة التضخم في اسعار السلع والخدمات. لذا تلجا بعض الدول الى استخدام الارقام القياسية لتصحيح القروض والضرائب والمدفوعات النقدية لمعالجة اثار انكماش القوة الشرائية للعملة ، فمثلا اذا ارتفعت قيمة مبيعات احد مخازن الاثاث من ٤٣٥٠٠٠ دينار في سنة ٢٠٠٠ الى ٥١٠٠٠٠ دينار في سنة ٢٠٠٨ ، وكان الرقم القياسي لاسعار الاثاث قد ارتفع لذات الفترة من ١٢٥ في سنة ٢٠٠٠ الى ١٥٠ في سنة ٢٠٠٨ ، فان الانكماش في قوة العملة الشرائية لكل من السنتين المذكورتين يصبح :

مبيعات سنة ٢٠٠٠ : $\frac{100}{125}*435000 = 348000$

مبيعات سنة ٢٠٠٨ : $\frac{100}{150}*510000 = 340000$

٩-١-٣ الانتاجية Productivity

والمقصود بالرقم القياسي للانتاجية هو : قسمة قيمة الانتاج على قيمة مستلزمات الانتاج . ومن استخداماته بهذا الصدد ايضا هو قياس انتاجية العامل Labor Productivity لوحدة زمنية محددة كالساعة او اليوم مثلا ، ويسمى **الرقم القياسي لانتاجية العامل** . فمثلا اذا كانت انتاجية العاملفي شركة صناعية للمعدات الخشبية في

الساعة الواحدة هي ٢ كرسي ، ٤ طاولة ، ٣ رفوف كتب في سنة ٢٠٠٠ (سنة اساس) . وفي سنة ٢٠٠٨ وسعت الشركة نشاطها فزادت ساعات العمل الى ٥٠٠٠٠ ساعة عمل لانتاج ٢١٠٠٠ كرسي و٣٠٠٠ طاولة و٢٠٠٠ رف كتب ، فان الرقم القياسي للانتاجية يصبح :

$$\frac{\text{عدد ساعات العمل في سنة الاساس ٢٠٠٠}}{\text{عدد ساعات العمل في سنة ٢٠٠٩}} \times ١٠٠$$

ووفقا للمعطيات اعلاه ، فان عدد ساعات العمل في سنة الاساس هو :

(٢١٠٠٠)(٢) = ٤٢٠٠٠ ساعة/عمل لانتاج الكراسي

(٣٠٠٠) (٤) = ١٢٠٠٠ ساعة/عمل لانتاج الطاولات

(٢٠٠٠) (٣) = ٣٠٠٠ ساعة/عمل لانتاج رفوف الكتب

اي ان مجموع ما كان عليه في سنة ٢٠٠٠ هو ٦٠٠٠٠ ساعة/عمل ، وهو مانحتاجه لانتاج الكمية المطلوبة في سنة ٢٠٠٨ . وعليه فان الرقم القياسي للانتاجية في سنة ٢٠٠٨ هو :

$$\frac{٦٠٠٠٠}{٥٠٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٢٠ \ \%$$

اي ان الانتاجية ارتفعت في سنة ٢٠٠٨ بمقدار ١٢٠-١٠٠= ٢٠ % عما كانت عليه في سنة ٢٠٠٠

٩-١-٤ التبادل التجاري Trade Exchange

ويقصد بالرقم القياسي هنا هو قياس ما اذا كانت تغيرات اسعارالسلع في سوق التجارة الدولية هي في صالح الدولة المعنية ام في غير صالحها . فاذا كانت نسبة التبادل التجاري اعلى من ١٠٠ فان ذلك سيعني ان مستوى اسعار الصادرات قد ارتفع باكثر من مستوى اسعار الاستيرادات ، وبذلك فان البلد المعني يستفيد من الفرق ما بين المستويين . اما اذا كانت نسبة التبادل التجاري اقل من ١٠٠ فيدل على ان ارتفاع مستوى اسعار الصادرات هو اقل من ارتفاع مستوى الاستيرادات ، مما يعني تحمل الدولة المعنية خسارة مقداره الفرق بين المستويين . وان صيغة ايجاد مؤشر نسبة التبادل التجاري هي :

الرقم القياسي لسعر وحدة الصادرات
نسبة التبادل التجاري = ———————————— * ١٠٠
الرقم القياسي لسعر وحدة الاستيرادات

فمثلا اذا كان الرقم القياسي لصادرات النفط للفترة ٢٠٠- ٢٠٠٨ (على اعتبارسنة ٢٠٠٠ هي سنة اساس) هو ١١٢ % ، وان الرقم القياسي لاستيرادات المنتجات الغذائية المصنعة لذات الفترة هو ٥٨.٣ %، فان نسبة التبادل التجاري تصبح :

١١٢
——— * ١٠٠ =١٩٢.١١ %
٥٨.٣

مما يستدل على ان مستوى اسعار صادرات النفط للفترة المذكورة هي في صالح الدولة المعنية ، وان مقدار الفرق هو : ١٩٢.١١ - ١٠٠ = ٩٢.١١ %

٩-١-٥ لقياس التضخم Inflation Measure

ويتم من خلال توظيف الرقم القياسي لاسعار المستهلك CPI في الصيغة التالية :

$$\left(\frac{CurrentCPI}{EarlerCPI}-1\right)*100$$

حيث ان : CPI هو حصيلة الرقم القياسي التجميعي لسعر الانتاج i مضروبا باوزانها (كميات الانتاج i) ، اي ان :

$$CPI=\sum_{i=1}^{k}\Pr oductWeights*\Pr oduct\Pr ices$$

فمثلا اذا كان لدينا :

الرقم القياسي لسعر المستهلك CPI في سنة ٢٠٠٨ هو ١٨٠.٣ ولسنة ٢٠٠٦ كان ١٧٤.٧ فان مقدار التغيرهو :

$$\left(\frac{CurrentCPI}{EarlerCPI}-1\right)*100$$
$$=\left(\frac{180.3}{174.7}-1\right)*100=(1.032-1)*100=3.205\%$$

وهو مقدار التضخم الحاصل في سنة ٢٠٠٨ مقارنة بسنة ٢٠٠٦

٩-٢ الارقام القياسية التجميعية غير المرجحة للاسعار
Unweighted Price Index Numbers

وهي من ابسط انواع الارقام القياسية ، وتستخدم لقياس التغير في اسعار السلع والخدمات من دون الاخذ بنظر الاعتبار كميات تلك السلع والخدمات كاوزان (ترجيح) لقياس هذا التغير ، ومن اهم انواعها هي :

٩-٢-١ الرقم القياسي التجميعي غير المرجح البسيط
Simple Unweighted Aggregate Index Number

ان الشكل العام لصيغة حساب الرقم القياسي التجميعي غير المرجح البسيط هو :

$$I = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} * 100$$

حيث ان :

I ترمز الى الرقم القياسي

P_n ترمز الى الاسعار لسنة المقارنة

P_0 الاسعار لسنة الاساس

مثال (١.٩) : المطلوب قياس التغير الحاصل في اسعار (بالدينار) الملابس المبينة في الجدول التالي ، في سنة ٢٠٠٨ مقارنة باسعار سنة ٢٠٠٠ بموجب طريقة الارقام القياسية التجميعية غير المرجحة البسيطة .

السلعة	الاسعار (بالدينار)	
	سنة ٢٠٠٠ (P_0)	سنة ٢٠٠٨ (P_n)
قميص رجالي	5.2	7.0
بنطلون رجالي	8.5	11.6
حذاء طفل ولادي	2.3	4.0
بدلة طفل ولادية	4.9	6.0
تنورة نسائية	9.3	12.1
قميص نسائي	5.1	6.8

الحل لـ (١.٩) : باستخدام الصيغة اعلاه نحصل على :

$$I = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} * 100$$
$$= \frac{7.0 + 11.6 + ... + 6.8}{5.2 + 8.5 + ... + 5.1} * 100$$
$$= \frac{47.5}{35.3} * 100 = 134.56\%$$

اي ان مقدار الزيادة الحاصلة في اسعار المواد اعلاه خلال الفترة ٢٠٠٠-٢٠٠٨ مقدارها: ١٣٤.٥٦ – ١٠٠ = ٣٤.٥٦ %

الا ان هذا النوع من الارقام القيايسية يعاني من عدم الدلالة في نتائجه ، اذا كانت الاختلافات كبيرة في اسعار المواد الداخلة في عملية الحساب ، وكذلك عند اختلاف الوحدات القياسية لهذه المواد . فعلى فرض كنا بصدد ايجاد الرقم القياسي لمواد بناء ممثلة بسعر السمنت وباجور الايدي العاملة (بالدينار) لعامي ٢٠٠٠ و ٢٠٠٨ وكانت كالاتي :

	٢٠٠٠	٢٠٠٨
معدل اجر الساعة لعامل البناء	٠.٨	١.٢
سعر كيس السمنت	٣.٢	٤.٠

فان الرقم القياسي التجميعي البسيط غير المرجح ، وعلى اعتبار ان سنة ٢٠٠٠ هي سنة الاساس هو:

$$I = \frac{1.2 + 4.0}{0.8 + 3.2} = 132\%$$

واذا افترضنا بان اجر العامل هو اسبوعي وليس بالساعة ، فسيكون لدينا الاتي ، على اعتبار ان عدد ساعات العمل الاسبوعية هي ٤٨ ساعة :

	٢٠٠٠	٢٠٠٨
معدل اجر الساعة لعامل البناء	٣٨.٤	٥٧.٦
سعر كيس السمنت	٣.٢	٤.٠

وان الرقم القياسي سيصبح :

$$I = \frac{57.6 + 4.0}{38.4 + 3.2} = 148.1\%$$

اي ان الزيادة في الحالة الاولى كانت ٣٢ % بينما اصبحت في الحالة الثانية ٤٨.١ % . وربما معالجة هذة المشكلة يمكن تلافيها في استخدام الرقم القياسي التحميعي البسيط غير المرجح لمعدل النسب التالي .

٩-٢-٢ الرقم القياسي التجميعي غير المرجح لمعدل النسب

Relative Unweighted Average Price Index Number

لاجل التخلص من مسالة الوحدات القياسية التي يعاني منها الرقم القياسي البسيط اعلاه ، يمكن استخدام السعر النسبي لكل مادة ، ومن ثم ايجاد المعدل التجميعي لجميع المواد الداخلة باستخدام الصيغة التالية :

$$I = \frac{\sum \frac{P_n}{P_0} * 100}{n}$$

لنحصل على الرقم القياسي لمعدل النسب . وبتطبيق ذلك على المثال (١.١١) يكون لدينا:

السلعة	الاسعار (بالدينار)		السعر النسبي
	سنة ٢٠٠٠ (P_0)	سنة ٢٠٠٨ (P_n)	$\frac{P_n}{P_0} * 100$
قميص رجالي	5.2	7.0	% ١٣٤.٦
بنطلون رجالي	8.5	11.6	% ١٣٦.٥
حذاء طفل ولادي	2.3	4.0	% ١٧٣.٩
بدلة طفل ولادية	4.9	6.0	% ١٢٢.٤
تنورة نسائية	9.3	12.1	% ١٣٠.١
قميص نسائي	5.1	6.8	% ١٣٣.٣

وباستخدام صيغة الرقم القياسي التجميعي غير المرجح لمعدل النسب اعلاه ، نحصل على:

$$I = \frac{\sum \frac{P_n}{P_0} * 100}{n}$$

$$= \frac{134.6 + 136.5 + ... + 133.3}{n} = 138.5\%$$

اي ان الاسعار بموجب طريقة معدل النسب قد ارتفعت خلال فترة المقارنة بمقدار ٣٨.٥ % وهي نسبة اعلى مما تم الحصول عليه بالطريقة البسيطة التي كان مقدارها ٣٤.٦ % ، ويعود سبب ذلك الى ان الرقم القياسي البسيط يفترض بان مقدار التغيريتساوي في الاهمية (الاوزان) . في حين ان الرقم القياسي لمعدل النسب يفترض التساوي في النسب .

٩-٣ الارقام القياسية التجميعية المرجحة للاسعار

Weighted Aggregate Price Index Numbers

وهي الارقام القياسية التي تاخذ بنظر الاعتبار في حسابها، الكميات المشتراة كاوزان (ترجيح) لسعر المادة ، وذلك لتجاوز عيوب الارقام القياسية غير المرجحة البسيطة التي يتساوى فيها كافة المواد بنفس الاهمية ، ومن اهم هذه الطرق المستخدمة هي:

٩-٣-١ طريقة لاسبير Laspeyre's Method

وتعتمد طريقة لاسبير في الترجيح على كميات سنة الاساس ونرمز لها بـ q_0 لكل من اسعار سنتي المقارنة والاساس ، اي ان الكميات ثابتة والاسعار مختلفة ، وان صيغة حساب الرقم القياسي التجميعي المرجح بطريقة لاسبير ولنرمز له بـ $\mathbf{I_L}$ هي :

$$I_l = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * 100$$

مثال (٢.٩) : الجدول التالي يضم اسعار(بالدينار) وعدد المواد المشتراة من قبل احدى الاسر في عام ٢٠٠٠ والاسعار التي اصبحت عليها هذة السلع قي سنة ٢٠٠٨ ، فما هو مقدار التغير الذي طرأ على اسعار هذه المواد بموجب الرقم القياسي المرجح بطريقة لاسبير بين عامي ٢٠٠٠ و ٢٠٠٨ .

السلعة	الاسعار (بالدينار)		الكميات المشتراة قي سنة ٢٠٠٠
	سنة ٢٠٠٠ (P.)	سنة ٢٠٠٨ (P_n)	q0
قميص رجالي	5.2	7.0	٣
بنطلون رجالي	8.5	11.6	٢
حذاء طفل ولادي	2.3	4.0	٤
بدلة طفل ولادية	4.9	6.0	٥
تنورة نسائية	9.3	12.1	٢
قميص نسائي	5.1	6.8	٤

الحل لـ (٢.٩) :

➢ يتم حساب كل من : $\sum p_n q_0$ و $\sum p_0 q_0$ فيكون لدينا :

$p_0 q_0$	$p_n q_0$
١٥.٦	٢١.٠
١٧.٠	٢٣.٢
٩.٢	١٦.٠
٢٤.٥	٣٠.٠
١٨.٦	٢٤.٢
٢٠.٤	٢٧.٢
$\sum p_0 q_0 = 105.3$	$\sum p_n q_0 = 141.6$

➢ وبتطبيق صيغة طريقة لاسبير اعلاه نخصل على :

$$I_l = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * 100 = \frac{141.6}{105.3} * 100 = 134.5\%$$

اي ان مستوى الاسعار سجلت ارتفاعا في سنة ٢٠٠٨ بلغ مقداره ٣٤.٥ % عن سنة ٢٠٠٠ .

مثال (٣.٩) : اذا كانت اسعار وكيات المواد المشتراة من قبل احدى الاسر في سنة ٢٠٠٠ و والاسعار التي اصبحت عليها في سنة ٢٠٠٨ هي كما مبين في الجدول التالي ، فما هو مقدار التغير الذي حصل على اسعارالمواد المذكورة بموجب طريقة لاسبير بين سنتي ٢٠٠٠ و ٢٠٠٨ .

المواد	الاسعار (بالدينار)		الكيمة المشتراة
	٢٠٠٠	٢٠٠٨	فسنة ٢٠٠٠
	(P_0)	(P_n)	(q_0)
لحم ضأن (غنم)	4.5	5.1	150
لحم دجاج	1.8	2.2	221
طحين ناعم ابيض	0.35	0.400	375
بطاطا	1.0	1.25	80
سكر	0.400	0500	72

الحل لـ (٣.٩) :

- ايحاد قيم كل من : $\sum p_n q_0$ و $\sum p_0 q_0$ فيكون لدينا :

$$\sum p_0 q_0 = 1312.85 \quad \text{و} \quad \sum p_n q_0 = 1537.2$$

- وبتطبيق صيغة طريقة لاسبير اعلاه نحصل على :

$$I_l = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * 100 = \frac{1537.2}{1312.85} * 100 = 117.1\%$$

اي ان مستوى اسعار المواد في سنة ٢٠٠٨ قد ارتفعت بمقدار ١٧.١ % عما كانت عليه في سنة ٢٠٠٠ بموجب طريقة لاسبير .

٩-٣-٢ طريقة باش Paasche's Method

وترجيح الاسعار هنا يتم باستخدام كميات سنة المقارنة q_n ، وليس كميات الاساس كما كان في طريقة لاسبير، ورغم ان طريقة باش يتم فيها استخدام معطيات حديثة متمثلة بسنة المقارنة ، الا ان استخدام كميات الاساس كما في حالة لاسبير تبقى الافضل Freund , 1982 كونها لاتتغير ، في حين قد يطرا تغيير على بعض السلع لاحقا حتى اختفاءها بسبب ظهور سلع بديلة لها او سلع جديدة تختلف من حيث مواصفاتها، مما يصعب توفير معطيات عنها في سنة المقارنة.

وعموما ، فمن المتوقع ان تكون الارقام القياسية بطريقة لاسبير أعلى من الارقام القياسية بطريقة باش ولنرمز لها بـ I_p ، وذلك لان ارتفاع الاسعار في سنة المقارنة من شانه ان يقلل من الكمية المشتراة او المستهلكة.

مثال (٤.٩) : الجدول التالي يضم اسعار(بالدينار) وعدد المواد المشتراة من قبل احدى الاسر في عام ٢٠٠٨ والاسعار التي كانت عليها هذه السلع في سنة ٢٠٠٠ ، فما هو مقدار التغير الذي طرأ على اسعار هذه المواد بموجب الرقم القياسي المرجح بطريقة باش بين عامي ٢٠٠٠ و ٢٠٠٨ .

السلعة	الاسعار (بالدينار)		الكميات المشتراة
	سنة ٢٠٠٠ (P_0)	سنة ٢٠٠٨ (P_n)	في سنة ٢٠٠٨ q_n
قميص رجالي	5.2	7.0	٢
بنطلون رجالي	8.5	11.6	١
حذاء طفل ولادي	2.3	4.0	٢
بدلة طفل ولادية	4.9	6.0	٣
تنورة نسائية	9.3	12.1	٢
قميص نسائي	5.1	6.8	٣

الحل لـ (٤.٩) :

- نجد قيم كل من : $\sum p_n q_n$ و $\sum p_0 q_n$ فيكون لدينا :

$\sum p_0 q_n$	$\sum p_n q_n$
١٠.٤	١٤.٠
٨.٥	١١.٦
٤.٦	٨.٠
١٤.٧	١٨.٠
١٨.٦	٢٤.٢
١٥.٣	٢٠.٤
$\sum p_0 q_n = 72.1$	$\sum p_n q_n = 96.5$

➢ وبتطبيق صيغة طريقة باش اعلاه نحصل على :

$$I_p = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} * 100 = \frac{96.5}{72.1} * 100 = 133.8\%$$

ومنه نستدل على ارتفاع الاسعار للمواد المذكورة في سنة ٢٠٠٨ بنسبة ٣٣.٨ % عن سنة ٢٠٠٠

٩-٣-٣ طريقة فيشر Fisher's Methods

وطريقة فيشر ولنرمز لهل بـ I_f توفق بين طريقتي لاسبير وباش ، وتتمثل بايجد الجذر التربيعي لحاصل ضرب الطريقتين ، لنحصل على الوسط الهندسي الذي صيغته هي :

$$I_f = \sqrt{I_L * I_P}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}} * 100$$

وبتعويض نتيجتي حل المثالين (٢.١١) بطريقة لاسبير و (٤.١١) بطريقة باش ، نحصل على الرقم القياسي المرجح بطريقة فيشر التالي :

$$I_f = \sqrt{(134.5)(133.8)} * 100 = 134.1\%$$

٩-٣-٤ طريقة دروبش Drobishe's Method

وتتلخص طريقة دروبش ولنرمز لها بـ I_D ، باخذ الوسط الحسابي بدلا من الوسط الهندسي في حالة فيشر ، لتصبح صيغته كالاتي :

$$I_D = \frac{(I_L) + (I_P)}{2} * 100$$

$$I_D = \frac{\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}}{2} * 100$$

وباستخدام نتائج حل المثالين (٢.١١) و (٤.١١) ، يكون الرقم القياسي بطريقة دروبش هو:

$$I_D = \frac{134.5 + 133.8}{2} = 134.15$$

٩-٤ الأرقام القياسية للاسعار المرجحة لمعدل النسب

Relative Weighted Average Price Index Number

لاحظنا في حالة الارقام القياسية التجميعية غير المرجحة ، بانه كان يتم ايجاد نسب منفصلة لكل مادة على حدة وضربها بـ ١٠٠ ، ومن ثم ايجاد الرقم القياسي من خلال جمع كافة النسب وقسمتها على عددها لايجاد متوسطها . اما هنا فيتم ايجاد المتوسط المرجح ، فان كان الهدف طريقة لاسبير يتم الترجيح بكميات سنة الاساس ، وان كانت طريقة فيشر يتم الترجيح بكميات سنة المقارنة ، وكما يلي :

٩-٤-١ طريقة لاسبير لمعدل النسب

Laspeyre's Method of Relative Average

ولنرمز للارقام القياسية المرجحة لمعدل النسب بطريقة لاسبير بـ I_{LW} ، فان صيغة حسابه تكون :

$$I_{LW} = \frac{\frac{\sum p_n}{\sum p_0} * W}{\sum W} * 100$$

وحيث ان $W = p_0 q_0$ فان شكل الصيغة يصبح كالاتي :

$$I_{LW} = \frac{\sum \left(\frac{p_n}{p_0} \right) (p_0 q_0)}{\sum p_0 q_0} * 100$$

مثال (٥.٩) : المطلوب استخدام معطيات المثال (٢.١١) لحساب الرقم القياسي المرجح لمعدل النسب بطريقة لاسبير .

الحل لـ (٥.٩) : لدينا :

السلعة	الاسعار (بالدينار)		الكميات المشتراة سنة ٢٠٠٠ (q_0)	$\frac{p_n}{p_0}*100$	p_0q_0	$\left(\frac{p_n}{p_0}*100\right)(p_0q_0)$
	سنة ٢٠٠٠ (p_0)	سنة ٢٠٠٨ (p_n)				
قميص رجالي	5.2	7.0	٣	١٣٤.٦	١٥.٦	٢٠٩٩.٧٦
بنطلون رجالي	8.5	11.6	٢	١٣٦.٥	١٧.٠	٢٣٢٠.٥
حذاء طفل ولادي	2.3	4.0	٤	١٧٣.٩	٩.٢	١٥٩٩.٨٨
بدلة طفل ولادية	4.9	6.0	٥	١٢٢.٤	٢٤.٥	٢٩٩٨.٨
تنورة نسائية	9.3	12.1	٢	١٣٠.١	١٨.٦	٢٤١٩.٨٦
قميص نسائي	5.1	6.8	٤	١٣٣.٣	٢٠.٤	٢٧١٩.٣٢

ومن الجدول اعلاه لدينا : $\sum\left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_0q_0)=14158.12$ و $\sum p_0q_0=105.3$

وبتطبيق صيغة لاسبير للارقام القياسية المرجحة لمعدل النسب ، نحصل على :

$$I_{LW}=\frac{\sum\left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_0q_0)}{\sum p_0q_0}*100=\frac{14158.12}{105.3}=134.5\%$$

وهي نفس النتيجة المستخرجة بطريقة لاسبير للارقام القياسية المرجحة للمثال (٢.٩) .

٩-٤-٢ طريقة باش لمعدل النسب

Paasche's Method of Relative Average

وفيها تكون الاوزان لسنة المقارنة ، اي ان : $W = p_n q_n$ ، وان صيغة حساب الارقام القياسية لمعدل النسب بطريقة باش ةلنرمو لها بـ I_{PW} هي :

$$I_{PW} = \frac{\sum \left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_n q_n)}{\sum p_n q_n} * 100$$

مثال (٦.٩) : المطلوب استخدام معطيات المثال (٤.١١) لحساب الرقم القياسي لمعدل النسب بطريقة باش .

الحل لـ (٦.٩) : لدينا :

السلعة	الاسعار (بالدينار) سنة ٢٠٠٠ (p_0)	سنة ٢٠٠٨ (p_n)	الكميات المشتراة سنة 2008 (q_n)	$\frac{p_n}{p_0} * 100$	$p_n q_n$	$\left(\frac{p_n}{p_0} * 100\right)(p_n q_n)$
قميص رجالي	5.2	7.0	٢	١٣٤.٦	14.0	1884.4
بنطلون رجالي	8.5	11.6	١	١٣٦.٥	11.6	1583.4
حذاء طفل ولادي	2.3	4.0	٢	١٧٣.٩	8.0	1391.2
بدلة طفل ولادية	4.9	6.0	٣	١٢٢.٤	18.0	2203.2
تنورة نسائية	9.3	12.1	٢	١٣٠.١	24.2	3148.42
قميص نسائي	5.1	6.8	٣	١٣٣.٣	٢٠.٤	٢٧١٩.٣٢

ومن الجدول اعلاه لدينا :

$$\sum p_n q_n = 96.2 \quad \text{و} \quad \sum \left(\frac{p_n}{p_0}\right)(p_n q_n) = 12929.92$$

وبتطبيق صيغة باش للارقام القياسية المرجحة لمعدل النسب ، نحصل على :

$$I_{PW} = \frac{\sum \left(\frac{p_n}{p_0} \right) (p_n q_n)}{\sum p_n q_n} * 100$$

$$I_{PW} = \frac{12929.92}{96.2} = 134.4\%$$

٩-٥ الارقام القياسية للكميات

Index Numbers of Quantities

وتستخدم الارقام القياسية للكميات لقياس تطور كميات الانتاج الزراعي او الصناعي او المساحات المزروعة او الغلة او تطور الاستيرادات والصادرات وغيرها . ولاتختلف الاسس والقوانين للارقام القياسية للكميات عن الاسس والقوانين للارقام القياسية للاسعار ، باستثناء الاستعاضة عن الاسعار p بالكميات q ، وبذلك فان صيغ الارقم القياسية للكميات بطريقتي لاسبير وباش تكون :

٩-٥-١ طريقة لاسبير للكميات

(١) في حالة الرقم القياسي التجميعي المرجح المطلق

$$I_L = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} * 100$$

(٢) في حالة الرقم القياسي المرجح لمعدل النسب

$$I_{LW} = \frac{\sum \left(\frac{q_n}{q_0} \right) q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} * 100$$

٩-٥-٢ طريقة باش للكميات

(١) في حالة الرقم القياسي التجميعي المرجح المطلق

$$I_p = \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n} * 100$$

(٢) في حالة الرقم القياسي المرجح لمعدل النسب

$$I_{PW} = \frac{\sum \left(\frac{q_n}{q_0} \right) p_n q_n}{\sum q_n p_n} * 100$$

٩-٦ الأرقام القياسية السلسلية Chain Index Numbers

ان الأرقام القياسية السابق ذكرها هي ذات الاساس الثابت التي تجهزنا بالمقارنات ذات الامد الطويل سواء اكانت السلسلة الزمنية بالاسابيع او الاشهر او السنين ، وكانت تتم باختيار سنة اساس ، وقياس التغير في الاسعار او الكميات منسوبة لتك السنة . لكن هنا ينصب الاهتمام على التغير الحاصل خلال الاسبوع السابق او الشهر السابق او السنة السابقة ، عندها فان حساب الرقم القياسي هو للمقارنة على توالي الاسابيع او الاشهر او السنين ، وهو ما يدعى بلرقم القياسي السلسلي . ان الاساس الذي يعتمد عليه الرقم القياسي السلسلي هو ما يدعى بالاساس السلسلي . وهذه الطريقة تتمتع بمرونة تسمح بضم سلع ومواد جديدة وحذف مواد او سلع قديمة، من دون الحاجة لحساب حميع السلسلة ، اضافة الى امكانية تعديل الاوزان بصورة متكررة عند الضرورة . مع امكانية استخدام الطرق السابقة ، كطريقة لاسبير او باش في حسابها . والصيغة العامة للرقم القياسي السلسلي هي :

$$I_{i-1,i} = \frac{\sum p_i q_a}{\sum p_{i-1} q_a} * 100$$

حيث ان :

i = سنة المقارن لها ، و ١- i هي سنة الاساس ، فمثلا لاجراء المقارنة بين سنتي ٢٠٠٠ و ٢٠٠١ فان الرقم القياسي $I_{i-١،i}$ هو :

$$I_{92,93} = \frac{\sum p_{93} q_a}{\sum p_{92} q_a} * 100$$

وبذلك فان المقارنات المتتالية للرقم القياسي السلسلي للفترة ٢٠٠٦-٢٠٠٨ مثلا تاخذ الصيغة التالية :

$$I_{2006,2008} = I_{2006,2007} * I_{2007,2008}$$
$$= \frac{\sum p_{2007}q_a}{\sum p_{2006}q_a} * \frac{\sum p_{2008}q_a}{\sum p_{2007}q_a} * 100$$
$$= \frac{\sum p_{2008}q_a}{\sum p_{2006}q_a} * 100$$

وبذلك يمكن تحديد اي فترة من السنين .

مثال (٧.٩) : الجدول التالي يضم اسعار(بالدينار) اربعة انواع من مواد البناء للفترة ٢٠٠٥- ٢٠٠٨ . والمطلوب :

ا- ايجاد الرقم القياسي السلسلي باعتماد طريقة باش للسنوات ٢٠٠٦ ، ٢٠٠٧ ، ٢٠٠٨ .

ب- ايجاد الرقم القياسي $I_{2006,2008}$

السنة	السمنت		الرمل		الحديد		الطابوق	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية	السعر	الكمية	السغر	الكمية
٢٠٠٥	71.85	101.50	3.17	374	38.30	9117	0.130	371
٢٠٠٦	87.72	108.51	3.25	397	37.29	7534	0.127	305
٢٠٠٧	107.18	99.99	3.35	410	41.30	7290	0.128	291
٢٠٠٨	83.79	93.70	3.67	400	42.97	3242	0.110	741

الحل لـ (٧.٩) :

- نجد متطلبات حساب الرقم القياسي السلسلي بطريقة باش وهي :

$$\sum p_{2005}q_{2006} = 1070933.203$$
$$\sum p_{2006}q_{2007} = 1150325.837$$
$$\sum p_{2007}q_{2008} = 235723.206$$

$$\sum p_{2005}q_{2005} = 1234469.779$$
$$\sum p_{2006}q_{2006} = 1374175.1$$
$$\sum p_{2007}q_{2007} = 219368.739$$
$$\sum p_{2008}q_{2008} = 192950.08$$

- باستخدام صيغة حساب الرقم القياسي التسلسلي بطريقة باش نحصل :

$$I_{2005,2006} = \frac{\sum p_{2006}q_{2006}}{\sum p_{2005}q_{2006}} * 100 = \frac{1234469.779}{1070933.203} * 100 = 115.27\%$$

$$I_{2006,2007} = \frac{\sum p_{2007}q_{2007}}{\sum p_{2006}q_{2007}} * 100 = \frac{1374175.1}{1150325.837} * 100 = 119.46\%$$

$$I_{2007,2008} = \frac{\sum p_{2008}q_{2008}}{\sum p_{2007}q_{2008}} * 100 = \frac{219368.739}{235723.206} * 100 = 93.06\%$$

$$I_{2006,2008} = \frac{\sum p_{2008}q_{2008}}{\sum p_{2006}q_{2008}} * 100 = \frac{219368.739}{192950.08} * 100 = 113.7\%$$

٧-٩ اسلوب تبديل مقترة الاساس Base Shifting Method

في حالات عديدة يتطلب الامر تغيير سنة الاساس للرقم القياسي من فترة لخرى ، كما يحصل عند تغير الظروف الاقتصادية وانعكاساتها على مستوى المعيشة ، او عند اجراء مقارنات مع دول ومجتمعات اخرى تعتمد اساس مختلف ، او لمواكبة مستجدات لها تاثيرات اقتصادية وغيرها . فلو فرضنا ان المطلون تبديل سنة الاساس من سنة ٢٠٠٠ الى سنة ٢٠٠٥ ، فهذا يتطلب قسمة الرقم القياسي باساس سنة ٢٠٠٠ على قيمة الرقم القياسي باساس سنة ٢٠٠٥ مضربا بـ ١٠٠ ، اي :

$$\frac{\text{الرقم القياسي بالاساس القديم لسنة ٢٠٠٠}}{\text{الرقم القياسي بالاساس الجديد لسنة ٢٠٠٥}} \text{*١٠٠}$$

ووفقا لمنطوق الرقم القياسي السلسلي ، فان تبديل الرقم القياسي لسنة ٢٠٠٧ الذي هو باساس سنة ٢٠٠٠ الى الرقم القياس لسنة ٢٠٠٧ باساس سنة ٢٠٠٥ ، يكون لدينا :

$$I_{2005,2007} = \frac{I_{2000,2007}}{I_{2000,2005}}$$

$$I_{2005,i} = \frac{I_{2000,i}}{I_{2000,2005}}$$

حيث ان i تشير الى الرقم القياسي لسنة i .

ويشترط لعملية تبديل الاساس ان تكون الارقام القياسية على شكل نسب . ومن الطبيعي ليس من الضروري ان تتطابق الارقام القياسية بالاساس الجديد مع الارقم القياسية بالاساس القديم .

مثال (٨.٩) : المطلوب استبدال الارقام القياسية المبينة في الجدول التالي ، التي هي باساس سنة ٢٠٠٠ الى ارقام قياسية باساس سنة ٢٠٠٥ .

السنة	ارقام قياسية باساس سنة ٢٠٠٠
1999	97.0
٢٠٠٠	100.0
٢٠٠١	103.3
٢٠٠٢	102.7
٢٠٠٣	106.4
٢٠٠٤	109.1
٢٠٠٥	109.8
٢٠٠٦	111.0
٢٠٠٧	114.4
٢٠٠٨	117.3

الحل لـ (٨.٩) : باستخدام صيغة يبديل الاساس في اعلاه ، نحصل على الارقم القياسية باساس سنة ٢٠٠٥ بدلا من اساس سنة ٢٠٠٠ وكالاتي :

$$I_{2005,i} = \frac{I_{2000,i}}{I_{2000,2005}} * 100$$

$$I_{2005,1999} = \frac{I_{2000,1999}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{97.0}{109.8} * 100 = 88.3\%$$

$$I_{2005,2000} = \frac{I_{2000,2000}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{100.0}{109.8} * 100 = 91.1\%$$

$$I_{2005,2001} = \frac{I_{2000,2001}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{103.3}{109.8} * 100 = 94.1\%$$

$$I_{2005,2002} = \frac{I_{2000,2002}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{102.3}{109.8} * 100 = 93.3\%$$

$$I_{2005,2003} = \frac{I_{2000,2003}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{106.4}{109.8} * 100 = 97.5\%$$

$$I_{2005,2004} = \frac{I_{2000,2004}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{109.1}{109.8} * 100 = 99.4\%$$

$$I_{2005,2005} = \frac{I_{2000,2005}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{109.8}{109.8} * 100 = 100.0\%$$

$$I_{2005,2006} = \frac{I_{2000,2006}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{111.0}{109.8} * 100 = 101.1\%$$

$$I_{2005,2007} = \frac{I_{2000,2007}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{114.4}{109.8} * 100 = 104.2\%$$

$$I_{2005,2008} = \frac{I_{2000,2008}}{I_{2000,2005}} * 100 = \frac{117.3}{109.8} * 100 = 106.8\%$$

٩-٨ اسلوب الربط بين الارقام القياسية
Linkage Method of Index Numbers

في بعض الاحيان يصادف وجود حاجة لرقم قياسي يخص ظاهرة معينة ، الا ان المتوفر هو ارقام قياسية متعددة لعناصر تلك الظاهرة ، كما لو كنا مثلا بصدد ايجاد رقم قياسي للمنتجات الحيوانية ، الا ان المتوفر هي ارقام قياسية منفصلة لمجموعة اللحوم والاسماك I_1 ، وثاني لمجموعة البيض I_2 ، وثالث لمجموعة الحليب ومشتقاته I_3 ، ففي مثل هذه الحالة يمكن الرقم القياسي للمنتجات الحيوانية I باستخدام الوسط الحسابي المرجح للارقام القياسية للمجموعات الثلاث مرجحة باوزانها النسبية W_i ، اي :

$$I = \frac{I_1W_1 + I_2W_2 + I_3W_3}{W_1 + W_2 + W_3}$$

اي :

$$I = \frac{\sum I_iW_i}{\sum W_i}$$

مثال (٩.٩) : بلغت الارقام القياسية لاسعار مجموعة اللحوم والاسماك ، ومجموعة البيض ، ومجموعة الحليب ومشتقاته ، لاحد الاشهر : ١٨٤ ، ١٣٢ ، ١١٦ على التوالي. وان الاوزان المعتمدة لكل من هذه المجموعات والمتمثلة بالكميات المباعة هي على التوالي : ٨٥ ، ٢٤ ، ٣١ . والمطلوب ايجاد الرقم القياسي لاسعار المنتجات الحيوانية .

الحل لـ (٩.٩) : باستخدام صيغة الربط بين الارقام القياسية اعلاه ، نحصل على الرقم القياسي لاسعار المنتجات الحيوانية وكالاتي :

$$I = \frac{\sum I_i W_i}{\sum W_i}$$
$$= \frac{(184)(85)+(132)(24)+(116)(31)}{85+24+31} = \frac{22404}{140} = 169\%$$

٩- ٩ العوامل المؤثرة على دقة بناء الارقام القياسية

Factors Effecting Accuracy of Index Numbers Construction

رغم تشابه الارقام القياسية في اسسها العامة ، الا ان عملية بناؤها يتطلب مراعاة عدة مسائل ترتبط بمستوى دقتها واعتماديتها ، ومن اهمها :

٩-٩-١ اختيار السلع او الخدمات التي تدخل في عملية الحساب

فالسلع المختارة يجب ان تشكل اهمية جوهرية بالنسة للمستهلك العادي عند حساب الرقم القياسي ، وياخد في مراعاتها المناطق الجغرافية ، والاسواق المختلفة ، وليس من الضروي ان تكون السلة تحتوي على ذات السلع التي تحتويها سلة دولة اخرى لتباين اهمية واولويات كل من هذه السلع لكل مجتمع . مثلا هناك اكثر من ٤٠٠ سلعة وخدمة في الولايات المتحدة الامريكية تدخل في سلة اولويات المستهلك ، وقد لاتزيد على ١٠٠ سلعة وخدمة في العديد من الدول الاخرى .

٩-٩-٢ تحديد مستوى اهمية المواد المختارة عند تحديد الاوزان

ان تحديد مستوى اهمية السلعة يجب ان يراعى فيها مقدار التغير المطلق في تحديد اهميتها ، فقد تكون هناك سلعة يشكل التغيير بسعرها ١٠ % مبلغ لايزيد على ٤ دنانير ، مقابل سلعة اخرى يشكل التغير بنفس النسبة وهي ١٠ % ما مقداره ٢٠٠ دينار، مما يتطلب اختيار الوزن المناسب لكل سلعة بما يتناسب واهميتها .

٩-٩-٣ أختيار سنة الاساس

ان يكون اختيار سنة الاساس سنة اعتيادية او طبيعية ، فلا يصح مثلا اختيار سنة الاساس لفترة وقوع حرب او اضطراب او حصول تغير كبير في ظاهرة معينة ، فلا نختار سنة اساس مثلا لسلعة اجهزة التبريد لفترة لم تكن هناك حاجة لهذه السلعة ، وان ظهورها جاء نتيجة تغيرات مناخية في فترات متاخرة في العديد من الدول كما هو الحال في بعض دول المغرب العربي مثلا وهكذا .

٩-١٠ استخدام الحاسوب في حساب الارقام القياسية

الفقرة (١٠-٧) باستخدام برنامج Excel

تمارين الفصل التاسع

تمرين (١.٩) : في احد مصانع السيارات ، يتم انتاج ثلاثة انواع من السيارات ، وكان معدل اسعار البيع (بالدولار) والكمية المباعة (بالاف) من كل نوع لسنتي ٢٠٠٥ و ٢٠٠٨ هي كما مبين في الجدول التالي . والمطلوب ايجاد :

ا- الرقم القياسي المرجح للمعدل النسبي بطريقة لاسبير لسنة ٢٠٠٨ باساس سنة ٢٠٠٥

ب- الرقم القياسي التجميعي غير المرجح لذات الفترة

ج- الرقم القياسي المرجح للكميات

نوع السيارة	٢٠٠٥		٢٠٠٨	
	السعر P_0	العدد المباع q_0	السعر p_n	العدد المباع q_n
A	3400	150	4000	200
B	3900	280	4600	350
C	4900	400	5800	275

تمرين (٢.٩) : كانت اسعار ومبيعات شركة لتجارة الحبوب لكل من القمح والشعير في ٢٠٠١ و ٢٠٠٨ هي كما مبين في الجدول التالي . والمطلوب :

ا- الرقم القياسي للكميات مرجحة باسعار سنة المقارنة ٢٠٠٨

ب- الرقم القياسي للاسعار غير المرجح لسنة ٢٠٠٨

ج- الرقم القياسي غير المرجح لمعدل النسب لسنة ٢٠٠٨

نوع الحبوب	اسعار الطن (دولار)		الكميات (الاف الاطنان)	
	٢٠٠١	٢٠٠٨	٢٠٠١	٢٠٠٨
قمح	٤.٨٠	٢٤٠	٥٠	٣٨
شعير	٢.٩٠	٣٠٠	٤٠	٦٠

تمرين (٣.٩) : الجدول التالي يوضح الرواتب السنوية (بالدينار) عند بداية التعيين في احد الجامعات للفترة ١٩٩٨ – ٢٠٠٨ ، والرقم القياسي لتطور الاسعار باساس ٢٠٠١ . والمطلوب :

ا- ايجاد الرقم القياسي للاسعاربتبديل الاساس من سنة ٢٠٠١ لسنة ٢٠٠٥

ب- حساب الرقم القياسي السلسلي للرواتب للفترة الذكورة .

السنة	الراتب السنوي (بالدينار)	الرقم القياسي للاسعار باساس سنة ٢٠٠١
١٩٩٨	٧٢٠٥	١١٤.٧
١٩٩٩	٧٩٦٠	١١٨.٣
٢٠٠٠	٨٢٥٠	١٢٣.٢
٢٠٠١	٨٣٦٠	١٣٩.٥
٢٠٠٢	٨٨٠٠	١٥٨.٦
٢٠٠٣	٩٢٠٠	١٧٢.١
٢٠٠٤	١٠١٠٠	١٧٧.٤
٢٠٠٥	١٠١٠٠	١٨٨.٠
٢٠٠٦	١٠٣٠٠	٢٠٦.٣
٢٠٠٧	١٠٤٥٠	٢٢٨.٥
٢٠٠٨	١١٠٥٠	٢٢٦.٤

الفصل العاشر

استخدامات برنامج SPSS

١٠-١ استخدام برنامج SPSS في تبويب وعرض المعطيات

١٠-١-١ اجراءات تحليل التوزيع التكراري البسيط

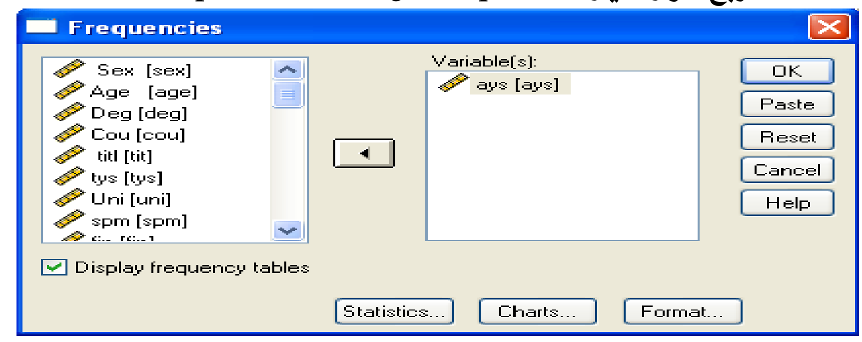
قبل التطرق عن امكانية الحصول على جدول توزرع تكراري بسيط حسب الفئات من خلال توظيف الامر الفرعي Recode من قائمة Transform ، نود الاشارة الى ان الطريقة المباشرة المتوفرة في برنامج SPSS بالنسبة للتوزيع التكراري هي

(١) الخيار Frequencies من الامرالفرعي Descriptive Statistics

- يظهر لنا مربع الحوارFrequencies وكما مبين في الشكل البياني رقم (١.١٠) ليتم فيه استخدام السهم الجانبي لنقل المتغير المطلوب توزيعه تكراراريا ، وليكن متغيرعدد سنوات الخدمة ays ، الى المربع الذي تحت العنوان Variables
- الكبس على ايقونة Ok لنحصل على جدول المخرجات رقم (١.١٠) والذي يوفر لنا توزيع المعطيات حسب تكرار كل قيمة من المعطيات وليس حسب الفئات كما مبين في الجدول (١.٢) ، كما ويوفر ايضا التكرار النسبي Relative Frequency والتكرار التجميعي Cumulative Frequency المبينة في جدول المخرجات المذكور التالي رقم (١.١٠) .

شكل بياني رقم (١.١٠) :

مربع حوارالخيار Frequencies من Descriptive Statistics



جدول رقم (١.١٠): مخرجات الخيار Frequencies

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	2.00	2	2.7	2.7	2.7
	3.00	1	1.4	1.4	4.1
	4.00	1	1.4	1.4	5.4
	5.00	2	2.7	2.7	8.1
	6.00	1	1.4	1.4	9.5
	7.00	2	2.7	2.7	12.2
	8.00	2	2.7	2.7	14.9
	9.00	2	2.7	2.7	17.6
	10.00	2	2.7	2.7	20.3
	11.00	2	2.7	2.7	23.0
	12.00	1	1.4	1.4	24.3
	13.00	2	2.7	2.7	27.0
	14.00	2	2.7	2.7	29.7
	15.00	3	4.1	4.1	33.8
	16.00	1	1.4	1.4	35.1
	17.00	7	9.5	9.5	44.6
	18.00	4	5.4	5.4	50.0
	19.00	2	2.7	2.7	52.7
	20.00	6	8.1	8.1	60.8
	21.00	3	4.1	4.1	64.9
	22.00	6	8.1	8.1	73.0
	23.00	3	4.1	4.1	77.0
	25.00	4	5.4	5.4	82.4
	26.00	2	2.7	2.7	85.1
	27.00	3	4.1	4.1	89.2
	28.00	2	2.7	2.7	91.9
	29.00	1	1.4	1.4	93.2
	30.00	1	1.4	1.4	94.6
	31.00	1	1.4	1.4	95.9
	32.00	1	1.4	1.4	97.3
	35.00	1	1.4	1.4	98.6
	36.00	1	1.4	1.4	100.0
	Total	74	100.0	100.0	

(٢) توظيف الامر الفرعي Recode من قائمة Transform للحصول على توزيع تكراري حسب الفئات ، وانجاز ذلك يتم كالاتي :

- تحديد عدد الفئات وطول الفئة وحدودها مسبقا ،
- استدعاء الملف الذي يضم المتغير المطلوب توزيعه على الفئات ،
- استخدام الامر الفرعي Recode من القائمة Transform للقيام بالخطوات التالية :

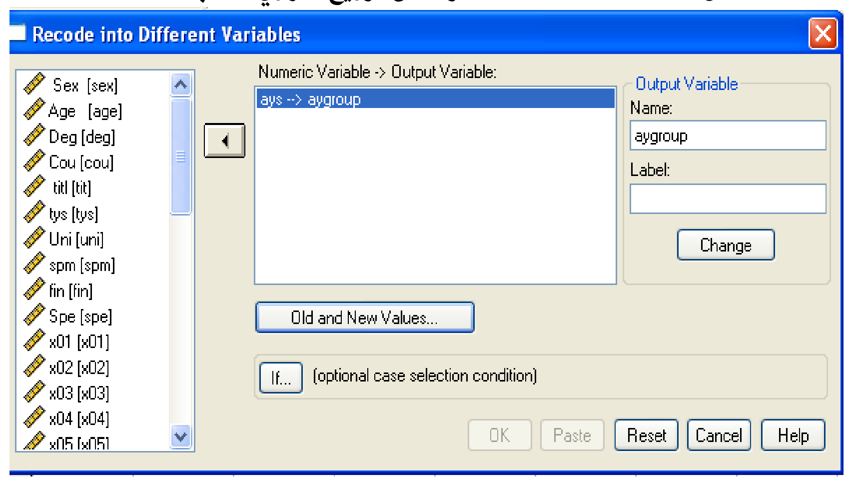
ـ النقرعلى Recode into different variable الواقع ضمن الامر الفرعي Recode ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٢.١٠)

ـ يتم نقل المتغير ay المطلوب توزيع معطياته الى داخل المربع باستخدام السهم المتوفر بجانب المربع المذكور وتدوين اسم المتغير الجديد ولنرمز له بـ aygroup تحت عنوان Name كما مبين في الشكل البياني رقم (٢.١٠) .

شكل بياني رقم (٢.١٠)

مربع حوار الامر الفرعي Recode

من قائمة Transform للحصول على توزيع تكراري حسب الفئات



ـ الكبس على ايقونة change ثم الكبس بعدها على ايقونة old and new values لنحصل على لوحة الحوار التالية المبينة في الشكل البياني رقم (٣.١٠) ، لنؤشر فيه على Range وندون في الحقل الاول تحت Rangeالحد الادنى للفئة الاولى وهو ٢ وفي الحقل الثاني الحد الاعلى للفئة الاولى وهو6 ،

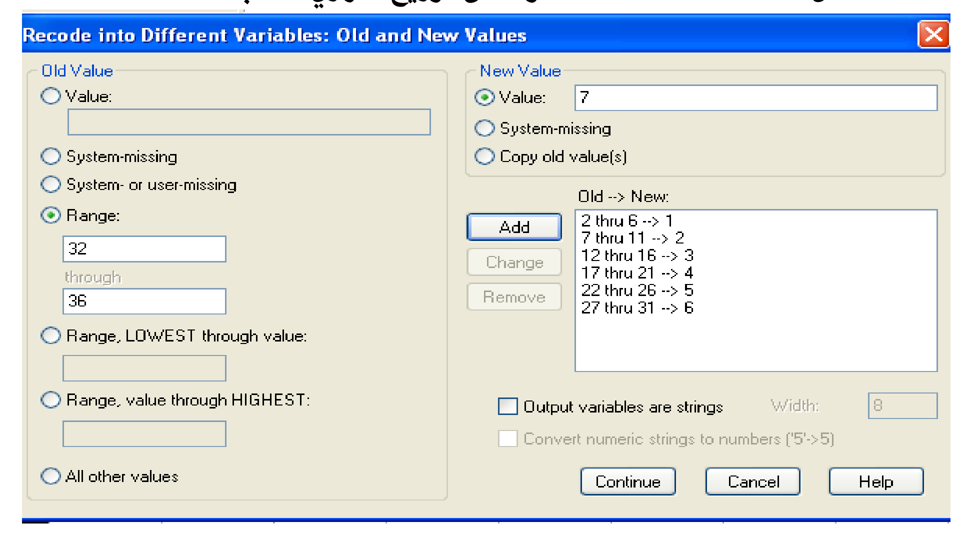
ـ الذهاب الى الجانب الايمن من مربع الحوار وتحت new value ندون ١ كتعريف للفئة الاولى (٢-٦) ونكبس على ايقونة Add فتظهر حدود الفئة الاولى في المربع ، نكرر الاجراء لنعطي ٢ للفئة (٧-١١) و٣ للفئة (١٢-١٦) وهكذا لغاية الفئة ٧ (٣٢-٣٦) وفقا لاستخدام الامر Recode التي تم شرحها في الفصل الاول .

ـ نعيد ذات الاجراء مع الفئة الثانية وذلك بتدوين الحد الادنى وهو ٧ في الحقل الاول من Range والحد الاعلى للفئة وهو ١١ في الخقل الثاني ، ثم نؤشر في new value الرقم ٢ والكبس على ايقونة Add لتظهر حدود الفئة الثانية في المربع ، وهكذا لغاية الانتهاء من جميع الفئات وكما مبين على الشكل البياني رقم (٣.١٠).

شكل بياني رقم (٣.١٠)

لوحة حوار تكملة متطلبات الامر الفرعي Recode

من قائمة Transform للحصول على توزيع تكراري حسب الفئات



- عقب الانتهاء من الاجراء السابق نكبس على ايقونة continue للعودة الى مربع الحوار (الشكل ٢.١٠) وفيه نكبس ايقونة Ok لنحصل على جدول المخرجات رقم (٢.١٠) .
- وبالامكان استخدام الفأرة Mouse للقيام بلصق الفئات في ذات الجدول وكما هو مبين في الجدول (٣.٢) ، بالاضافة الى اجراء التغييرات في العناوين او المواقع بالشكل المرغوب .

جدول مخرجات رقم (٢.١٠)

لتوزيع معطيات المتغير Aygroup حسب الفئات

Class Interval		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
٠٦-٠٢	1.00	7	9.5	9.5	9.5
١١-٠٧	2.00	9	12.2	12.2	21.6
١٦-١٢	3.00	15	20.3	20.3	41.9
٢١-١٧	4.00	20	27.0	27.0	68.9
٢٦-٢٢	5.00	12	16.2	16.2	85.1
٣١-٢٧	6.00	8	10.8	10.8	95.9
٣٦-٣٢	7.00	3	4.1	4.1	100.0
Total		74	100.0	100.0	

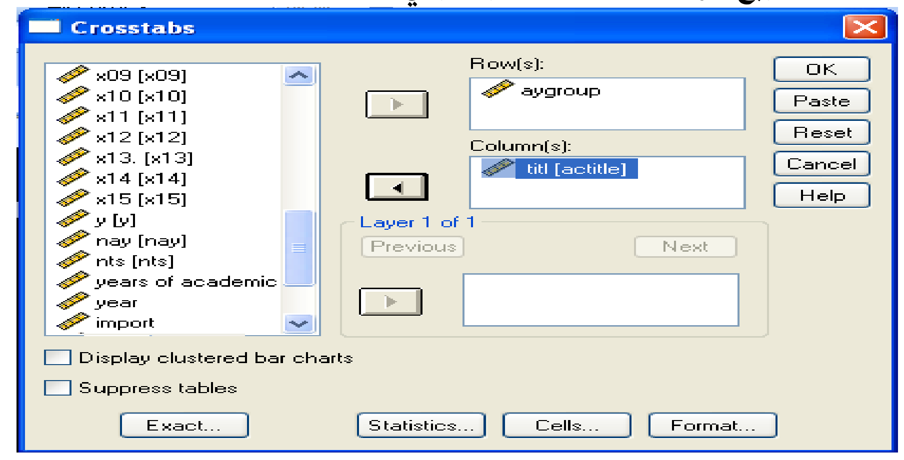
١٠-١-٢ استخدام برنامج SPSS لتبويب جدول توزيع تكراري مزدوج

وكما اشرنا بان هذا النوع من التوزيع التكراري يستخدم لوصف متغيرين ، والذي يمكن ان يتم مع متغيرات كمية (فئات) او نوعية (اسمي او ترتيبي) ، وانجاز التبويب يتم ايضا من خلال :

- القائمة Analysis ومن ثم الامر Crosstabs من الامر الفرع الفرعي Descriptive Statistics فنحصل على مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٤.١٠) ، ليتم نقل المتغيرات المطلوب تبويبها الى مربع الحوارباستخدام ايقونة السهم المتوفرة بجانب المربع
- الكبس على ايقونة Ok للحصول على جدول المخرجات المبين في الجدول رقم (٤.١٠) . والذي يوضح لنا توزيع معطيات متغير مدة الخدمة الاكاديمية ay (الموزعة على ٧ فئات باستخدام الامر Recode وفقا لما تم شرحه في التوزيع التكراري البسيط) على متغير العنوان الاكاديمي للباحث title والمتكون من ٤ فئات وهي عنوان مدرس ١ واستاذ مساعد ٢ واستاذ مشارك ٣ واستاذ ٤ . مع الاشارة الى امكانية استخدام الفأرة Mouse للقيام بلصق الفئات في ذات الجدول وكما تم مع مخرجات الجدول (٣.١٠).

شكل بياني رقم (٤.١٠)

مربع حوار Crosstabs للامر الفرعي Descriptive Statistics



جدول رقم (٤.١٠)

مخرجات Cross tabulation لمتغيري title و aygroup

aygroup	title				Total
	1.00	2.00	3.00	4.00	
1.00	1	4	0	2	7
2.00	0	4	3	3	10
3.00	0	1	2	6	9
4.00	1	8	6	7	22
5.00	1	7	4	3	15
6.00	1	3	2	2	8
7.00	0	1	2	0	3
Total	4	28	19	23	74

١٠-١-٣ العرض البياني باستخدام برنامج SPSS

(١) المدرج التكراري Histogram

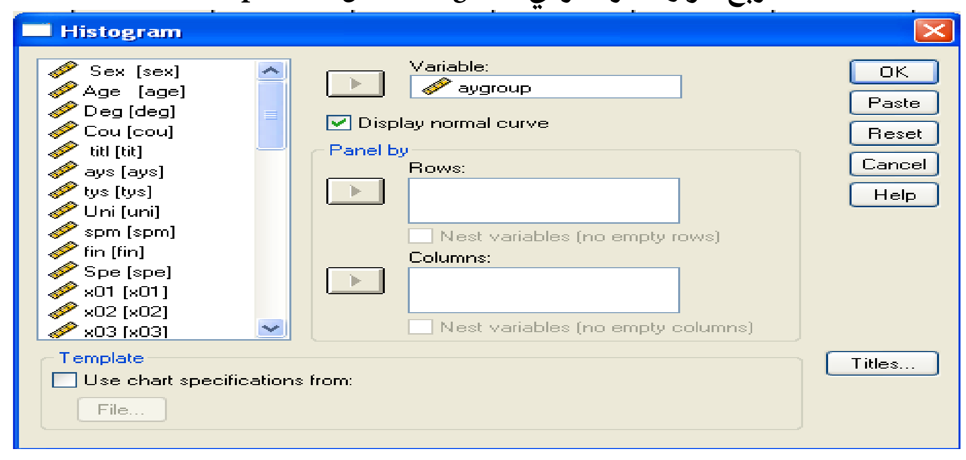
ان الحصول على مدرج تكراري لمتغير واحد باستخدام برنامج SPSS ممكن ان يتم باحد الطرق التالية :

أما باستخدام القائمة Graph ومنها الامر الفرعي Histogram

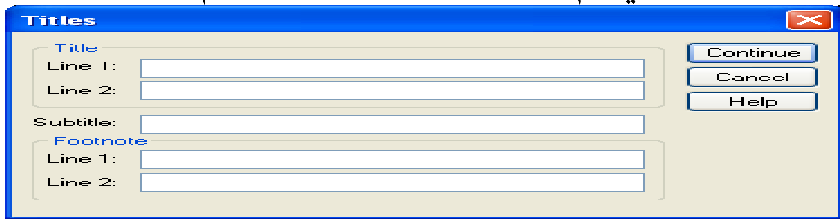
- ♦ لنحصل على مربع الحوار المبين في الشكل رقم (٥.١٠) ، وعقب نقل المتغير المطلوب عرضه وهو المتغير aygroup باستخدام السهم المتوفر في مربع الحوار الى الموقع تحت عنوان Variable ،
- ♦ الكبس على ايقونة title لنحصل على لوحة يتم فيها تدوين العنوان المطلوب وكما مبين في الشكل البياني رقم (٦.١٠) ، بعدها يتم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار الاول (الشكل ٥.١٠) ،
- ♦ الكبس على ايقونة Ok لنحصل على الشكل البياني رقم (٧.١٠) لمعطيات الجدول رقم (1.2) موضوع المثال (1.2).

شكل بياني رقم (٥.١٠)

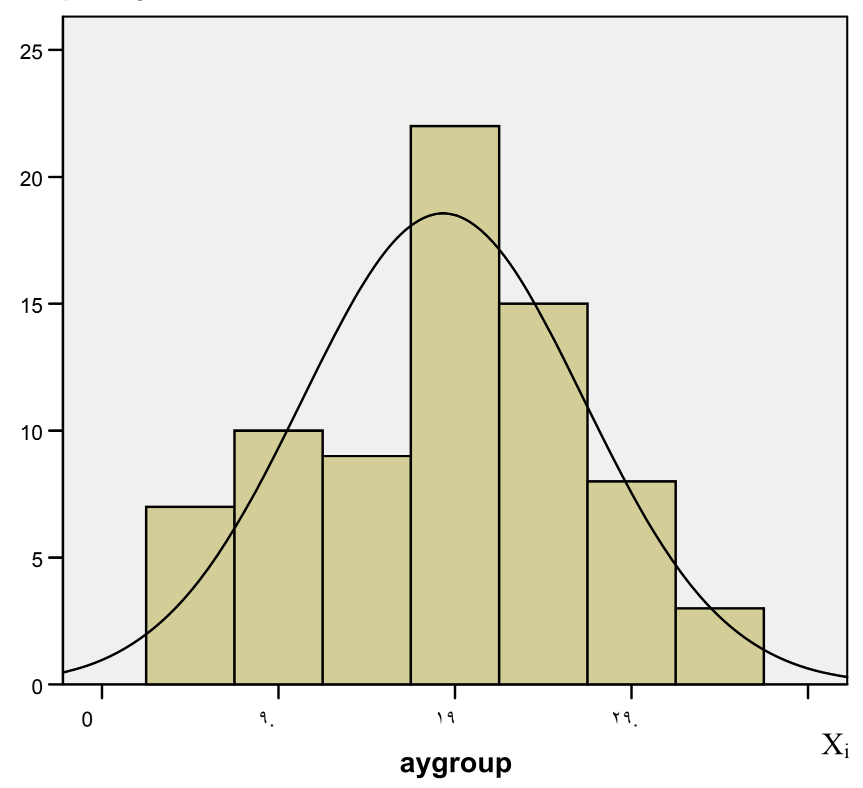
مربع حوار الامر الفرعي Histogram من قائمة Graph



الشكل بياني رقم (٦.١٠) : لوحة لكتابة عنوان الرسم المطلوب



شكل بياني رقهم (٧.١٠)
يوضح المدرج التكراري الذي يتم الحصول عليه باستخدام
برنامج SPSS من خلال اما قائمة Analysis او قائمة Graph

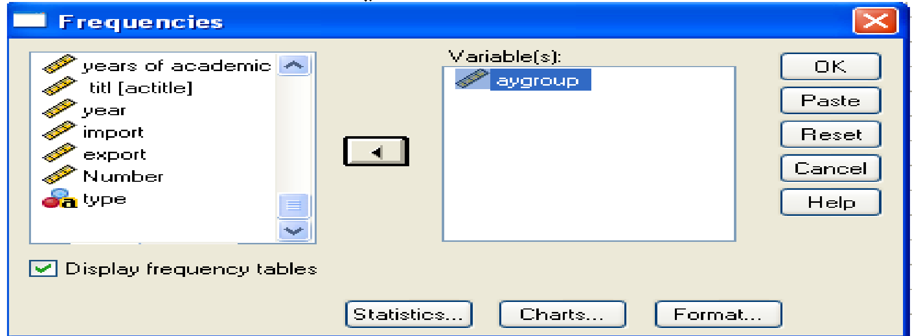


او باستخدام قائمة **Analysis** ومنها الامر الفرعي **Descriptive Statistics** ومنه الخيار **Frequencies**

- فنحصل على مربع الحوار المبين في الشكل رقم (٨.١٠) ، لتحويل المتغير المطلوب عرضه باستخدام السهم المتوفر في مربع الحوار.
- الكبس على ايقونة Charts لتظهر لوحة الخيارات التالية المبينة في الشكل رقم (٩.١٠) ، فيتم التاشير على Histogram ويمكن التاشير ايضا في حالة الرغبة على خيار Normal Curve ثم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار.
- الكبس على ايقونة Ok لنحصل على المدرج التكراري سوية مع Normal Curve المبين في الشكل البياني رقم (٧.١٠) اعلاه .

شكل بياني رقم (٨.١٠)

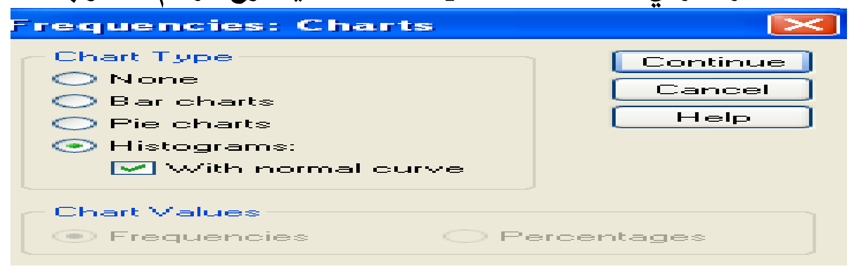
مربع حوار الخيار Frequencies للامر الفرعي Descriptive Statistics



شكل بياني رقم (٩.١٠)

لوحة Charts للخيار Frequencies

للامر الفرعي Descriptive Statistics لتحديد نوع الرسم المطلوب



او بالدخول على قائمة Graph ومنها اختيارالامر الفرعي Interactive ومنه الامر Histogram

- لنحصل على مربع الحوار المبين في الشكل (١٠.١٠) ليتم نقل المتغير المطلوب عرضه بواسطة السحب الى موقع المحور الافقي الموجود على مربع الحوار ،
- الكبس على ايقونة Histogram لنحصل على لوحة الحوار التالية المبينة في الشكل البياني رقم (١١.١٠) للقيام بتحديد عدد اعمدة (فئات) المدرج المطلوبة Number of Intervals وهي ٧ في حالة مثالنا وتدوين طول الفئة Width of Intervals وهي ٥ بالنسبة للمثال وغيرها من الخيارات كنقطة بدا اعمدة المدرج وعنوانه وغير ذلك ،
- الكبس غلى ايقونة Ok ليظهرالمدرج التكراري المبين في الشكل البياني رقم (٧.١٠) اعلاه .

شكل بياني رقم (١٠.١٠)

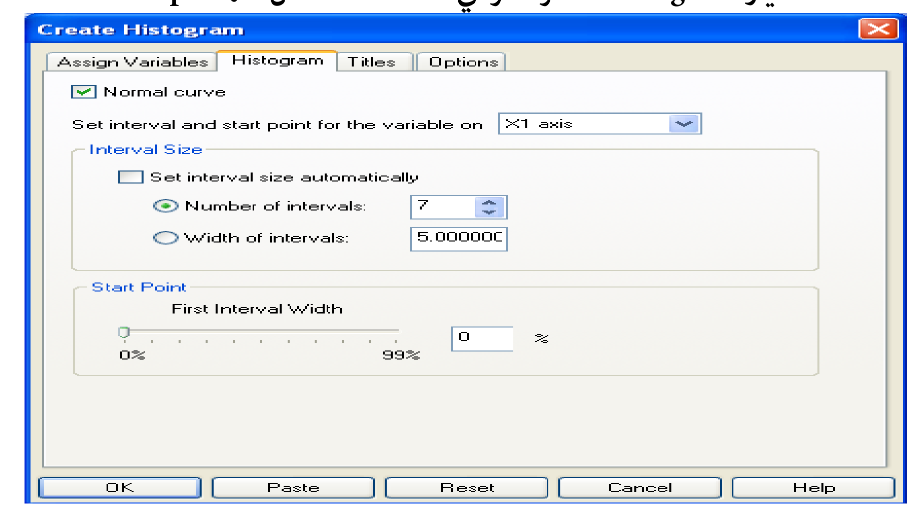
يبين مربع حوار الخيار Histogram



شكل بياني رقم (١١.١٠)

لوحة الحوار Create Histogram

للخيار Histogram للامر الفرعي Interactive من قائمة Graph



(٢) المضلع والمنحني التكراري

Frequency Polygon and Smoothed Polygon

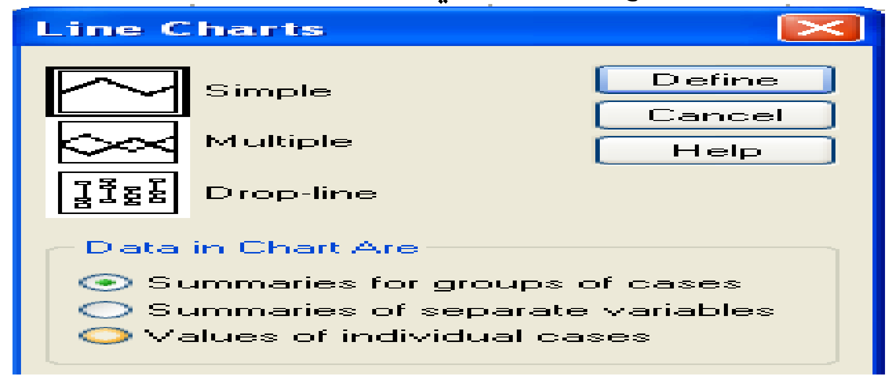
ان استخدام برنامج SPSS للحصول على المضلع التكراري يمكن ان يتم باحد الطرق التالية ،

اما من خلال القائمة Graph واختيار الامر الفرعي Line

- ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل رقم (١٢.١٠) فنؤشر على الشكل Simple وعلى Summaries for groups of cases الموجودة في نهاية المربع ،
- الكبس على ايقونة Define ليظهر لنا لوحة الحوار التالية المبينة في الشكل رقم (١٣.١٠) يتم فيه تحويل المتغير المطلوب رسمه وهو aygroup تحت حقل Category axis , بعدها الكبس على ايقونة Titles الموجودة عند اسفل يمين نفس المربع في حالة الرغبة بتدوين عنوان الشكل البياني المطلوب رسمه وبانتهاء كتابة العنوان يتم الكبس غلى ايقونة continue للعودة الى مربع الحوار ,
- الكبس على ايقونة Ok للحصول على الرسم المبين في الشكل البياني رقم (١٤.١٠) .

شكل بياني رقم (١٢.١٠)

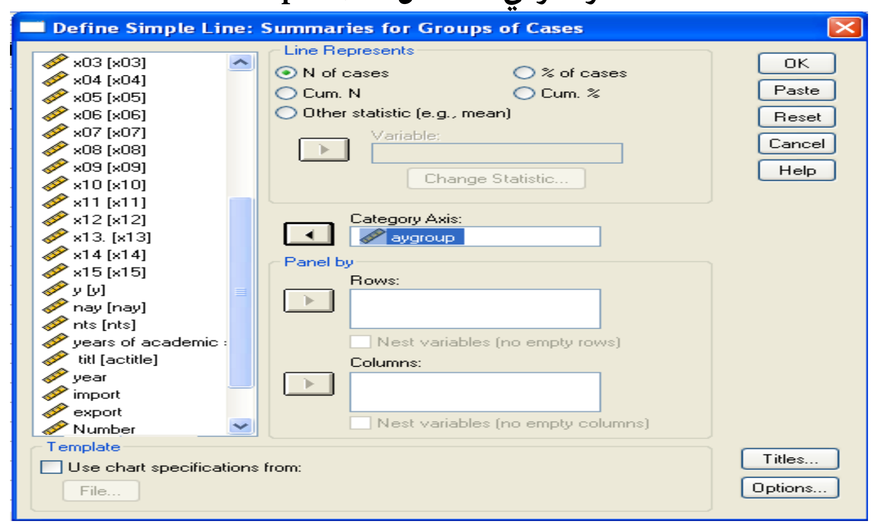
يبين مربع حوارالامر الفرعي Line من القائمة Graph



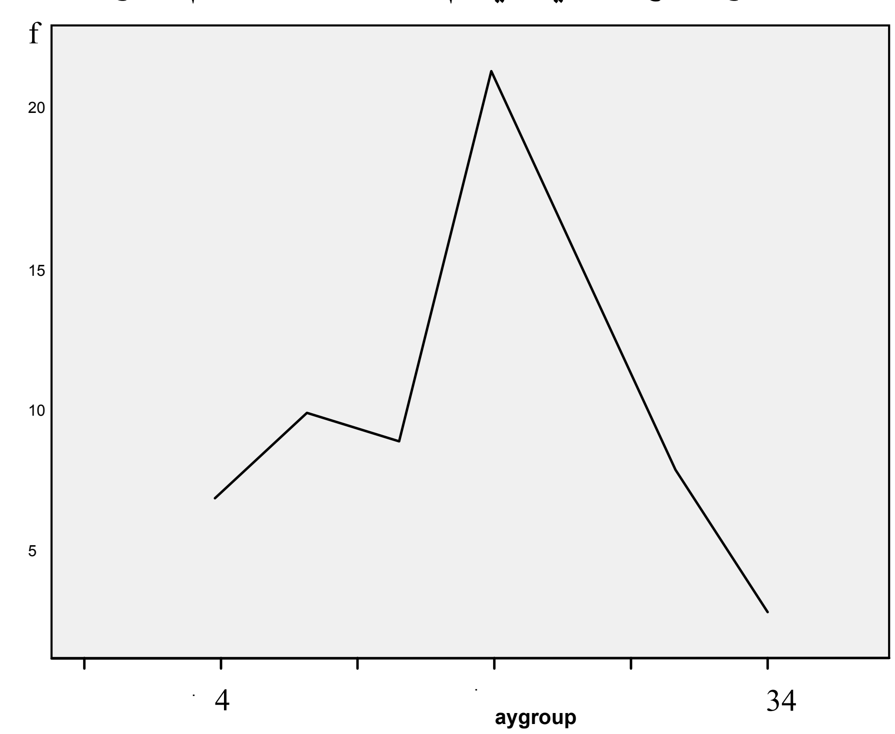
شكل بياني رقم (١٣.١٠)

لوحة الحوار Define Simple Line

للامر الفرعي Line من القائمة Graph



شكل بياني رقم (١٤.١٠)
يوضح المضلع التكراري الذي يتم الحصول عليه باستخدام برنامج SPSS

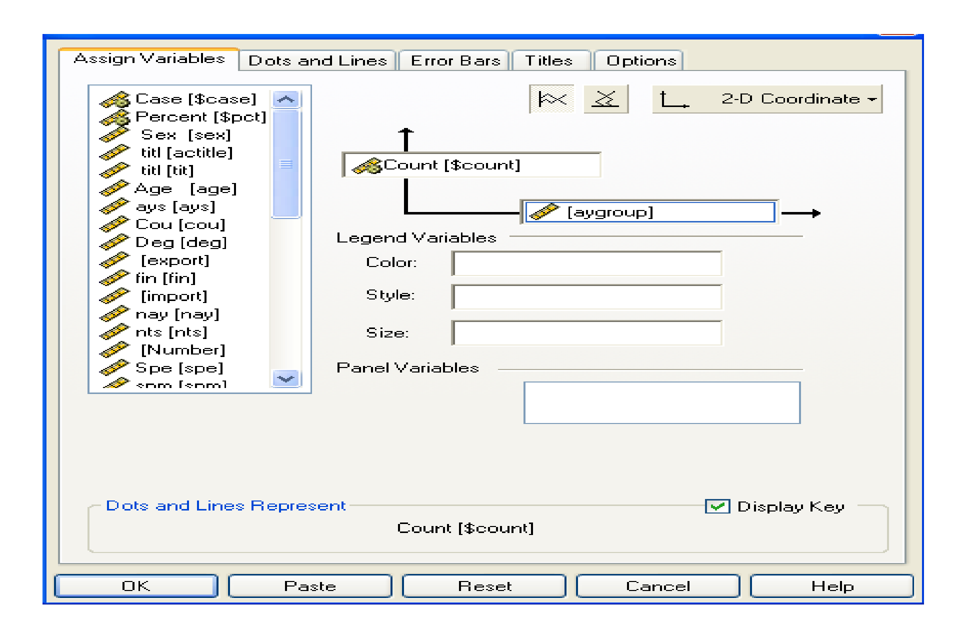


او من خلال استخدام الامر الفرعي Interactive من القائمة Graph واتباع نفس اجراءات الحصول على لـ Histogram التي تطرقنا اليها في اعلاه باستثناء الكبس على Line بدلا من Histogram

- ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (١٥.١٠) وعقب الكبسس على احد اشكال المضلعات الموجودة في مربع الحوار المذكور ومن ثم
- الكبس على ايقونة Ok يظهر المضلع التكراري المبين في الشكل البياني رقم (١٤.١٠) اعلاه .
- وفي حالة وجود خيارات اخرى مطلوبة كتدوين العنوان title او اظهار نقاط Dots على المضلع ،عندها يتم الكبس على الايقونة المناسبة الموجودة على مربع الحوار ليظهر لنا مربع الحوارالتالي لاجراء اللازم .

شكل بياني رقم (١٥.١٠)

مربع حوار الخيار Line للامر الفرعي Interactive من القائمة Graph



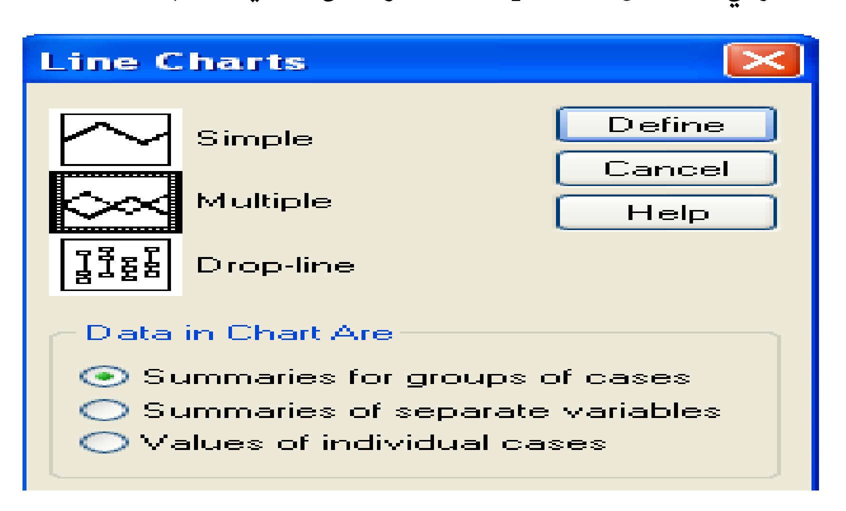
أما بالنسبة للمنحني التكراري فهو عبارة عن اجراء تمهيد على نقاط التقاء الخطوط المستقيمة للمضلع وانجازه ذلك يتم من خلال ايقونة Draw الموجودة في شريط Word واختيار Edit point لاجراء التمهيد .

(٣) المنحنى التكراري المتجمع Cumulative Frequency Polygon

- ان الحصول على المضلع او المنحنى التكراري المتجمع لمعطيات الجدول رقم (٧.٢) باستخدام برنامج SPSS يتم من خلال قائمة Graph والامر الفرعي Line ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل رقم (١٦.١٠) ، ليتم التاشير فيه على الشكل Multiple وعلى Summaries of separate variables تحت عنوان Data in Chart ،

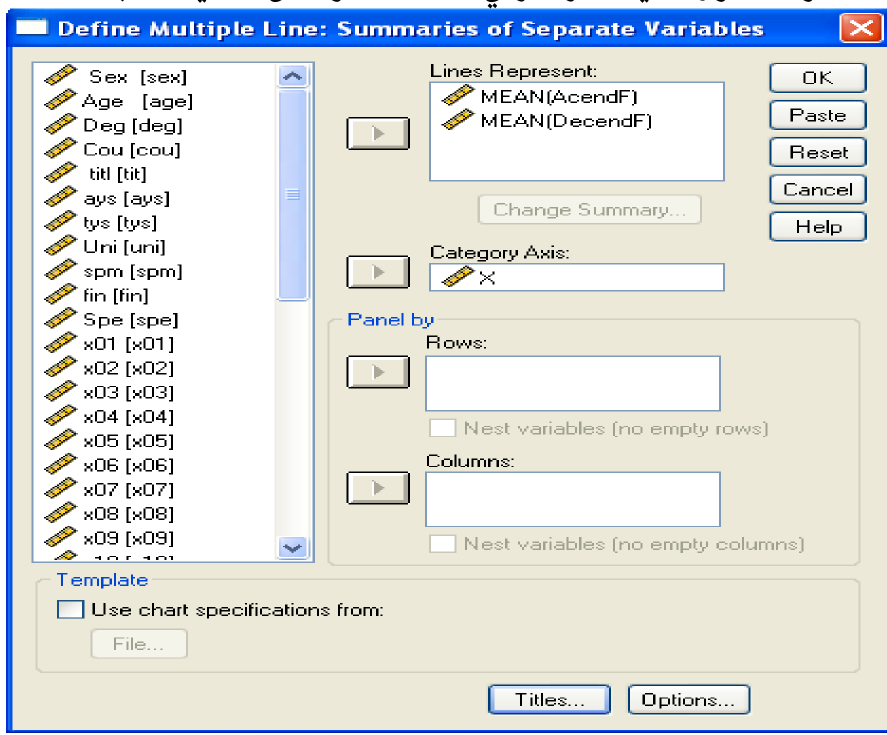
- الكبس على ايقونة Define لتظهر لنا لوحة الحوار التالية المبينة في الشكل رقم (١٧.١٠) لنقوم فيه بتحويل متغيري المتجمعين الصاعد والنازل الى المربع تحت عنوان Lines represent وتحويل متغير المحور الافقي والذى هو مراكز الفئات X_i الواقع تحت عنوان Category Axis ،
- الكبس على ايقونة Title واتمام كتابة عنوان الرسم والكبس على continue للعودة ثانية الى مربع الحوار ،
- الكبس على ايقونة Ok لنحصل على الشكل البياني رقم (١٨.١٠) .

شكل بياني رقم (١٦.١٠): مربع حوارالامر
الفرعي Line من قائمة Graph للحصول على منحنيات متجمعة

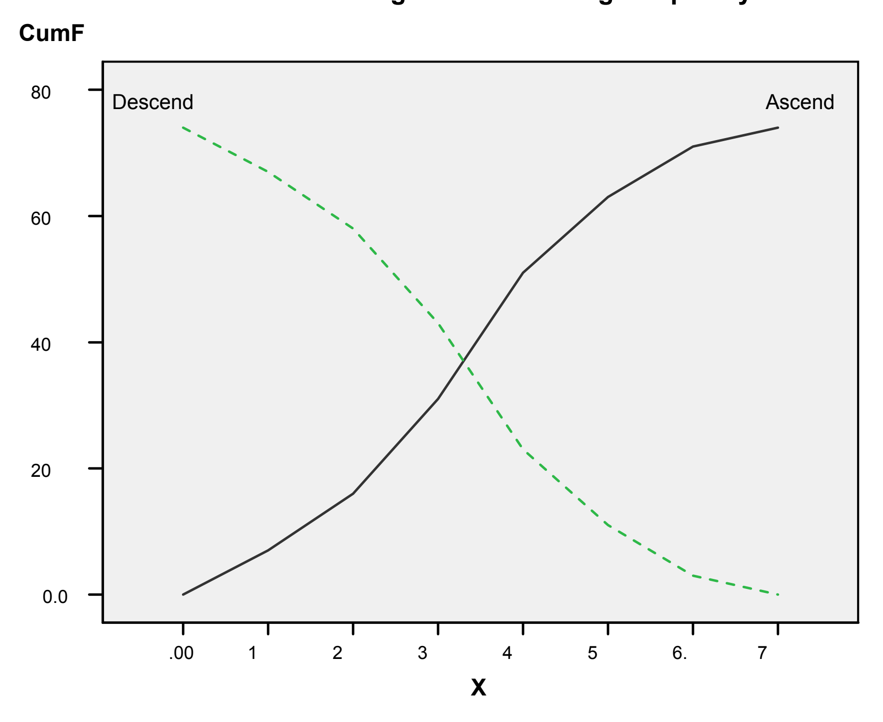


شكل بياني رقم (١٧.١٠)

لوحة الحوار التالية للامر الفرعي Line للحصول على منحنيات متجمعة



شكل بياني رقم (١٨.١٠)
المنحنيات المتجمعة الصاعد والنازل لمعطيات الجدول رقم (٧.٢)
Cumulative Ascending and Descending Frequency Curves



(٤) الاعمدة البيانية Bar Charts

◆ **الاعمدة الاحادية (البسيطة) Simple Bars**

ويتم الحصول على الاعمدة الاحادية اما من :

ـ قائمة Graph ومن ثم استخدام الامر الفرعي Bar وعند الكبس يظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل رقم (١٩.١٠) فنؤشر على الشكل Simple وعلى Variable of individual cases الموجود في نهاية المربع ،

ـ الكبس على ايقونة Define ليظهر لنا مربع حوار التاالي المبين في الشكل رقم (٢٠.١٠) ليتم فيه تحويل المتغير المطلوب رسمه وليكن forignt (الذي يرمز الى مجموع قيمة التجارة الخارجية موضوع الجدول رقم (٨.٢) والذي موقعه تحت حقل Bars represent , وتحويل متغير وحدات الزمن او اسماء المدن والصفات تحت حقل

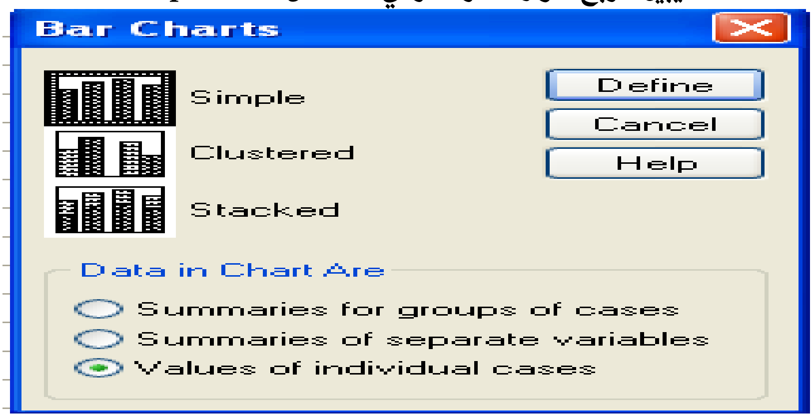
Variable مع التاشير عليه والكبس على ايقونة Titles الموجودة عند يمين اسفل نفس المربع في حالة الرغبة بتدوين عنوان الشكل البياني المطلوب رسمه ،

ـ الكبس على ايقونة Ok للحصول على الشكل رقم (٢٤.١٠) .

مع التذكير هنا بضرورة التاشير على صفحة Variable View من الملف وفي حقل Type على ان المتغير اسمي String والمبين في الشكل رقم (٢١.١٠) ليتسنى تدوين اسماء او حروف بدل الارقام في صفحة Data View ، هذا طبعا اذا كان متغير المحور الافقي سيكون عبارة عن اسماء او حروف .

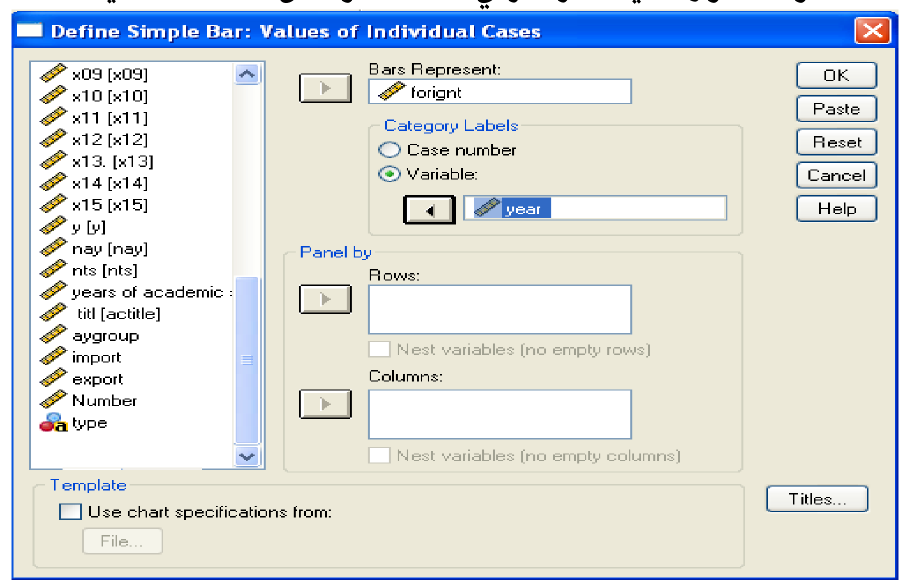
شكل بياني رقم (١٩.١٠)

يبين مربع حوار الامر الفرعي Bar من القائمة Graph



شكل بياني رقم (٢٠.١٠)

لوحة الحوار التالية للامر الفرعي Bar للحصول على الاعمدة الاحادية



شكل رقم (٢١.١٠)

مربع حوار variable type في صفحة Variable View

للتاشير ان كان المتغير نوعي (غير رقمي) او كمي (رقمي)

Variable Type

Numeric
Comma
Dot
Scientific notation
Characters: 8
Date
Dollar
Custom currency
String

OK
Cancel
Help

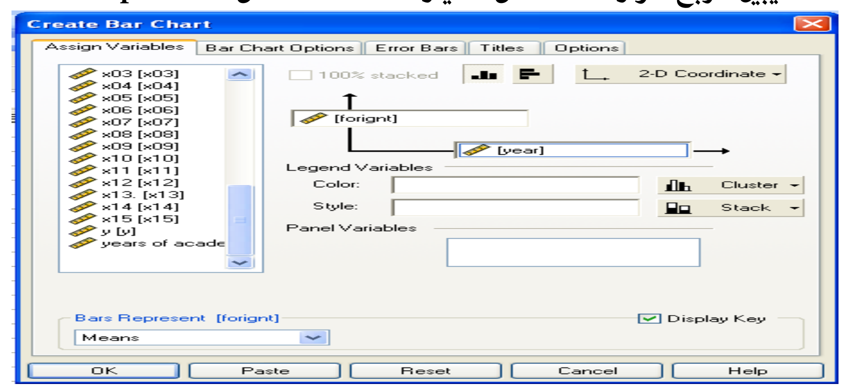
او من خلال :

ـ استخدام الامر الفرعي Interactive من قائمة Graph واختيار الامر Bar فيظهر لنا مربع الحوار Greate Bar Charts المبين في الشكل رقم (٢٢.١٠) وفيه يتم بالنسبة لمثالنا نقل متغير قيمة التجارة الخارجية forignt الى المحور العمودي ومتغير السنين years الى المحور الافقي ،

ـ الكبس على ايقونة Bar Chart Options لتظهر لوحة الخيارات التالية المبينة في الشكل رقم (٢٣.١٠) لنختار منها شكل الاعمدة المطلوبة المتوفرة تحت عنوان Bar shape ، بعدها الكبس على ايقونة Title ليتم تدوين عنوان الشكل البياني وفقا لمحتوياته،
ـ الكبس على ايقونة Ok ليظهر لنا الشكل البياني رقم (٢٤.١٠) .

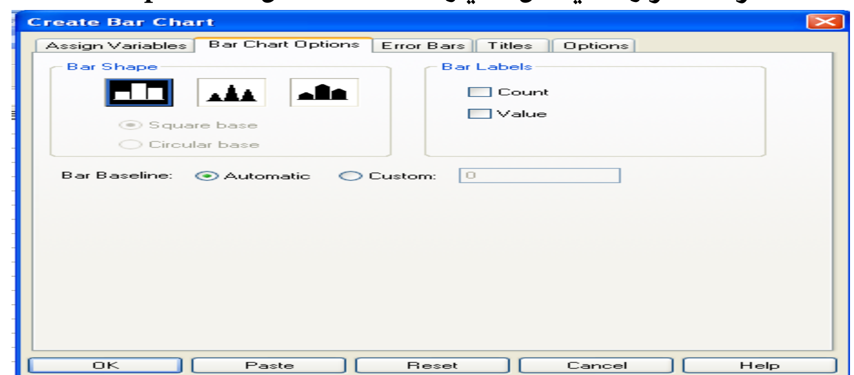
شكل بياني رقم (٢٢.١٠)

يبين مربع حوار Chart من الخيار Interactive من القائمة Graph



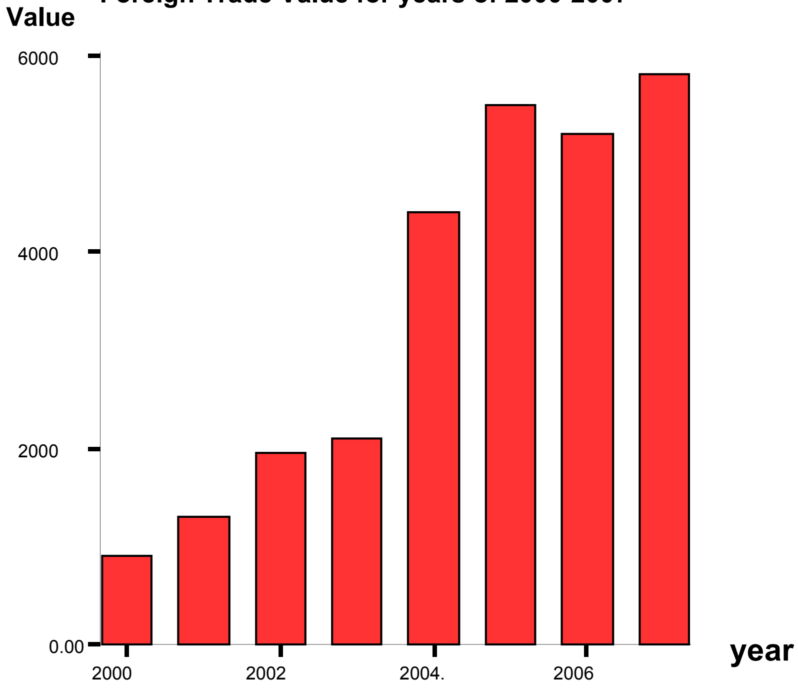
شكل بياني رقم (٢٣.١٠)

لوحة الحوار التالية من الخيار Interactive من القائمة Graph



شكل بياني رقم (٢٤.١٠)

اعمدة بيانية احادية باستخدام برنامج SPSS لمعطيات الجدول رقم (١١.٢)



- ♦ **الاعمدة المتعددة والاعمدة المركبة**

Clustered and Stacked Bars

ـ الكبس على خيارBar من القائمة Graph ليظهر لنا مربع الحوار Bar Charts كما في الشكل البياني (١٩.١٠) بعدها نكبس على الشكل Clustered في حالة الاعمدة المتعددة او على الشكل Stacked في حالة الاعمدة المركبة ثم التاشير على Summaries of separate variables

ـ الكبس على ايقونة Define variables ليظهر مربع الحوار التالي المبين في الشكل البياني رقم (٢٥.١٠) يتم فيه ادخال المتغيرات المطلوب رسمها في حقل Bar represent وهي متغيري export وimport موضوع الجدول رقم (٨.٢) ، ومتغير

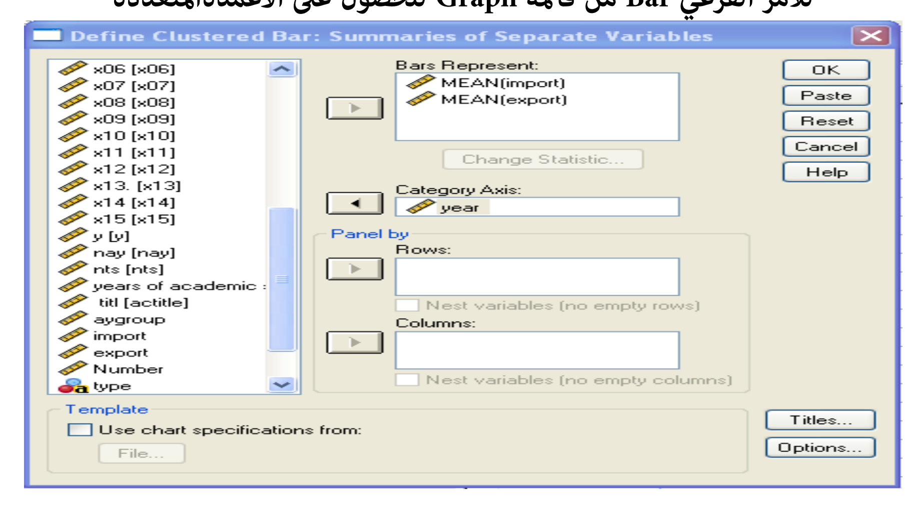
المحور الافقي وهو السنين في حقل Category Axis بعدها الكبس على ايقونة Title لتدوين عنوان الشكل البياني ،

ـ الكبس على ايقونة Continue للعودة والكبس على Ok لنحصل على الشكل البياني رقم (٢٦.١٠) في حالة الاعمدة المتعددة والشكل البياني رقم (٢٧.١٠) في حالة الاعمدة المركبة .

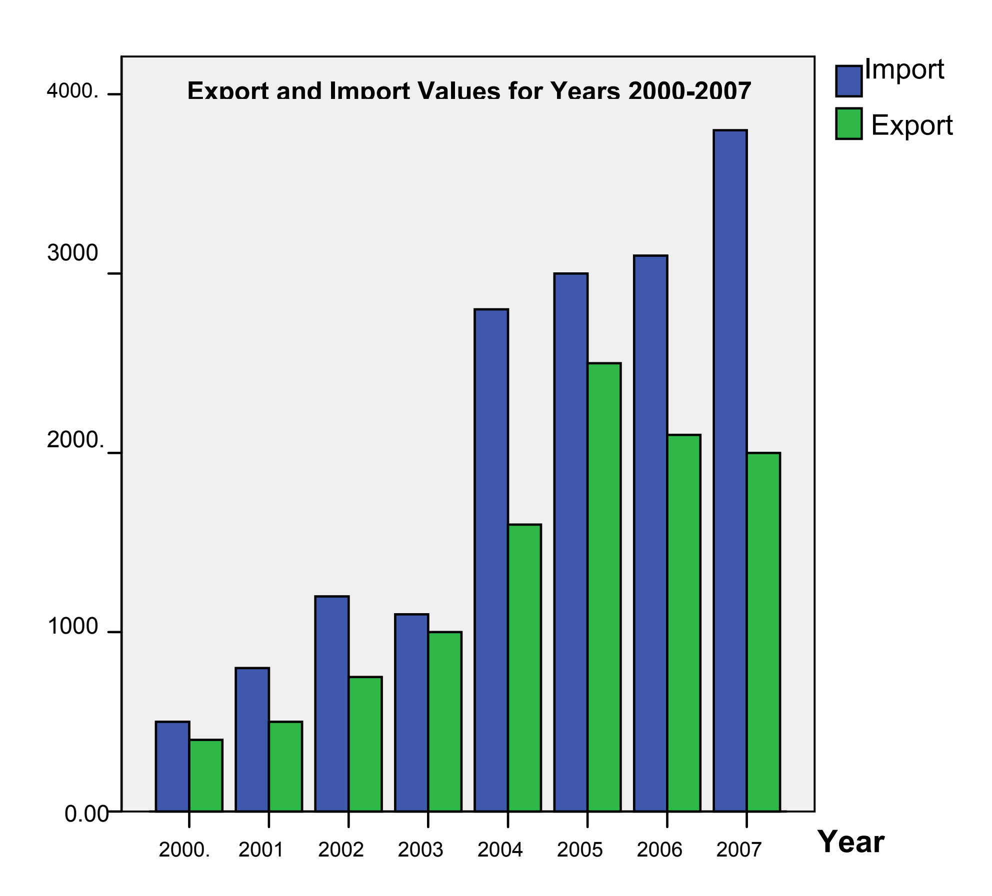
شكل بياني رقم (٢٥.١٠)

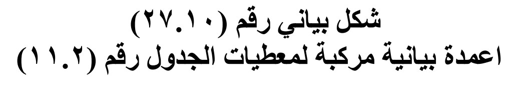
لوحة الحوار Define Clustered Bar

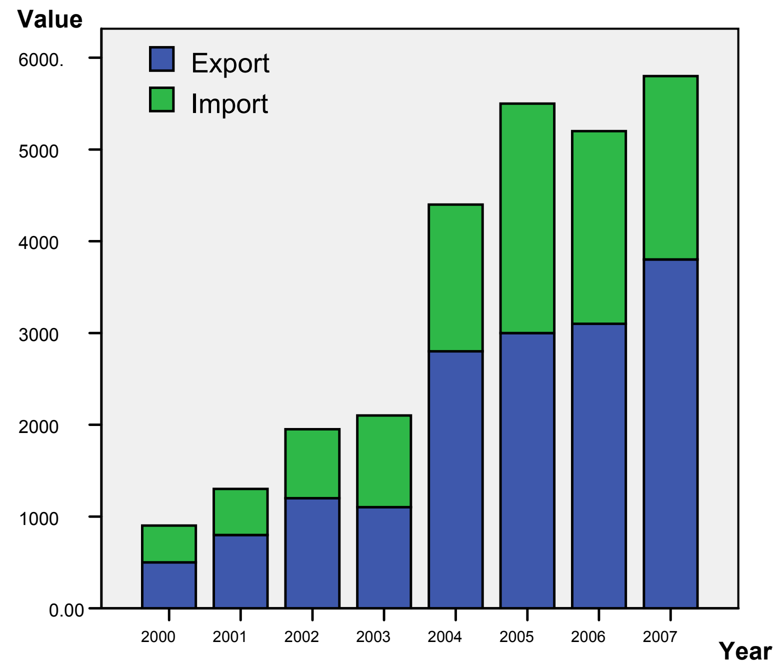
للامر الفرعي Bar من قائمة Graph للحصول على الاعمدةالمتعددة



شكل بياني رقم (١٠.٢٦)
اعمدة بيانية متعددة باستخدام برنامج SPSS لمعطيات الجدول رقم (١١.٢)







١٠-١-٤ الدائرة البيانية Pie Charts

واجراءات استخدام برنامج SPSS في الحصول على الدائرة البيانية ممكن ان يتم من خلال :

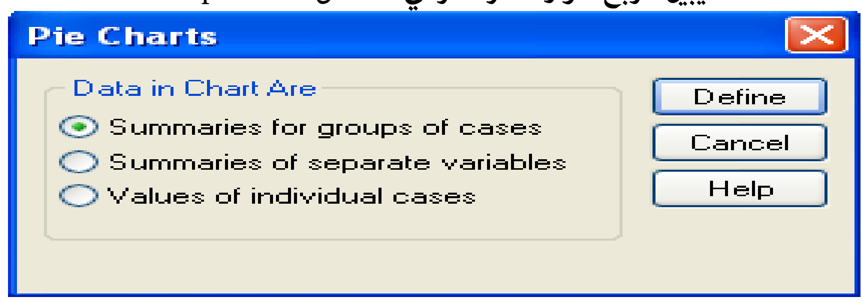
- القائمة Graph ومنها نختار الامر الفرعي Pie ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٢٨.١٠) فيتم التاشير على Summaries for groups of cases ،
- الكبس على ايقونة Define ليظهر لنا مربع الحوارالتالي المبين في الشكل رقم (٢٩.١٠) نؤشر فيه على Sum of variable ثم نقوم بتحويل المتغير الذي يتضمن القيم في الحقل الذي تحت عنوان Sum o f variable ، وتحويل المتغير الذي يتضمن الانواع او الاسماء في الحقل الذي تحت عنوان Define slice by ثم النقر على

لتظهر لوحة كتابة عنوان الرسم ، وبعد تدوين العنوان نكبس على ايقونة Continue Title للعودة لمربع الحوار ،

ـ الكبس على ايقونة Ok لنحصل على الدائرة البيانية المبينة في الشكل البياني رقم (٣٠.١٠) .

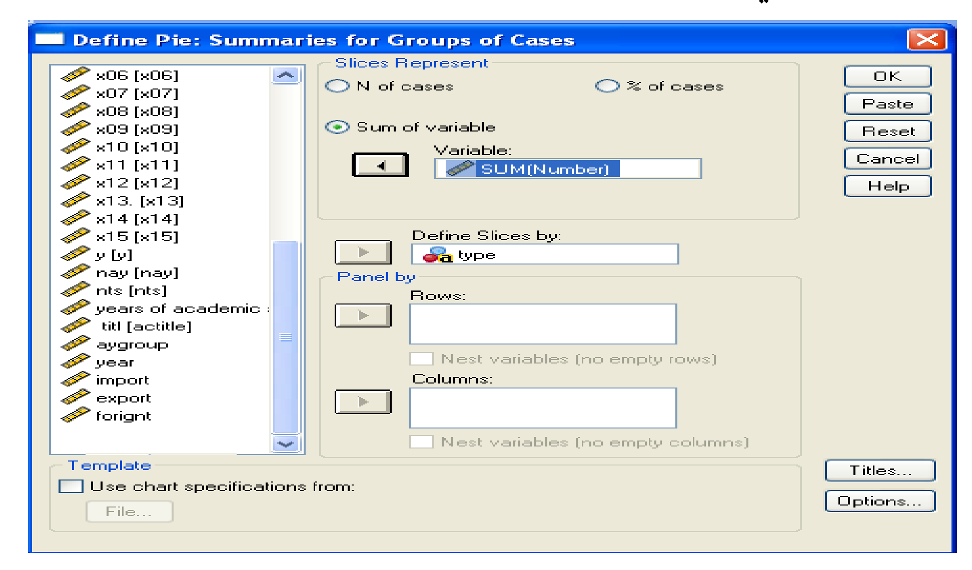
شكل بياني رقم (٢٨.١٠)

يبين مربع حوار الامر الفرعي Pie من القائمة Graph

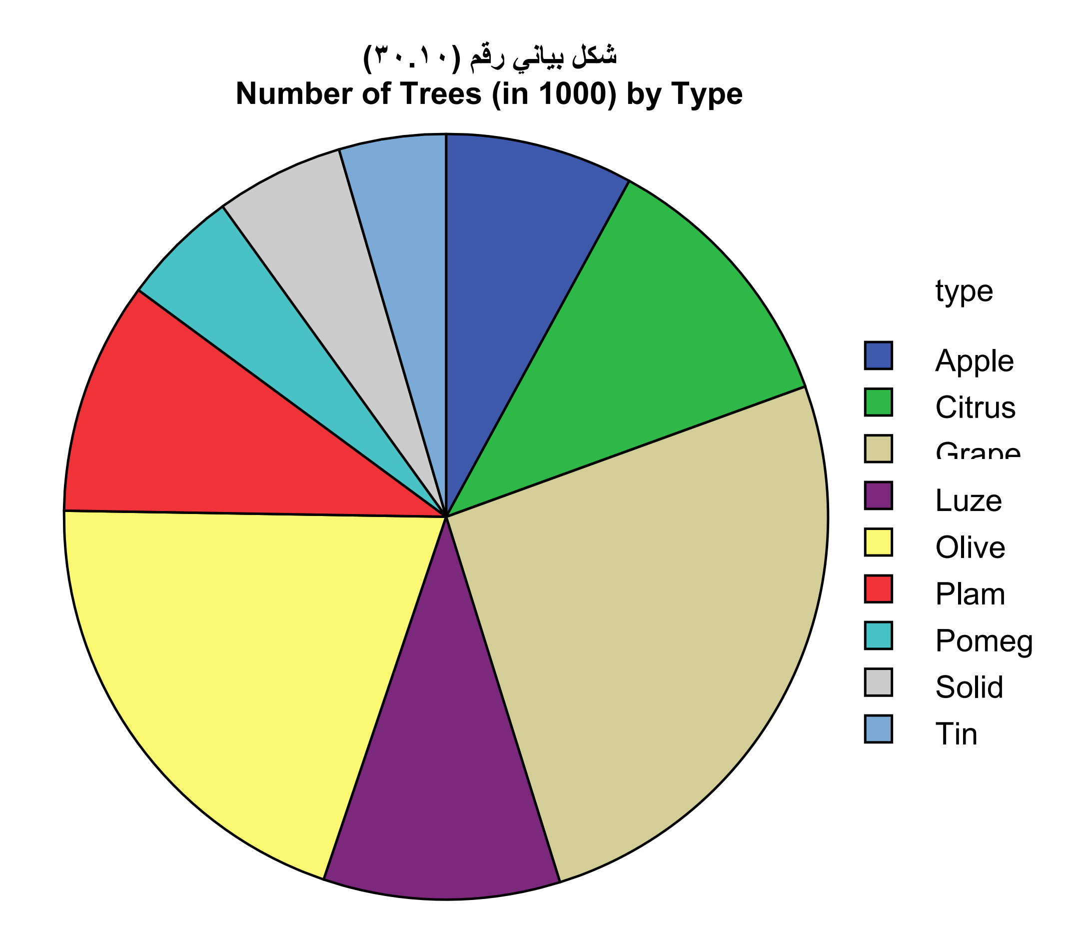


شكل بياني رقم (٢٩.١٠) : لوحة حوار Define Pie للامر

الفرعي Pie **من القائمة Graph للحصول على الدائرة البيانية**



شكل بياني رقم (٣٠.١٠)



٢-١٠ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مقاييس النزعة المركزية والتشتت

تتوفر في البرنامج عدة اوامر فرعية من قائمة Analysis للحصول على مقاييس النزعة المركزية والتشتت ، سواء بصورة مجملة او تفصيلية ، اعتمادا على الخيارات التي يتم ناشيرها . فمثلا يساعد التاشير على خيار Display cases من عرض المعطيات تحت التحليل للقيام بتدقيقها والتاكد من صحة ادخالها فقد يحصل ان نكون قد سجلنا الرقم ١٠ بدلا من الرقم ٠١ او دونا رمز يدخن بدل لايدخن وماشابه ، كما يساعد خيار Options في حالة الرغبة بتدوين عنوان جدول المخرجات مثلا وهكذا . ونتناول في الاتي اهم الاوامر الفرعية في تحقيق هدف الحصول على هذه المقاييس بصورة كفوءة ووافية .

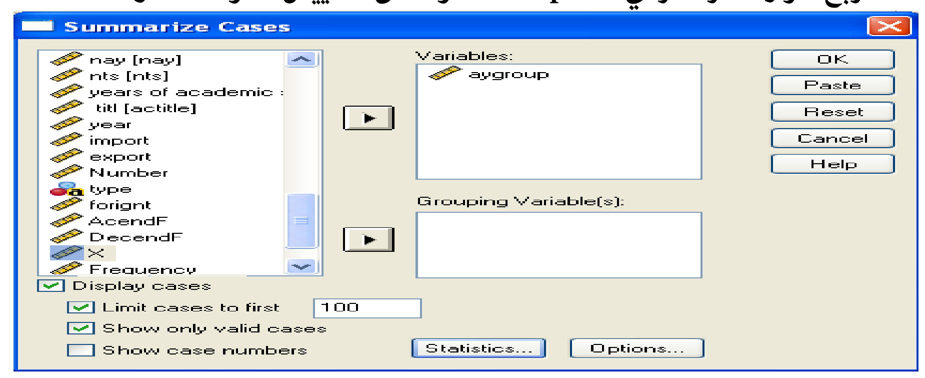
١٠-٢-١ الامر الفرعي Reports

ويفضل استخدامه في الحالات التي لايزيد حجم العينة على ١٠٠ مشاهدة ، ويتم من خلال قائمة Analysis ⟵ Reports ⟵ Case summaries

- ليظهر لنا مربع الحوار summarize cases المبين في الشكل البياني رقم (٣١.١٠) ، فلو فرضنا ان المتغير المستهدف هو aygroup ، فيتم تحويله الى المربع تحت عنوان Variables بواسطة السهم الموجود الى جانب المربع كما مبين على ذات الشكل البياني المذكور. وفي حالة الرغبة باظهار معطيات المتغير (او عدد من المتغيرات) لغرض تدقيقها مثلا يتم التاشير على ذلك في اسفل مربع الحوار
- الكبس على ايقونة Statistics لنحصل على لوحة الحوار Summary Report : Statistics المبينة في الشكل البياني رقم (٣٢.١٠) ليتم فيها تحديد المقاييس المطلوب الحصول عليها ، فان كانت الرغبة الحصول على جميعها يتم تضليلها وتحويلها مرة واحدة الى الموقع تحت العنوان Cell statistics ، من ثم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار cases summarize ٫
- الكبس على ايقونة Options الموجودة في مربع الحوار summarize cases ايضا لغرض تدوين عنوان جدول المخرجات ، فتظهر لنا لوحة العنوان Option المبينة في الشكل البياني رقم (٣٣.١٠) ، وعقب اتمام عملية تدوين العنوان يتم الكبس على ايقونة Continue للعودة من جديد الى مربع الحوار summarize cases .
- الكبس على ايقونة Ok للحصول على المخرجات المبينة في مجموعة الجداول رقم (٥.١٠) .

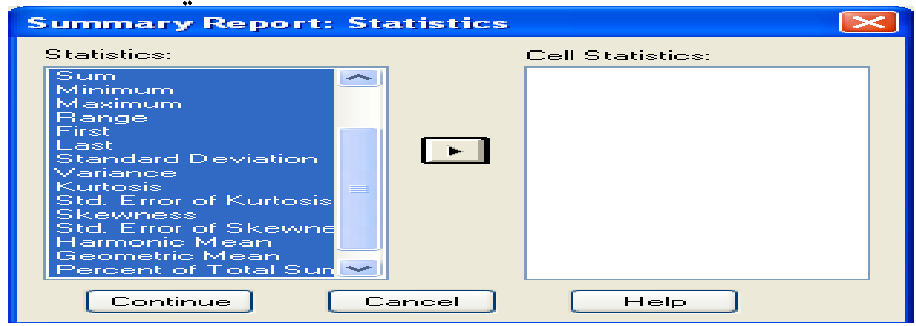
شكل بياني رقم (٣١.١٠)

مربع حوار الامر الفرعي Reports للحصول على مقاييس المتوسطات والتشتت



شكل بياني رقم (٣٢.١٠)

لوحة حوار تحديد المقاييس الاحصائية المطلوبة من الامر الفرعي Reports



شكل رقم (٣٣.١٠)

لوحة Option لتدوين عنوان جدول مخرجات خيار Case summaries

Options

Title:

Case Summaries

Caption:

Subheadings for totals

Exclude cases with missing values listwise

Missing statistics appear as:

Continue

Cancel

Help

جداول مخرجات رقم (٥.١٠)

استخدام الخيار Case summaries من الامر الفرعي Reports

للحصول على مقاييس النزعة المركزية والشتت لمعطيات المثال (١.٢)

Case Processing Summary(a)

	Cases					
	Included		Excluded		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
tys	74	100.0%	0	.0%	74	100.0%

a Limited to first 100 cases.

Case Summaries (a) مقطع من المعطيات

55		28.00
56		24.00
57		8.00
58		3.00
59		4.00
60		14.00
61		18.00
62		2.00
63		29.00
64		4.00
65		9.00
66		20.00
67		26.00
68		14.00
69		10.00
70		3.00
71		3.00
72		10.00
73		15.00
74		20.00
Total	**N**	**74**
	Mean	**12.5000**
	Median	**9.0000**
	Range	**34.00**
	Std. Deviation	**10.29596**

Variance	106.007
Kurtosis	-.341
Skewness	.936
Harmonic Mean	6.1029
Geometric Mean	8.7069

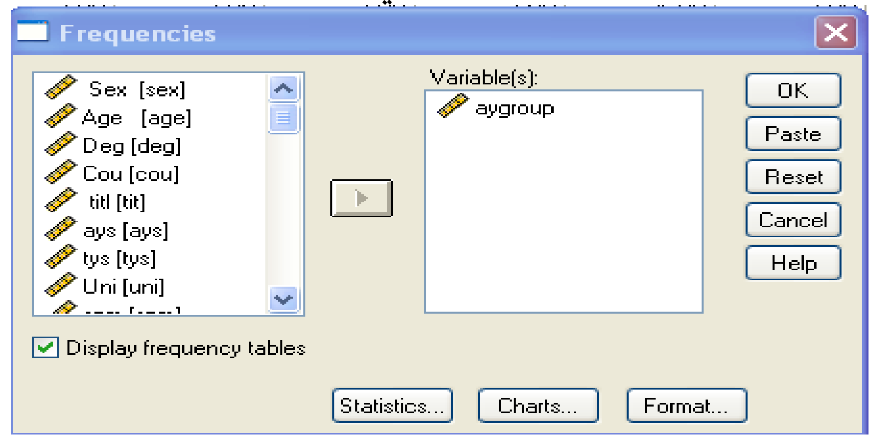
a Limited to first 100 cases.

١٠-٢-٢ الخيار Frequencies من الامر الفرعي Descriptive Statistics

- فيظهر لنا مربع الحوار Frequencies المبين في الشكل رقم (٣٤.١٠) ، فان كان المتغير المستهدف هو aygroup مثلا ، فيتم تحويله الى المربع تحت عنوان Variables بواسطة السهم الموجود الى جانب المربع والمبين على ذات الشكل البياني .
- الكبس على ايقونة Statistics لنحصل على لوحة حوار :Frequencies Statistics المبينة في الشكل البياني رقم (٣٥.١٠) ليتم فيها التاشيرعلى المقاييس المطلوب الحصول عليها ، من ثم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار Frequencies.
- الكبس على ايقونة Charts الموجودة في مربع الحوار Frequencies فتظهر لنا لوحة خيارات الاشكال البيانية Frequencies : Charts المبينة في الشكل البياني رقم (٣٦.١٠) فيتم التاشير على الشكل البياني المطلوب في حالة الرغبة في ذلك ، وعقب اتمام عملية التاشير، يتم الكبس على ايقونة Continue للعودة من جديد الى مربع الحوار .Frequencies
- الكبس على ايقونة Ok للحصول على المجرجات المبينة في مجموعة الجداول رقم (٦.١٠)

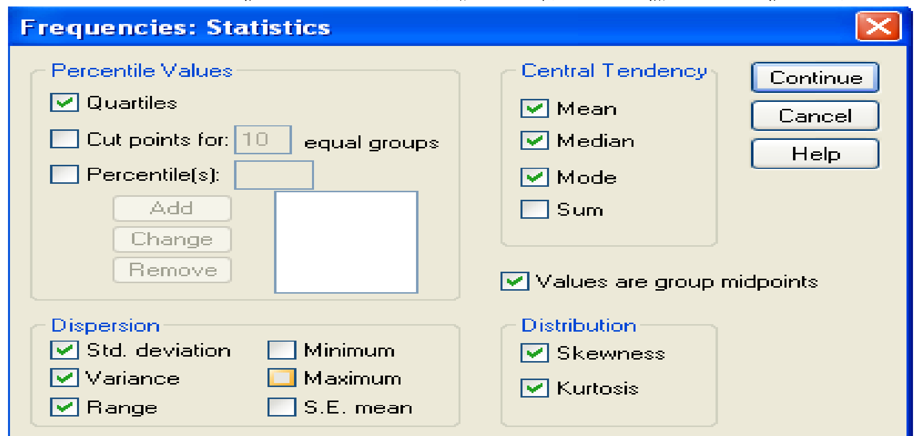
شكل بياني رقم (٣٤.١٠) : مربع الحوار

للخيار Frequencies من الامر الفرعي Descriptive Statistics



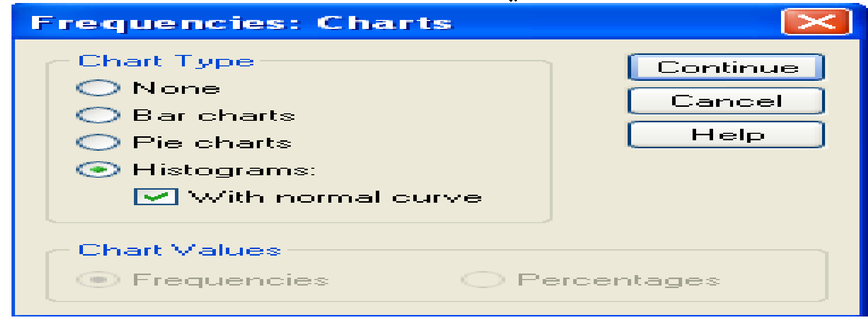
شكل بياني رقم (٣٥.١٠)

لوحة خيارات المقاييس المطلوبة من ايقونة Statistics لخيار Frequencies



شكل بياني رقم (٣٦.١٠)

لوحة خيارات الشكل البياني المطلوب Charts لخيار Frequencies



جداول مخرجات رقم (٦.١٠) خيار

Descriptive Statistics من الامر الفرعي Frequencies

للحصول على مقاييس النزعة المركزية والشتت للمتغير aygroup

N	Valid	74
	Missing	0
Mean		12.5000
Std. Error of Mean		1.19688
Median		8.8333(a)
Mode		3.00
Std. Deviation		10.29596
Variance		106.007
Skewness		.936
Std. Error of Skewness		.279
Kurtosis		-.341
Std. Error of Kurtosis		.552
Range		34.00
Sum		925.00
Percentiles	25	3.9000(b)
	50	8.8333
	75	19.0000

a Calculated from grouped data. b Percentiles are calculated from grouped data

tys

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	2.00	4	5.4	5.4	5.4
	3.00	11	14.9	14.9	20.3
	4.00	9	12.2	12.2	32.4
	5.00	3	4.1	4.1	36.5
	6.00	4	5.4	5.4	41.9
	7.00	2	2.7	2.7	44.6
	8.00	3	4.1	4.1	48.6
	9.00	3	4.1	4.1	52.7
	10.00	4	5.4	5.4	58.1
	12.00	3	4.1	4.1	62.2
	13.00	1	1.4	1.4	63.5
	14.00	2	2.7	2.7	66.2
	15.00	2	2.7	2.7	68.9
	16.00	1	1.4	1.4	70.3
	18.00	4	5.4	5.4	75.7
	20.00	2	2.7	2.7	78.4
	21.00	1	1.4	1.4	79.7
	24.00	1	1.4	1.4	81.1
	25.00	2	2.7	2.7	83.8
	26.00	1	1.4	1.4	85.1
	27.00	2	2.7	2.7	87.8
	28.00	2	2.7	2.7	90.5
	29.00	1	1.4	1.4	91.9
	34.00	3	4.1	4.1	95.9
	35.00	1	1.4	1.4	97.3
	36.00	2	2.7	2.7	100.0
	Total	74	100.0	100.0	

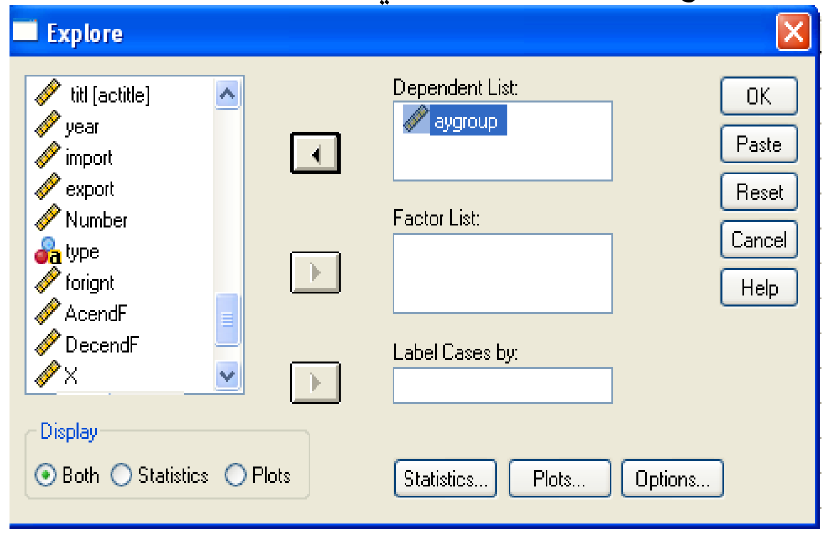
١٠-٢-٣ الخيار explore من الامر الفرعي Descriptive Statistics

ويمكن ايضا استخدام الخيار explore في الحصول على مقاييس النزعة المركزية والتشتت ، بالاضافة الى فحص المعطيات لتصحيح الاخطاء ان وجدت ، كذلك للتحقق المسبق من توفر بعض الشروط الاحصائية المطلوبة في الاختبارات الاحصائية ، كتوفر التوزيع الطبيعي Normality عن طريق اختبار Shapiro Wilks او Lilliefore ، وشرط تجانس التباين Homogeneity of Variances عن طريق اختبار Levene Test وغير ذلك ، وبض مقاييس النزعة المركزية التي لاتتاثر بالقيم المتطرفة للعينة الكلية او لمجموعة فرعية من العينة مثل Trimmed means و M-estimators ، كما ويمكن استخدامه في الحصول على اشكال متل Stem-and-Leaf Plot او Box Plot لعرض المتغير (او المتغيرات) . **اما خطوات استخدام الخيار explore فتتلخص بما يلي:**

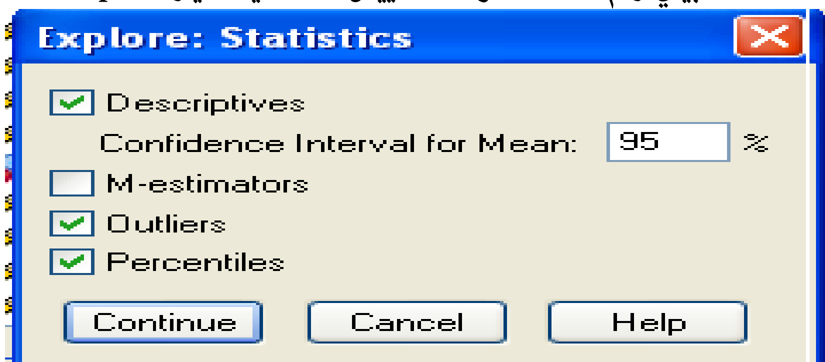
- explore ⟵ Descriptive Statistics ⟵ Analysis
- فنحصل على مربع الحوار explore المبين في الشكل البياني رقم (٣٧.١٠) . ليتم نقل المتغير (او المتغيرات) باستخدام السهم الجانبي الى القائمة تحت عنوان Dependent List ، ثم الكبس على ايقونة Statistics في اسفل مربع الحوار لتظهر لنا لوحة Statistics .
- نؤشر على لوحة Statistics المبينة في الشكل البياني رقم (٣٨.١٠) ، الخيارات المطلوبة ، ثم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار explore .
- الكبس على ايقونة Plot لتاشير الرسوم البيانية في حالة الرغبة فتظهر لنا لوحة Plot لاجراء اللازم كما في اعلاه ، ومن ثم العودة مرة اخرى لمربع الحوار explore ،
- الكبس على Ok لنحصل على المخرجات المبينة في مجموعة الجداول رقم (٧.١٠) وعلى الشكل البياني رقم (٣٩.١٠) .

شكل بياني رقم (٣٧.١٠)

مربع حوار explore للامر الفرعي Descriptive Statistics



شكل بياني رقم (٣٨.١٠) لوحة المقاييس الاحصائية لخيار explore



شكل بياني رقم (٣٩.١٠)

Explore باستخدام الخيار (Stem-and-Leaf Plot)

7.00 1 . 0000000

10.00 2 . 0000000000

9.00 3 . 000000000

22.00 4 . 0000000000000000000000

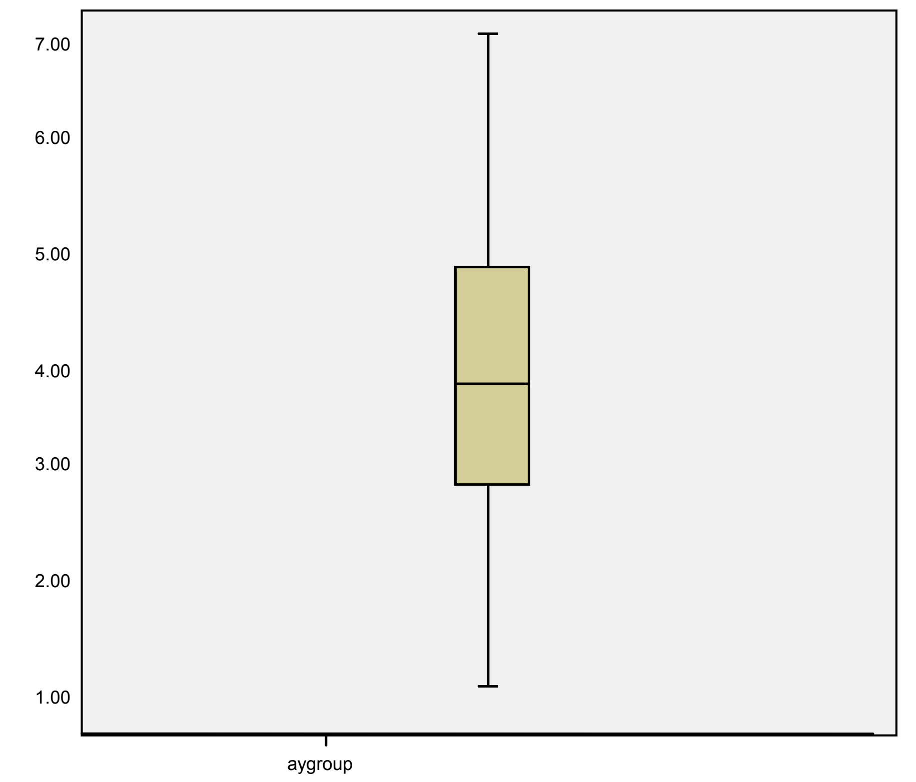
15.00 5 . 000000000000000

8.00 6 . 00000000

3.00 7 . 000

Stem width: 1.00

Each leaf: 1 case(s)



مجموعة جداول رقم (٧.١٠)
مخرجات الخيار explore للامر الفرعي
Descriptive Statistics للحصول على المقاييس الاحصائية

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
tys	74	100.0%	0	.0%	74	100.0%

Descriptives

			Statistic	Std. Error
tys	Mean		12.5000	1.19688
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	10.1146	
		Upper Bound	14.8854	
	5% Trimmed Mean		11.8138	
	Median		9.0000	
	Variance		106.007	
	Std. Deviation		10.29596	
	Minimum		2.00	
	Maximum		36.00	
	Range		34.00	
	Interquartile Range		14.50	
	Skewness		.936	.279
	Kurtosis		-.341	.552

١٠-٣ استخدام برنامج SPSS في اختبارات الفروض وتحليل التباين

١٠-٣-١ استخدام برنامج SPSS لانجاز الاختبار الاحادي

عقب انشاء ملف المعطيات للمثال (١.٥) اعلاه ، يتم متابعة الخطوات التالية :

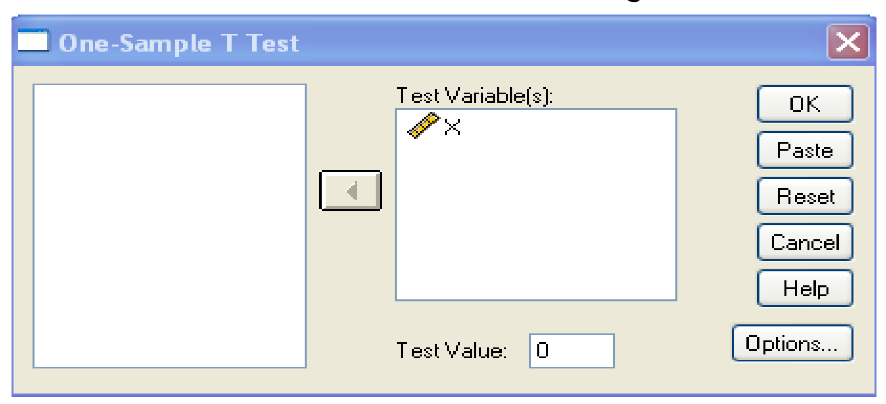
- استخدام قائمة Analysis من برنامج SPSS ومن ثم الامر الفرعي Compare Means ومنه اختيار One sample test ،
- يظهر مربع الحوار One sample test المبين في الشكل البياني رقم (٤٠.١٠) ، ويتم نقل المتغير الى داخل المربع تحت Test Variable باستخدام السهم الجانبي ،
- الكبس على ايقونة Options من اجل تحديد درجة الثقة المستهدفة ، لتظهر لنا اللوحة المبينة في الشكل البياني رقم (٤١.١٠) ، وبعد الانتهاء من تدوين درجة الثقة

في حالة كانت تختلف عن القيمة المثبتة وهي ٠.٩٥ يتم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار ،

- الكبس على ايقونة Ok الموجودة على مربع الحوار لنحصل على المخرجات المبينة في مجموعة الجداول رقم (٨.١٠) .

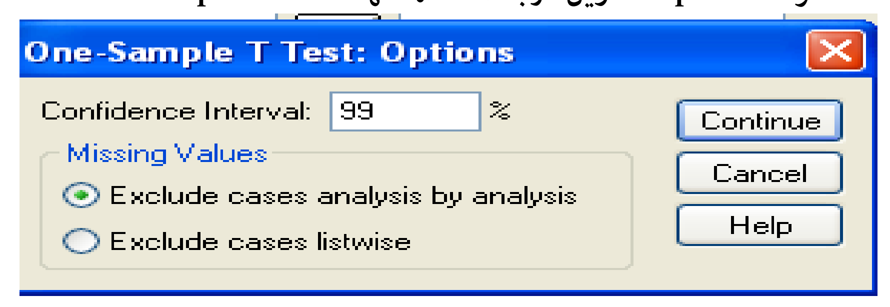
الشكل البياني رقم (٤٠.١٠)

مربع حوار اختبار One Sample T-test



الشكل البياني رقم (٤١.١٠)

لوحة Options لتدوين درجة الثقة المستهدفة One Sample T-test



مدموعة جداول رقم (٨.١٠)

مخرجات نتائج تحليل الاختبار الاحادي One sample test

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
X	62	6.4710	.53909	.06846

One-Sample Test

	Test Value = 0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	99% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
X	94.516	61	.000	6.47097	6.2889	6.6530

ومن المخرجات المبينة في الجدول رقم (٨.١٠) نستدل على صحة ادعاء الشركة ، حيث ان النتائج مقبولة بمعنوية عالية $\alpha = 0.000$ وان متوسط المجتمع μ عند درجة ثقة مقدارها ٩٩ % يقع بين القيمتين ٦.٦٥٣ و ٦.٢٨٨٩ وان متوسط العينة ٦.٤٧١ شبه مطابق للمتوسط الذي اشارت اليه الشركة والبالغ ٦.٥ كغم . وبذلك تقبل فرضية العدم H_o وهي : H_o: $\mu = 6.5$ ورفض الفرضية البديلة : H_1: $\mu \neq 6.5$. مع الاشارة الى ان قيمة المحتسبة المبينة في الجدول اعلاه تعني ٠.٩٤٥ .

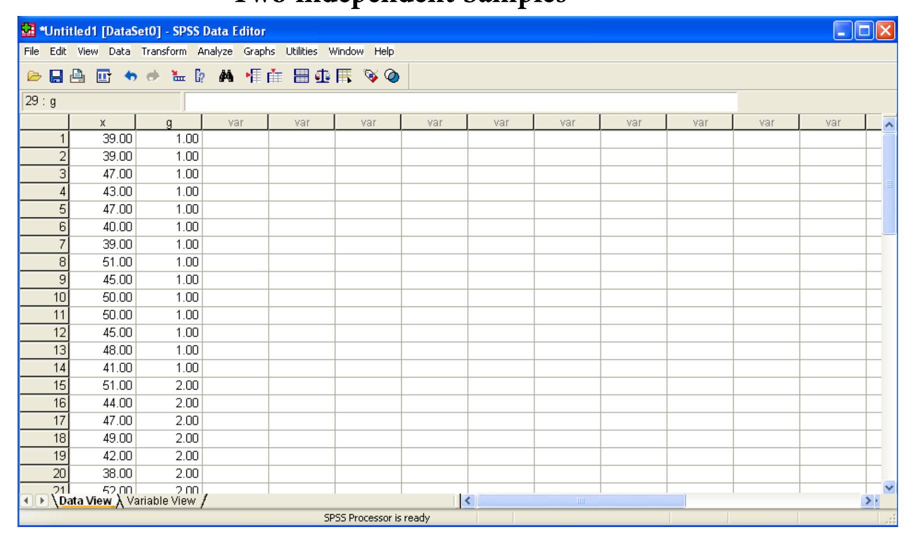
١٠-٣-٢ استخدام برنامج SPSS لانجاز اختبارالفروق بين مجتمعين مستقلين

من المفيد الاشارة اولا الى ان صيغة انشاء الملف لهذا الاختبار عند استخدام برنامج SPSS يتطلب ادخال كلا العينتين بذات العمود و في العمود الثاني يتم اعطاء القيمة ١ امام قيم العينة الاولى والقيمة ٢ امام قيم العينة الثانية وكما مبين في الشكل البياني رقم (٤٢.١٠) التالي :

الشكل البياني رقم (٤٢.١٠)

نموذج انشاء الملف لاختبارالفروق بين مجتمعين مستقلين

Two independent Samples



*Untitled1 [DataSet0] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

29 : g

	x	g	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	39.00	1.00										
2	39.00	1.00										
3	47.00	1.00										
4	43.00	1.00										
5	47.00	1.00										
6	40.00	1.00										
7	39.00	1.00										
8	51.00	1.00										
9	45.00	1.00										
10	50.00	1.00										
11	50.00	1.00										
12	45.00	1.00										
13	48.00	1.00										
14	41.00	1.00										
15	51.00	2.00										
16	44.00	2.00										
17	47.00	2.00										
18	49.00	2.00										
19	42.00	2.00										
20	38.00	2.00										
21	52.00	2.00										

Data View / Variable View

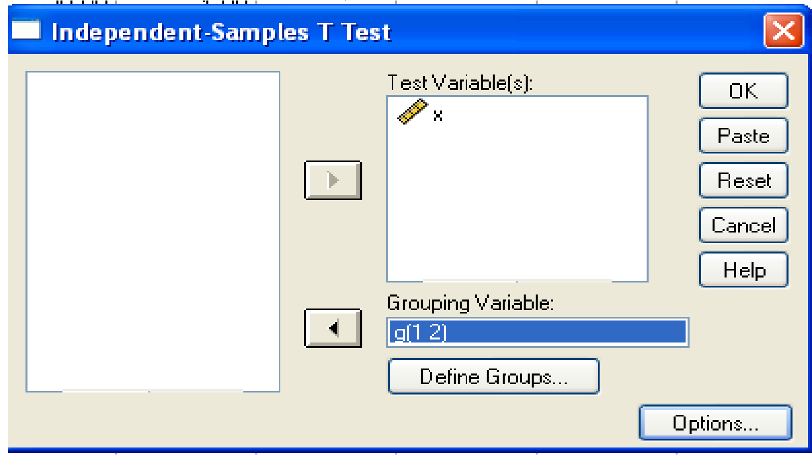
SPSS Processor is ready

وان اجراءات عملية التحليل تتلخص بالخطوات التالية :

- من قائمة Analysis يتم اختيارالامر الفرعي Compare Mean ، ثم الخيار Independent sample T-test ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٤٣.١٠) ، وفيه يتم نقل المتغير x_i الى الموقع تحت عنوان Test Variable ، ونقل المتغير g تحت العنوان Grouping Variable ،
- الكبس على ايقونة Define Group لتظهرلنا الوحة المبينة في الشكل البياني رقم (٤٣.١٠) ليتم فيها تدوين رموز كل من العينة الاولى والعينة الثانية والتي هي ١ و٢ كما مبين في الملف في الشكل البياني رقم (٤٢.١٠) .
- الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار ، وفي حالة الحاجة لتغير درجة الثقة يتم الكبس على ايقونة Options لاجراء عملية التغير والعودة مرة اخرى الى مربع الحوار للكبس على ايقونة Ok لنحصل على المخرجات المبينة في الجداول رقم (٩.١٠) .

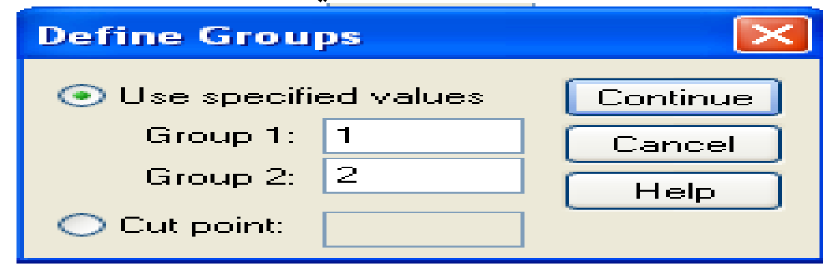
الشكل البياني رقم (٤٣.١٠)

مربع حوار اختبار الفروق بين متوسطي مجتمعين موزعين طبيعيا



الشكل البيني رقم (٤٤.١٠)

لوحة تدوين رموز العينات في المتغير g



ومن الجداول رقم (٩.١٠) نجد بان قيمة متوسط هذه الفروق البالغ 1.367- غم يقع ضمن حدي الثقة عند درجة ٩٥ % ، و ان قيمة t المحتسبة ومقدارها ٠.٧٥٢- هي تقل عن مستوى معنوية ٠.٠٥ ، وعليه نقبل فرضية تماثل اوزان منتجات كلا المصنعين ، الاان حصيلة اختبار f غير معنوية مما يشير الى عدم تساوي تبايني العينتين . وقد يعود ذلك لصغر حجم العينة التي يصعب معها تاكيد التوزيع الطبيعي للمجتمع .

جداول رقم (٩.١٠)

مخرجات برنامج SPSS لاختبار T للفروق بين عينتين مستقلتين

	g	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
x	1.00	14	44.5714	4.41526	1.18003
	2.00	14	45.9286	5.10602	1.36464

(جزء١ من الجدول)

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
x	Equal variances assumed	.257	.617
	Equal variances not assumed		

(الجزء ٢ من الجدول اعلاه) - تكملة

t-test for Equality of Means						
t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
-.752	26	.459	-1.35714	1.80408	-5.065	2.3512
-.752	25.46	.459	-1.35714	1.80408	-5.069	2.3549

١٠-٣-٣ استخدام برنامج SPSS في أختبار المقارنات الزوجية Paired Samples

بعد انشاء ملف بمعطيات المتغيرين المبينة في الجدول (٣.٧) واخضاعها للتحليل لبرنامج SPSS يتم من خلال الخطوات التالية :

- الكبس على خيار Paired samples T-test من الامر الفرعي Compare means من قائمة Analysis ليظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٤٥.١٠) ، وفيه يتم استخدام السهم الجانبي لنقل المتغيرين الى تحت عنوان Paired Variables ، كذلك اجراء تاشيرلكلا المتغيرين تحت Current Selection مقابل المتغيرات المدونة في مربع الحوار.
- واذا لم تكن حاجة لتغير درجة الثقة المقررة وهي ٩٥ % ، التي تستدعي الكبس على ايقونة Options ، عندها يتم الكبس على ايقونة Ok لنحصل على المخرجات المبنة في جداول رقم (١٠.١٠) .

ومن نتائج التحليل المبينة في الجداول رقم (١٠.١٠) ، نجد ان التحليل في مرحلته الاولى يعرض متوسطي اطوال النباتات لكل من متغيري قبل وبعد تعرضها للضوء الاضافي وهي :

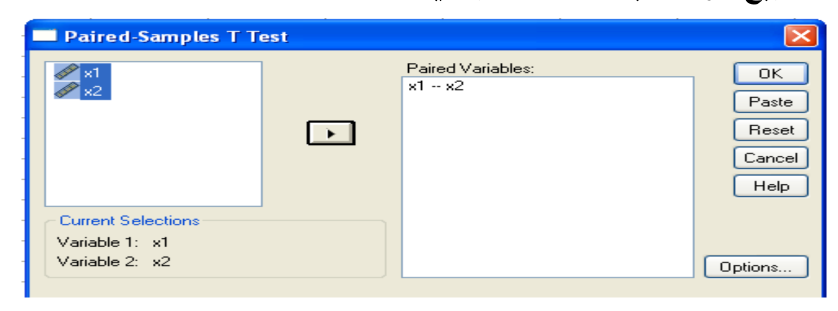
$$\text{Before,}\ \bar{x}_{1i} = 34.9$$
$$\text{After,}\ \bar{x}_{2i} = 36.5$$

وبانحراف معياري مقداره ٣.٥١ و ٤.٤٥٣ على التوالي . وهذا يعني ان تعرض النباتات للضوء الاضافي ادى الى زيادة في النمو بحوالي ١.١ سم ، الا ان مقدار الزيادة قد تفاوتت من نبتة لاخرى كما يستدل من الارتفاع الذي طرأ في مقدار الانحراف المعياري ، اي ان الضوء الاضافي كان تاثيره متباينا من نبتة لاخرى . وان معامل الارتباط الذي يدل على العلاقة بين الحالتين يشير الى علاقة قوية مقدارها ٠.٨٩٩ وهي معنوية عند ٠.٠٠٠ .

اما حصيلة الاختبار فتدل على قبول فرضية العدم عند مستوى معنوية 0.05 اي بدرجة ثقة مقدارها % 95 ، اي ان تعريض هذا النوع من النباتات الظلية لضوء اضافي من شانه ان يزيد في معدل نموها بدرجة معقولة .

الشكل البياني (٤٥.١٠)

مربع حوار اختبار المقارنات الزوجية Paired Samples T-test



جداول رقم (١٠.١٠)

توضح نتائج اختبار Paired samples T-test للمثال (٣.٨)

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	X1l & X2l	10	.899	.000

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	X1l	34.9000	10	3.5103	1.1101
	X2l	36.5000	10	4.4535	1.4083

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	.99% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1 X1l - X2l	-1.6000	2.0111	.6360	-1.6081	-1.5919	-2.516	9	.033

١٠-٣-٤ استخدام برنامج SPSS في اختبار التجانس ، χ^2

مثال (١.١٠) : في دراسة قامت بها قناة تلفزيونية لمعرفة كان برنامجها الترفيهي له نفس الاهتمام بين كافة الفئات العمرية ، فاختارت عينة من المشاهدين حجمها $n = 74$ وحصلت على النتائج المبنة في الجدول رقم (١١.١٠) ، والمطلوب استخدام برنامج SPSS لاختبار ان كان هناك فروق في رغبة مشاهدة البرنامج بين الفئات العمرية عند مستوى معنوية $\alpha =$ ٠.٠٥ .

جدول رقم (١١.١٠)

عينة من مشاهدي قناة تلفزيونية حسب

الفئة العمرية والرغبة في مشاهدة البرنامج الترفيهي

الفئة العمرية	مستوى الرغبة			
	لايرغب	يرغب	يرغب جدا	المجموع
أقل من ١٨	٢٠	١٦	٤	٤٠
١٨- ٥٠	١٠	٨	٣	٢١
٥٠ فاكثر	٦	٥	٢	١٣
المجموع	٣٦	٢٩	٩	٧٤

الحل لــ (١.١٠) :

- من المفيد الاشارة اولا الى ان تكوين الملف لاستخدام برنامج SPSS في اختبار التجانس يتطلب اعطاء المتغير الاول وهي الفئات العمرية القيم ١ للفئة الاولى والقيم ٢ للثانية وتاخذ الفئة الثالثة القيم ٣ ، وعلى نفس الغرار بالنسبة للمتغير الثاني وهو متغيرالرغبة ، تعطى القيم ١ لحالة عدم الرغبة والقيم ٢ للرغبة والقيم ٣ لحالة راغب جدا ، وهذا طبعا لكل قيمة من قيم المعطيات اي لغلية ٤٠ قيمة للفئة الاولى ولغاية ٣٦ قيمة لحالة عدم الرغبة من المتغير الثاني وهكذا ، وكما مبين في الشكل البياني رقم (٤٦.١٠) .

الشكل البياني رقم (٤٦.١٠)
اسلوب ادخال المعطيات لتكوين ملف لاختبار التجانس

*Untitled1 [DataSet0] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

44 : desire

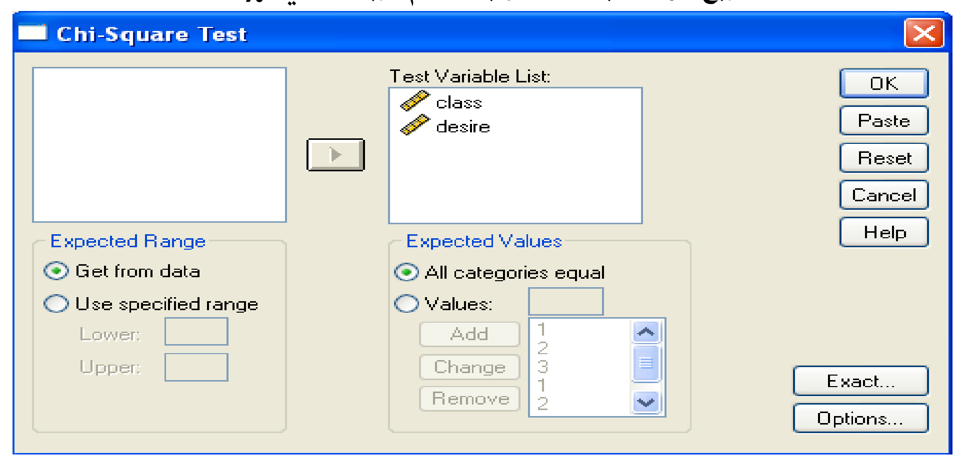
	class	desire	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
23	1.00	1.00										
24	1.00	1.00										
25	1.00	1.00										
26	1.00	1.00										
27	1.00	1.00										
28	1.00	1.00										
29	1.00	1.00										
30	1.00	1.00										
31	1.00	1.00										
32	1.00	1.00										
33	1.00	1.00										
34	1.00	1.00										
35	1.00	1.00										
36	1.00	1.00										
37	1.00	2.00										
38	1.00	2.00										
39	1.00	2.00										
40	1.00	2.00										
41	2.00	2.00										
42	2.00	2.00										
43	2.00	2.00										

Data View | Variable View

SPSS Processor is ready

- يتم اخضاع الملف للامر Analysis ومنه الامر الفرعي Non-parametric test ثم الكبس على الخيار Chi-square ليظهر مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٤٧.١٠) ،

الشكل البياني رقم (٤٧.١٠)
مربع حوار اختبار التجانس باستخدام مربعات كاي χ^2



- يتم نقل المتغيرين تحت عنوان Test Variable List باستخدام السهم الموجود بجنب مربع الحوار، ومن ثم التاشير عند All Categories Equal ،
- الكبس على ايقونة Ok فنحصل على المخرجات المبينة في الجداول رقم (١٢.١٠) بضمنها جدول الاحصاء الوصفي الذي يشير الى تشابه قيمتي متوسطي المتغيرين والى تجانس الاراء ضمن الفئات العمرية كما يتضح من قيم الانحراف المعياري لكلا المتغيرين ، كما و يستدل على معنوية النتائج عند درجة ثقة ٩٥ % التي جاءت عند درجة معنوية ٠.٠٠٠ ، حيث ان معنوية asymptotic significance التي تعتمد على توزيع asymp. distribution تعتبر مقبولة عند اقل من ٥ % . اي قبول H_0 القائلة بتجانس معايير التصنيف لكلا المتغيرين .

جداول رقم (١٢.١٠)

مخرجات برنامج SPSS لاستخدام اختبار Chi-Square Test

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
age groups	74	1.6351	.7688	1.00	3.00
level of wish	74	1.6351	.6939	1.00	3.00

age groups

	Observed N	Expected N	Residual
1.00	40	24.7	15.3
2.00	21	24.7	-3.7
3.00	13	24.7	-11.7
Total	74		

level of wish

	Observed N	Expected N	Residual
1.00	36	24.7	11.3
2.00	29	24.7	4.3
3.00	9	24.7	-15.7
Total	74		

Test Statistics

	age groups	level of wish
Chi-Square [a]	15.595	15.919
df	2	2
Asymp. Sig.	.000	.000

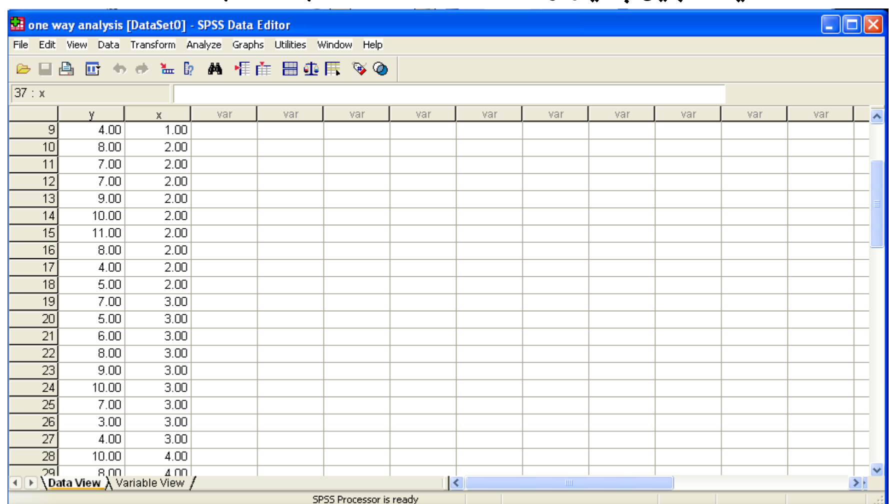
١٠-٣-٥ استخدام برنامج SPSS في تحليل التباين بمعيار واحد

توظيف معطيات المثال رقم (١٤.٥) ، في متابعة تحليل التباين باستخدام برنامج SPSS

- ولكون لدينا متغير بعدة مستويات (مجاميع) ، وعليه نستخدم تحليل التباين بمعيار واحد One-Way Analysis of Variance وأول خطوة مطلوبة في استخدام برنامج SPSS هي اعداد ملف المعطيات بوضع قيم كافة المناطق في متغير (عمود) واحد كمتغير تابع ، ووضع رموز كل منطقة امام قيمها الواردة في المتغير التابع لتشكيل المتغير المستقل او ما يدعى Factor وكما مبين في الشكل البياني رقم (٤٨.١٠) ،

الشكل البياني رقم (٤٨.١٠) يبين شكل ملف المدخلات

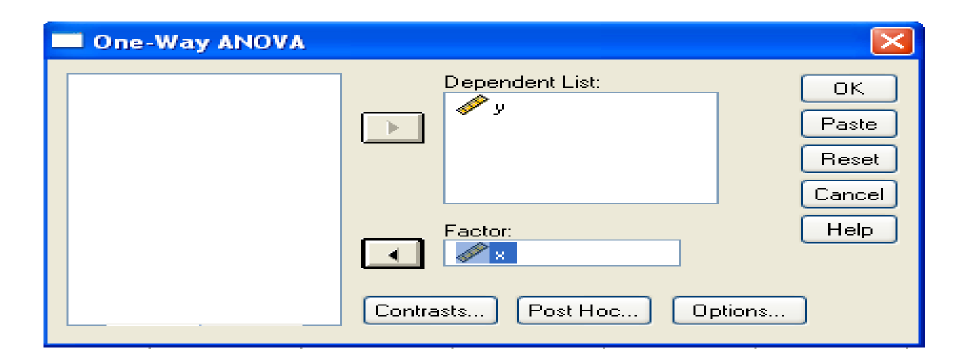
لتحليل التباين بمعيار واحدOne-Way Analysis of Variance



	y	x	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
9	4.00	1.00										
10	8.00	2.00										
11	7.00	2.00										
12	7.00	2.00										
13	9.00	2.00										
14	10.00	2.00										
15	11.00	2.00										
16	8.00	2.00										
17	4.00	2.00										
18	5.00	2.00										
19	7.00	3.00										
20	5.00	3.00										
21	6.00	3.00										
22	8.00	3.00										
23	9.00	3.00										
24	10.00	3.00										
25	7.00	3.00										
26	3.00	3.00										
27	4.00	3.00										
28	10.00	4.00										
29	8.00	4.00										

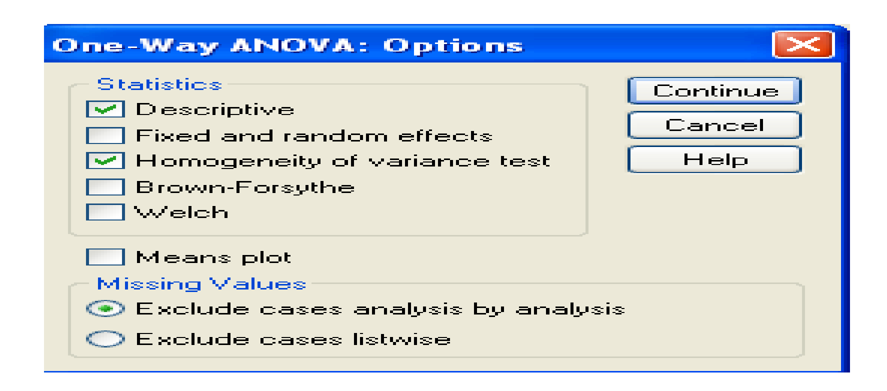
- استخدام قائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Compare mean ومن ثم الخيار One-Way Analysis of Variance فيظهر لنا مربع الحوار المبين في الشكل البياني رقم (٤٩.١٠) ، وفيه يتم تحويل المتغير التابع الى خانة Dependent List، والمتغير المستقل الى خانة Factor باستخدام السهم الجانبي الموجود في مربع الحوار، وكما موضح على الشكل البياني المذكور.

الشكل البياني رقم (٤٩.١٠) مربع الحوار لتحليل التباين بمعيار واحد One-Way Analysis of Variance



- الكبس على ايقونة Options الموجودة في مربع الحوار اعلاه ، فتظهر لنا لوحة الخيارات المبينة في الشكل البياني رقم (٥٠.١٠) ، ليتم التاشير على ماهو مطلوب منها مثل المقاييس الوصفية Descriptive والتحقق من تجانس التباين Homogeneity of Variance وما الى ذلك. وبعد الانتهاء من تحديد الخيارات يتم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار من جديد .

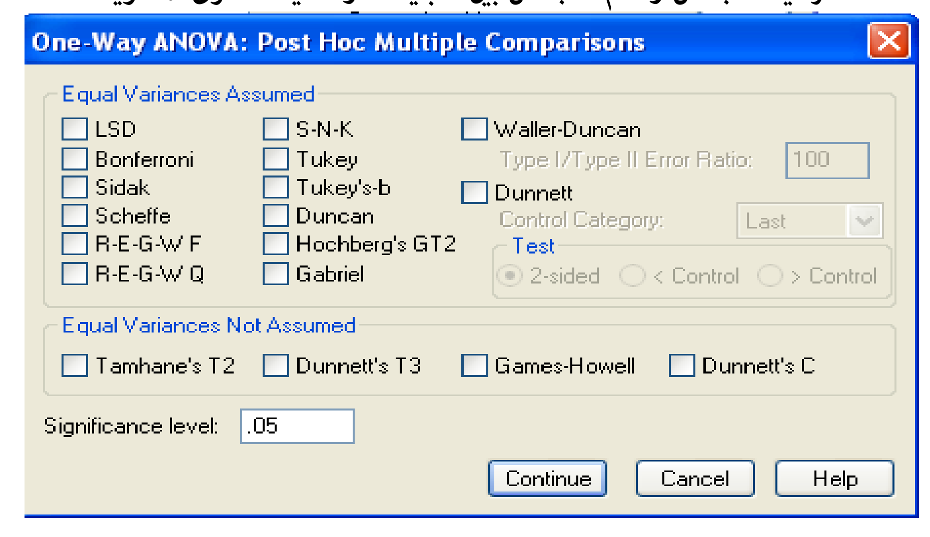
الشكل البياني رقم (٥٠.١٠) لوحة خيارات ايقونة Options



- القيام بالكبس على ايقونة Post Hoc الموجودة في مربع الحوار ايضا ، فتظهر لنا اللوحة المبينة في الشكل البياني رقم (٥١.١٠) ، والخيارات التي توفرها اللوحة المذكورة تتعلق باختيار طريقة اختبار فرضية تساوي التباينات Equal Variance Assumed كان تكون طريقة Turkey ، وفرضية عدم التساوي Equal Variance Not Assumed كاختار طريقة Dunnett's C مثلا ، بالاضافة الى مستوى المعنوية Level of Significance المطلوبة ان كانت تختلف عن ٠.٠٥ . وحال الانتهاء من تحديد الخيارات يتم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار مرة اخرى ، وفيه يتم الكبس على ايقونة Ok لنحصل على مخرجات التحليل المبينة في الجداول رقم (١٣.١٠) .

الشكل البياني رقم (٥١.١٠)

لوحة الخيارات البعدية Post Hoc المتعلقة باختيار طريقة التحقق من فرضية التجانس وعدم التجانس بين التباينات وتحديد مستوى المعنوية



- ومن المخرجات المبينة في الجداول رقم (١٣.١٠) نلاحظ التماثل في النتائج مع ما تم الحصول عليه عند حل المثال يدويا ، اي ليس هناك فروقا جوهرية واضحة بين متوسطات عدد المعاملات المصرفية بين المناطق خاصة بين المناطق ١ و ٢ و ٤ كما يتضح من جدول Descriptives مما انعكس ايجابا على معنوية F عند درجة ثقة ٩٥ % مع درجات حرية ٣ و ٣٢ ، فجاءت عند Sig. 0.008 كما يتضح من جدول ANOVA ، الامر الذي يقودنا الى قبول فرضية العدم H_0 ورفض الفرضية البديلة H_1 القائلة بعدم التجانس في حجم النشاط المصرفي بين المناطق الاربعة ، وهو ماتؤكده ايضا فترات الثقة المعنوية لهذه المتوسطات كما هو مبين من جدول Multiple Comparisons. بالاضافة الى ما تشير اليه المخرجات الى التجانس بين تباينات هذه المناطق كما يتبين من جدول Descriptive ايضا .

جداول رقم (١٣.١٠)

يبين مخرجات برنامج SPSS في تحليل التباين للمثال رقم (١٤.٥)

Descriptives

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	9	4.8889	2.47207	.82402	2.9887	6.7891
2.00	9	7.6667	2.23607	.74536	5.9479	9.3855
3.00	9	6.5556	2.29734	.76578	4.7897	8.3214
4.00	9	8.7778	2.22361	.74120	7.0686	10.4870
Total	36	6.9722	2.64560	.44093	6.0771	7.8674

Test of Homogeneity of Variances

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.062	3	32	.979

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	74.306	3	24.769	4.644	.008
Within Groups	170.667	32	5.333		
Total	244.972	35			

Dépendent Variable: y

Multiple Comparisons

	(I) x	(J) x	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.
Tukey HSD	1.00	2.00	-2.77778	1.08866	.071
		3.00	-1.66667	1.08866	.432
		4.00	-3.88889(*)	1.08866	.006
	2.00	1.00	2.77778	1.08866	.071
		3.00	1.11111	1.08866	.739
		4.00	-1.11111	1.08866	.739
	3.00	1.00	1.66667	1.08866	.432
		2.00	-1.11111	1.08866	.739
		4.00	-2.22222	1.08866	.194
	4.00	1.00	3.88889(*)	1.08866	.006
		2.00	1.11111	1.08866	.739
		3.00	2.22222	1.08866	.194
Dunnett T3	1.00	2.00	-2.77778	1.11111	.125
		3.00	-1.66667	1.12491	.605
		4.00	-3.88889(*)	1.10833	.017
	2.00	1.00	2.77778	1.11111	.125
		3.00	1.11111	1.06863	.872
		4.00	-1.11111	1.05116	.863
	3.00	1.00	1.66667	1.12491	.605
		2.00	-1.11111	1.06863	.872
		4.00	-2.22222	1.06574	.259
	4.00	1.00	3.88889(*)	1.10833	.017
		2.00	1.11111	1.05116	.863
		3.00	2.22222	1.06574	.259

* The mean difference is significant at the .05 level.

	(I) x	(J) x	Mean Difference (I-J)	95% Confidence Interval	
				Lower Bound	Upper Bound
Tukey HSD	**1.00**	**2.00**	**-2.77778**	**-5.7274**	**.1718**
		3.00	**-1.66667**	**-4.6162**	**1.2829**
		4.00	**-3.88889(*)**	**-6.8385**	**-.9393**
	2.00	**1.00**	**2.77778**	**-.1718**	**5.7274**
		3.00	**1.11111**	**-1.8385**	**4.0607**
		4.00	**-1.11111**	**-4.0607**	**1.8385**
	3.00	**1.00**	**1.66667**	**-1.2829**	**4.6162**
		2.00	**-1.11111**	**-4.0607**	**1.8385**
		4.00	**-2.22222**	**-5.1718**	**.7274**
	4.00	**1.00**	**3.88889(*)**	**.9393**	**6.8385**
		2.00	**1.11111**	**-1.8385**	**4.0607**
		3.00	**2.22222**	**-.7274**	**5.1718**
Dunnett T3	**1.00**	**2.00**	**-2.77778**	**-6.0812**	**.5257**
		3.00	**-1.66667**	**-5.0092**	**1.6759**
		4.00	**-3.88889(*)**	**-7.1845**	**-.5933**
	2.00	**1.00**	**2.77778**	**-.5257**	**6.0812**
		3.00	**1.11111**	**-2.0624**	**4.2846**
		4.00	**-1.11111**	**-4.2325**	**2.0103**
	3.00	**1.00**	**1.66667**	**-1.6759**	**5.0092**
		2.00	**-1.11111**	**-4.2846**	**2.0624**
		4.00	**-2.22222**	**-5.3873**	**.9428**
	4.00	**1.00**	**3.88889(*)**	**.5933**	**7.1845**
		2.00	**1.11111**	**-2.0103**	**4.2325**
		3.00	**2.22222**	**-.9428**	**5.3873**

	x	N	Subset for alpha = .05	
			1	2
Tukey HSD(a)	1.00	9	4.8889	
	3.00	9	6.5556	6.5556
	2.00	9	7.6667	7.6667
	4.00	9		8.7778
	Sig.		.071	.194

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a Uses Harmonic Mean Sample Size = 9.000.

١٠-٣-٦ استخدام برنامج SPSS لتحليل التباين بمعيارين

يتم انجاز عملية تحليل التباين بمعيارين من خلال الخطوات التالية :

- تهيئة ملف المعطيات ، باعطاء الرموز للعوامل وكذلك لاصناف كل عامل (معيار)، فبالنسبة للمثال (١٧.٥) الذي سيتم اخضاعه للتحليل هنا ، فان قيم الخلايا لجدول المعطيات تم الرمز لها بـ y_i كمتغير تابع Dependent Variable ، والرموز من ١، ٢، ٣، ٤ لاصناف العامل الاول وهو القمح Wheat ، ولاصناف العامل الثاني وهو السماد fertill الرموز ١، ٢، ٣ ، كمتغيرات مستقلة Factors ، وبذلك يكون شكل الملف لدينا كما مبين في الشكل البياني رقم (٥٢.١٠).

الشكل البياني رقم (٥٢.١٠) شكل ملف

تحليل التباين بمعيارين Two Ways Analysis of Variance

*two ways ANOVA [DataSet1] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

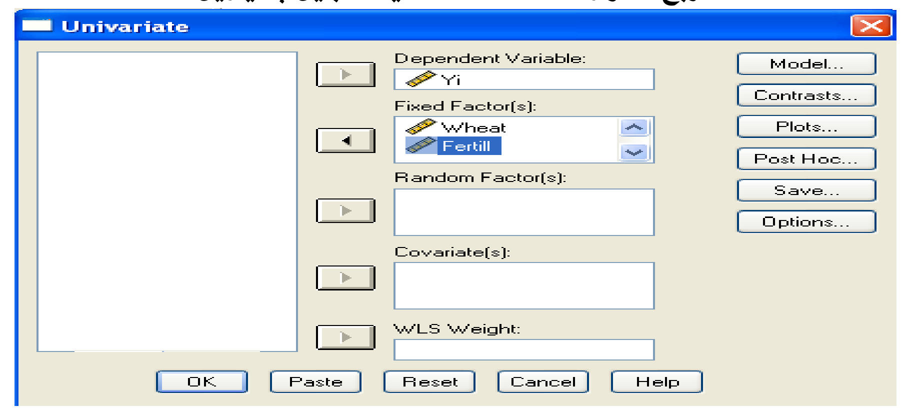
1 : Yi 10

	Yi	Wheat	Fertill	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	10.00	1.00	1.00									
2	9.00	1.00	1.00									
3	8.00	1.00	1.00									
4	7.00	2.00	1.00									
5	7.00	2.00	2.00									
6	5.00	2.00	2.00									
7	8.00	3.00	2.00									
8	5.00	3.00	2.00									
9	4.00	3.00	3.00									
10	5.00	4.00	3.00									
11	4.00	4.00	3.00									
12	4.00	4.00	3.00									
13	.	.	.									
14	.	.	.									
15	.	.	.									

▪ من قائمة Analysis نختار الامر الفرعي General Linear Model ومنه الخيار Univariate فنحصل على مربع الحوار Univariate المبين في الشكل البياني رقم (٥٣.١٠) ، وفيه يتم استخدام الاسهم الجانبية لنقل المتغير y_i الى النافذة التي تحت Dependent Variable ، والمتغيرين Wheat و fertill الى النافذة التي تحت Fixed Factors،

الشكل البياني رقم (٥٣.١٠)

مربع الحوار Univariate تحليل التباين بمعيارين



▪ الكبس على ايقونة Model فتظهر اللوحة Model : Univariate المبينة في الشكل البياني رقم (٥٤.١٠) ، وفيها يتم اجراء التالي :

o التاشير عند Custom للتحكم بالعوامل والتفاعلات وحسب متطلبات التحليل

o الكبس على السهم ذات الاتجاه السفلي الموجود في الوسط تحت Build Term لاختيار Main effects

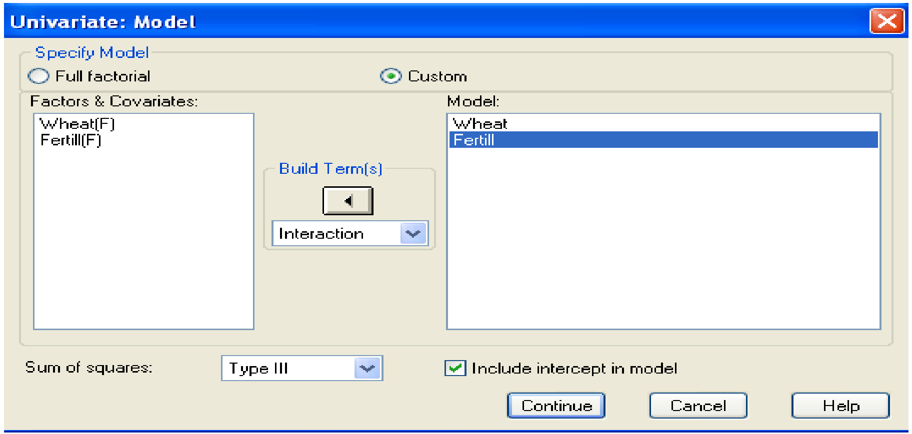
o نقل المتغيرين من النافذة التي تحت Factors & Covariates الى النافذة التي تحت Model باستخدام السهم الجانبي ،

o العودة ثانية الى السهم ذات الاتجاه السفلي الموحود في الوسط لاختيار Iteration

o الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار Univariate

الشكل البياني رقم (٥٤.١٠)

لوحة Univariate : Model لتحليل التباين بمعيارين

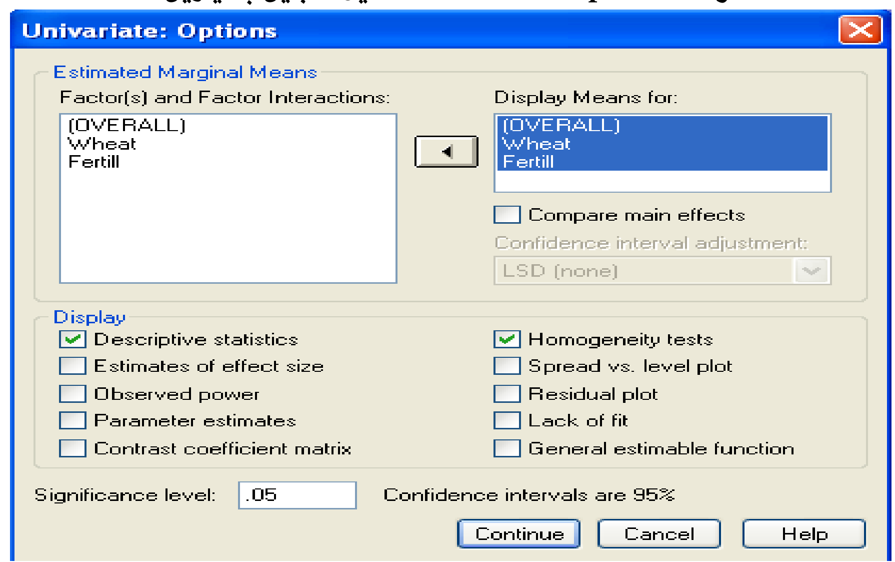


➢ الكبس على ايقونة Options فتظهر لنا لوحة Univariate Options المبينة في الشكل البياني رقم (٥٥.١٠) ، وفيها يتم الاجراء التالي :

- نقل المتغيرات والتفاعلات المطلوب ايجاد متوسطات لاصناف المتغير التابع، من النافذة التي تحت Factors and Factor Iterations الى النافذة التي تحت Display Means for
- تحت Display يتم التاشيرعند Descriptive Statistics للحصول مقاييس المتوسطات والانحراف المعياري ، والتاشير كذلك عند Homogeneity Tests لاختبار تجانس تباين اصناف العوامل ،
- الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار Univariate

الشكل البياني رقم (٥٥.١٠)

لوحة Univariate Options لتحليل التباين بمعيارين

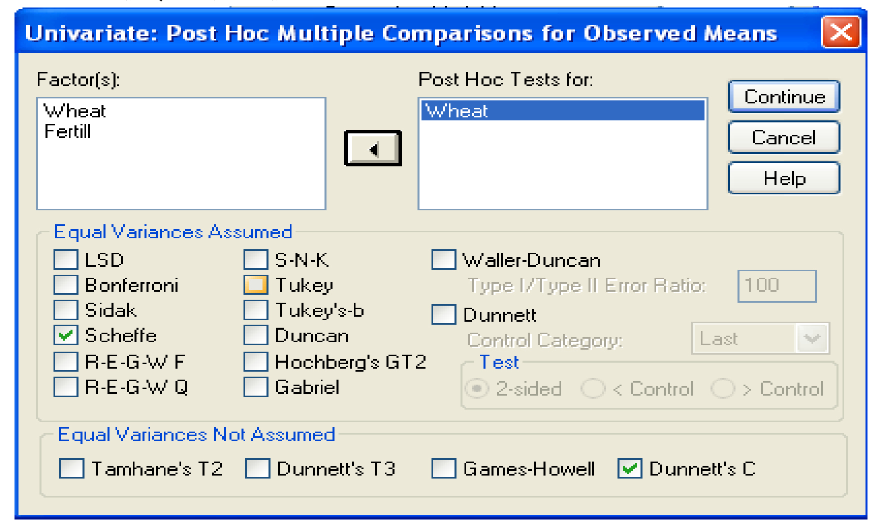


➢ الكبس على ايقونة Post Hoc فتظهر لنا لوحة Post Hoc Multiple Comparisons المبينة في الشكل البياني رقم (٥٦.١٠) ، وفيها يتم الاجراء التالي

- o نقل المتغير المكون من ثلاثة اصناف فاكثر من النافذة التي تحت Factors الى النافذة التي تحت Post Hoc Tests for لاجراء البعدية لاصناف المتغير الذي يتم نقله ،
- o التاشير عند Scheffe للمقارنات البعدية لفرضية تساوي تباين الاصناف ، تحت Equal Variance Assumed ، وعند Dunnett'C لفرضية عدم تساوي تباينات الاصناف ، تحت Equal Variance Not Assumed
- o الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار Univariate من جديد

الشكل البياني رقم (٥٦.١٠)

لوحة Post Hoc Multiple Comparisons لتحليل التباين بمعيارين



➢ الكبس على ايقونة Ok لنحصل على ملحق مخرجات التحليل المبين في الجداول رقم (١٤.١٠) التالية . ومنها نستدل على وجود فروق ذات دلالة سواء بين اصناف القمح او بين انواع الاسمدة المستخدمة ، حيث جاءت قيم f عند اقل من ٠.٠٥ ، ومثل هذه الفروق جاءت واضحة من الجداول التي تضمنتها مخرجات التحليل سواء بين المتوسطات او التباينات وكذلك في اختبار التجانس ، وهو ما يتفق مع ما تم الحصول عليه عند حل المثال في اعلاه يدويا لكن من دون تفاعل تفاعل داخلي .

جداول رقم (١٤.١٠)

مخرجات تحليل التباين بمعيارين

Two Ways Analysis of Variance للمثال رقم (١٧.٥)

Between-Subjects Factors

		N
Wheat	1.00	3
	2.00	3
	3.00	3
	4.00	3
Fertill	1.00	4
	2.00	4
	3.00	4

Descriptive Statistics

Dependent Variable: Yi

Wheat	Fertill	Mean	Std. Deviation	N
1.00	1.00	9.0000	1.00000	3
	Total	9.0000	1.00000	3
2.00	1.00	7.0000	.	1
	2.00	6.0000	1.41421	2
	Total	6.3333	1.15470	3
3.00	2.00	6.5000	2.12132	2
	3.00	4.0000	.	1
	Total	5.6667	2.08167	3
4.00	3.00	4.3333	.57735	3
	Total	4.3333	.57735	3
Total	1.00	8.5000	1.29099	4
	2.00	6.2500	1.50000	4
	3.00	4.2500	.50000	4
	Total	6.3333	2.10339	12

Levine's Test of Equality of Error Variances (a)

Dependent Variable: Yi

F	df1	df2	Sig.
4.275	5	6	.053

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a Design: Intercept+Wheat+Fertill

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Yi

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	39.500(a)	5	7.900	5.171	.035
Intercept	481.333	1	481.333	315.055	.000
Wheat	3.333	3	1.111	.727	.572
Fertill	4.833	2	2.417	1.582	.281
Error	9.167	6	1.528		
Total	530.000	12			
Corrected Total	48.667	11			

a R Squared = .812 (Adjusted R Squared = .655)

1. Grand Mean

Dependent Variable: Yi

Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
		Lower Bound	Upper Bound
6.333	.357	5.460	7.206

2. Wheat

Dependent Variable: Yi

Wheat	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1.00	7.500	1.335	4.233	10.767
2.00	5.500	.874	3.361	7.639
3.00	6.000	.874	3.861	8.139
4.00	6.333	1.335	3.067	9.600

3. Fertill

Dependent Variable: Yi

Fertill	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1.00	7.833	1.183	4.938	10.729
2.00	6.833	.798	4.881	8.786
3.00	4.333	1.183	1.438	7.229

Post Hoc Tests: Wheat

Multiple Comparisons Dependent Variable: Yi

	(I) Wheat	(J) Wheat	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Scheffe	1.00	2.00	2.6667	1.00922	.174	-1.1459	6.4792
		3.00	3.3333	1.00922	.084	-.4792	7.1459
		4.00	4.6667(*)	1.00922	.021	.8541	8.4792
	2.00	1.00	-2.6667	1.00922	.174	-6.4792	1.1459
		3.00	.6667	1.00922	.929	-3.1459	4.4792
		4.00	2.0000	1.00922	.355	-1.8125	5.8125
	3.00	1.00	-3.3333	1.00922	.084	-7.1459	.4792
		2.00	-.6667	1.00922	.929	-4.4792	3.1459
		4.00	1.3333	1.00922	.648	-2.4792	5.1459
	4.00	1.00	-4.6667(*)	1.00922	.021	-8.4792	-.8541
		2.00	-2.0000	1.00922	.355	-5.8125	1.8125
		3.00	-1.3333	1.00922	.648	-5.1459	2.4792
Dunnett C	1.00	2.00	2.6667	.88192		-3.4435	8.7768
		3.00	3.3333	1.33333		-5.9044	12.5710
		4.00	4.6667(*)	.66667		.0478	9.2855
	2.00	1.00	-2.6667	.88192		-8.7768	3.4435
		3.00	.6667	1.37437		-8.8553	10.1887
		4.00	2.0000	.74536		-3.1640	7.1640
	3.00	1.00	-3.3333	1.33333		-12.5710	5.9044
		2.00	-.6667	1.37437		-10.1887	8.8553
		4.00	1.3333	1.24722		-7.3077	9.9744
	4.00	1.00	-4.6667(*)	.66667		-9.2855	-.0478
		2.00	-2.0000	.74536		-7.1640	3.1640
		3.00	-1.3333	1.24722		-9.9744	7.3077

Based on observed means.

* The mean difference is significant at the .05 level.

Homogeneous Subsets

Yi

	Wheat	N	Subset	
			1	2
Scheffe(a,b)	4.00	3	4.3333	
	3.00	3	5.6667	5.6667
	2.00	3	6.3333	6.3333
	1.00	3		9.0000
	Sig.		.355	.084

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
Based on Type III Sum of Squares
The error term is Mean Square(Error) = 1.528.
a Uses Harmonic Mean Sample Size = 3.000.
b Alpha = .05.

١٠-٤ استخدام برنامج SPSS في تحليل الارتباط

١٠-٤-١ استخدام برنامج SPSS لايجاد مؤشرات معامل ارتباط بيرسن

في الآتي نستخدم المثال (١.٦) ، لمتابعة اسلوب ايجاد معامل الارتباط البسيط ، وكالعادة تبدأ بانشاء الملف الذي يتم اخضاعه لعملية التحليل ، وسيشتمل هنا المتغيرين وهما ، علامات مادة الاحصاء ولنرمز له بـ Stat ومتغير علامات مادة الرياضيات ونرمز له بـ Math .

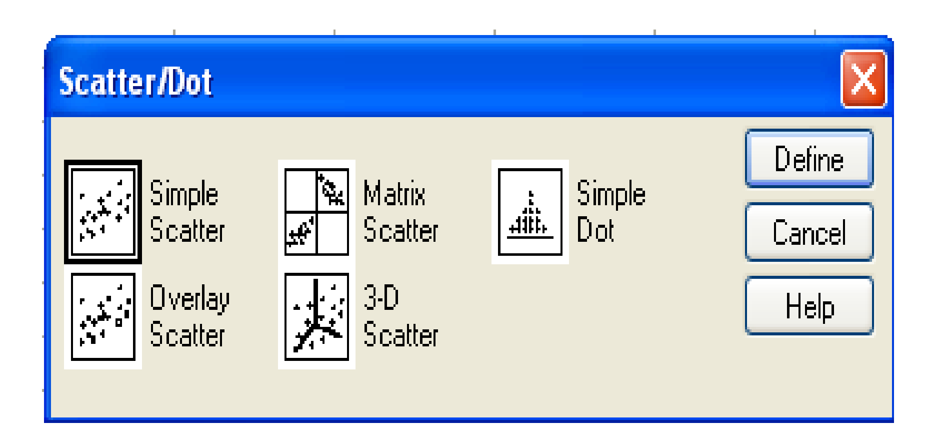
وقبل متابعة إجراءات الحصول على مخرجات نتائج تحليل الارتباط ، من المفيد الاطلاع اولا على شكل انتشار المعطيات التي ستخضع للتحليل من اجل معرفة صورة اتجاه العلاقة ان كانت خطية اوغيرخطية ، للتحقق على الاقل من توفر شرط العلاقة الخطية ، ويتم الحصول على ذلك كالاتي :

- استدعاء القائمة Graph ومنها الامرالفرعي Scatter/Dot فيظهر لنا مربع الحوار Scatter/Dot المبين في الشكل البياني رقم (٥٧.١٠) ، وفيه يتم التاشير على الشكل Simple Scatter ،

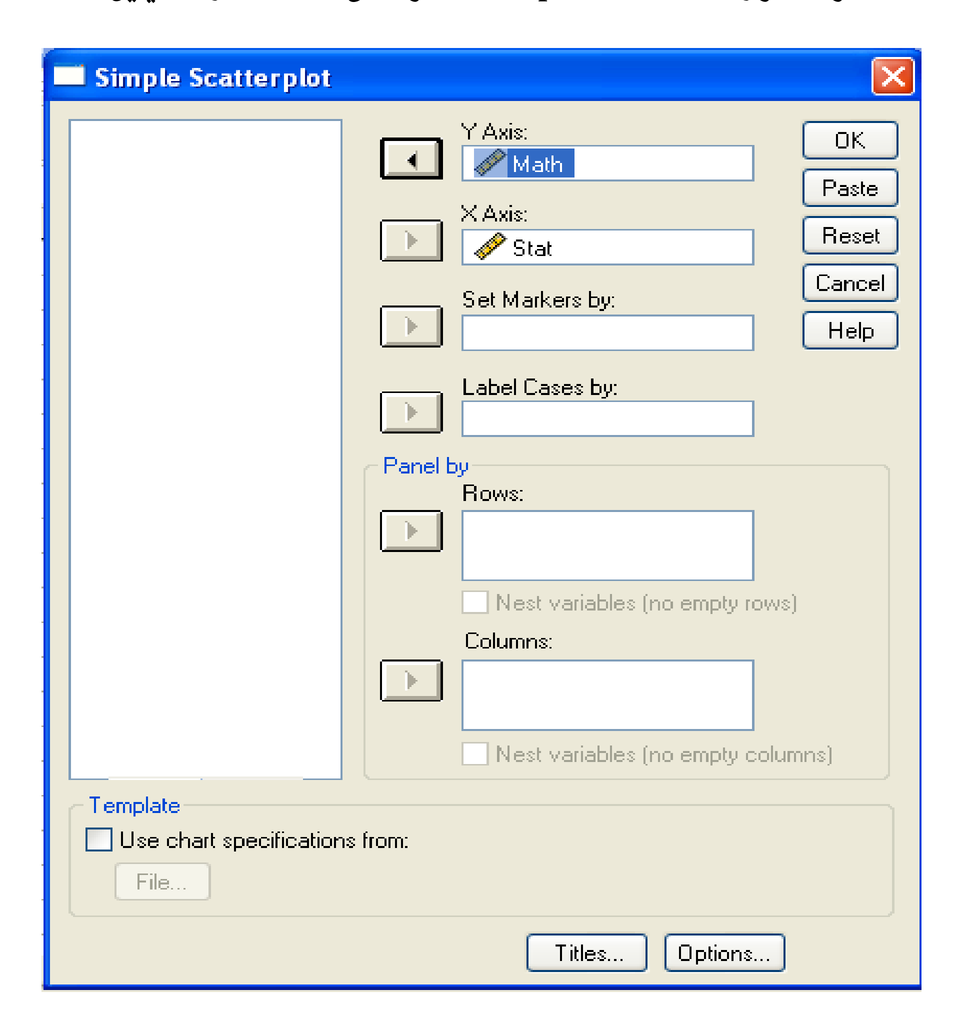
- ومن ثم الكبس على ايقونة Define ، فتظهر لنا لوحة الحوار Simple Scatter Plot المبينة في الشكل البياني رقم (٥٨.١٠) . فيتم فيه استخدام السهم الجانبي لنقل المتغير Math الى تحت Y Axis و المتغير Stat الى تحت X Axis ،
- وفي حالة عدم وجود حاجة لايقونة Title لكتابة عنوان الرسم ، يتم الكبس على ايقونة Ok فنحصل على الشكل البياني رقم (٥٩.١٠) ،الذي يرينا وجود علاقة خطية قوية واضحة بين المتغيرين .

الشكل البياني رقم (٥٧.١٠)

مربع الحوارScatter/Dot للحصول على شكل انتشار المتغيرين

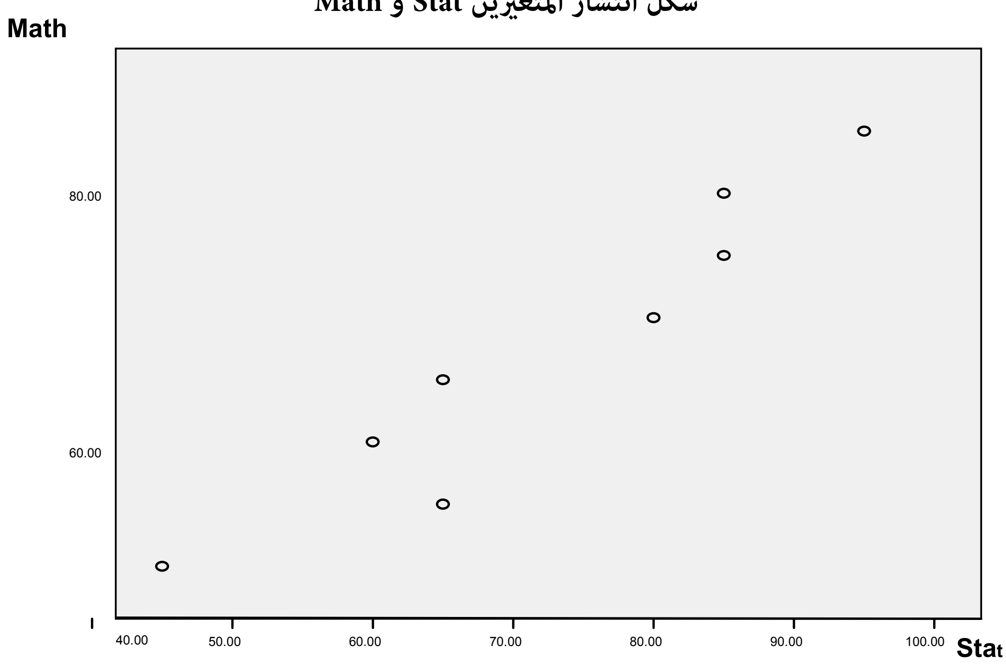


الشكل البياني رقم (٥٨.١٠)
لوحة حوار Simple Scatter Plot للحصول على شكل انتشار المتغيرين



الشكل البياني رقم (٥٩.١٠)

شكل انتشار المتغيرين Stat و Math



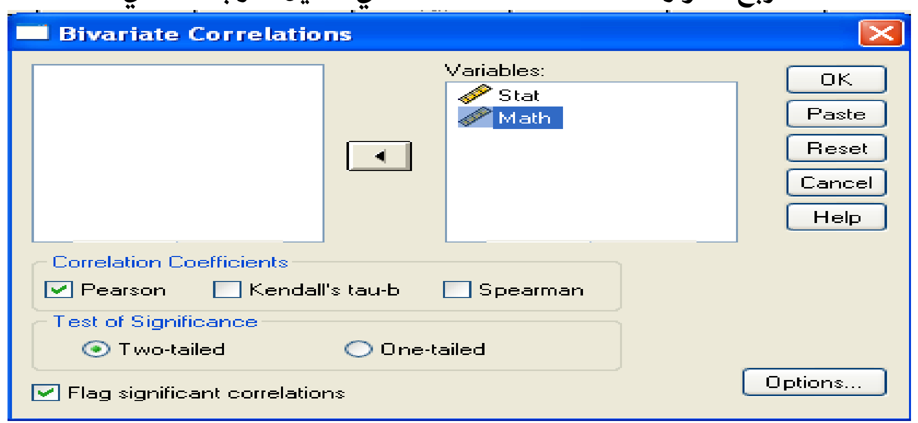
اما اجراءات الحصول على تحليل الارتباط التنائي Bivariate Correlation باستخدام برنامج SPSS فهي تتلخص بالخطوات التالية :

- استدعاء القائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Correlate ثم الخيار Bivariate فنحصل على مربع الحوار Bivariate Correlation المبين في الشكل البياني رقم (٦٠.١٠) . وفيه يتم استخدام السهم الجانبي لنقل المتغيرين الى تحت Variables والتاشيرعلى Pearson تحت Correlation Coefficient ومستوى المعنوية تحت Test of Significance ،
- ثم الكبس على ايقونة Options لتظهر لنا لوحة Bivariate Correlation : Options المبينة في الشكل البياني رقم (٦١.١٠) ليتم عليها التاشير على means and standard deviations تحت Statistics ، وبعدها الكبس على ايقونة Continue للعودة مربع حوار Bivariate Correlation ،

➢ الكبس على ايقونة Ok لنحصل على المخرجات المبينة في الجداول رقم (١٥.١٠) . والتي منها على معامل ارتباط متماثل لما تم الحصول عليه في الحساب من دون البرناج ومقداره ٠.٩٥٦ باشارة موجبة ايضا ، وعالي المعنوية من خلال الاشارة ** التي تظهر عند معامل الارتباط ، بالاضافة الى مقياسي المتوسط والانحراف المعياري لكلا المتغيرين .

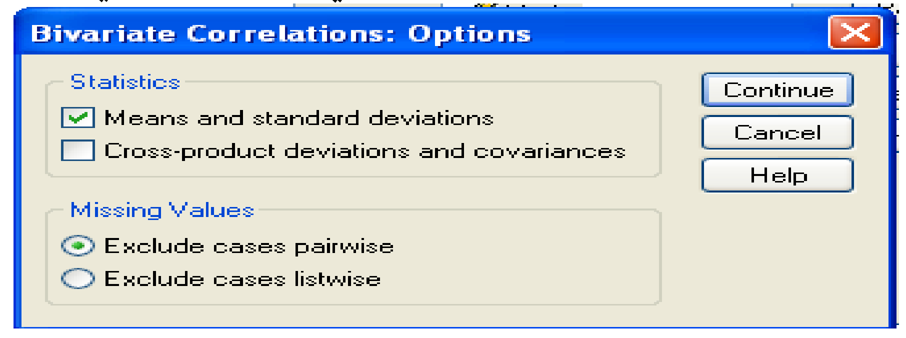
الشكل البياني رقم (٦٠.١٠)

مربع الحوار Bivariate Correlation في تحليل الارتباط الثنائي



الشكل البياني رقم (٦١.١٠)

لوحة Options : Bivariate Correlation في تحليل الارتباط الثنائي



جداول رقم (١٥.١٠)
مخرجات تحليل الارتباط لمعطيات المثال رقم (١.٦)

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
Stat	72.500	16.47509	8
Math	69.500	12.24745	8

Correlations

		Stat	Math
Stat	Pearson Correlation	1	.956(**)
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	8	8
Math	Pearson Correlation	.956(**)	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	8	8

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

١٠-٤-٢ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات معامل الارتباط الجزئي

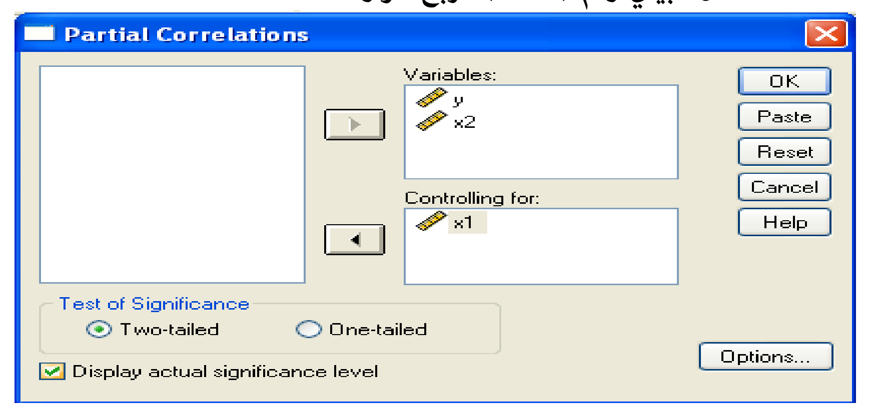
وبتوظيف المثال اعلاه رقم (٢.٦) مع برنامج SPSS ، فان الاجراءات المطلوبة للحصول على مخرجات التحليل تتمثل بالخطوات التالية :

- استدعاء القائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Correlate ثم الخيار Partial فنحصل على مربع الحوار Partial Correlation المبين في الشكل البياني رقم (٦٢.١٠). وفيه يتم استخدام السهم الجانبي لنقل المتغيرين y, x_2 الى تحت Variables و x_1 تحت Controlling for والتاشير عند مستوى المعنوية تحت Test of Significance،
- ثم الكبس على ايقونة Options لتظهر لنا لوحة : Partial Correlation Options المبينة في الشكل البياني رقم (٦٣.١٠) ليتم عليها التاشير على means

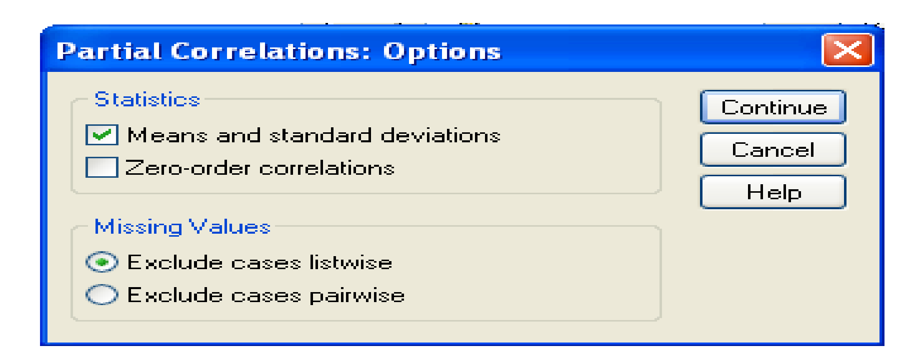
and standard deviations تحت Statistics ، وبعدها الكبس على ايقونة Continue للعودة مربع حوار Partial Correlations ،

- الكبس على ايقونة Ok لنحصل على المخرجات المبينة في الجداول رقم (١٦.١٠) . والتي منها معامل الارتباط الجزئي ومقداره ٠.٩٢ وباشارة موجبة ايضا ، الا ان فرضية H_0 مقبولة هنا ايضا مما يدل على عدم معنوية معامل الارتباط ، وكما ذكرنا ربما يعود السبب الى قلة درجات الحرية بسبب صغر حجم العينة ، مع ملاحظة وجود فروق في مقياسي المتوسط والانحراف المعياري للمتغيرات .

الشكل البياني رقم (٦٢.١٠) مربع حوار Partial Correlation



الشكل البياني رقم (٦٣.١٠) لوحة Partial Correlation : Options



جداول رقم (١٦.١٠)

مخرجات معامل الارتباط الجزئي

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
y	2.5000	1.37840	6
x2	4.6667	2.80476	6
x1	5.5000	3.27109	6

Correlations

Control Variables			y	x2
x1	y	Correlation	1.000	.921
		Significance (2-tailed)	.	.026
		df	0	3
	x2	Correlation	.921	1.000
		Significance (2-tailed)	.026	.
		df	3	0

١٠-٤-٣ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات الارتباط المتعدد

كما تطرقنا في اعلاه ، ان موضوع الارتباط المتعدد يرتبط بموضوع الانحدار لانه يبحث في علاقة وتاثير المتغيرات المستقلة x_i على المتغير التابع y ، وان هذه العلاقة تقوم على اساس انها خطية . لذا فان قيم كل من R و $R^٢$ ونتائج اختبار معنويتها باستخدام f هي من ضمن ما تشتمل عليه مخرجات تحليل الانحدار Regression Analysis .

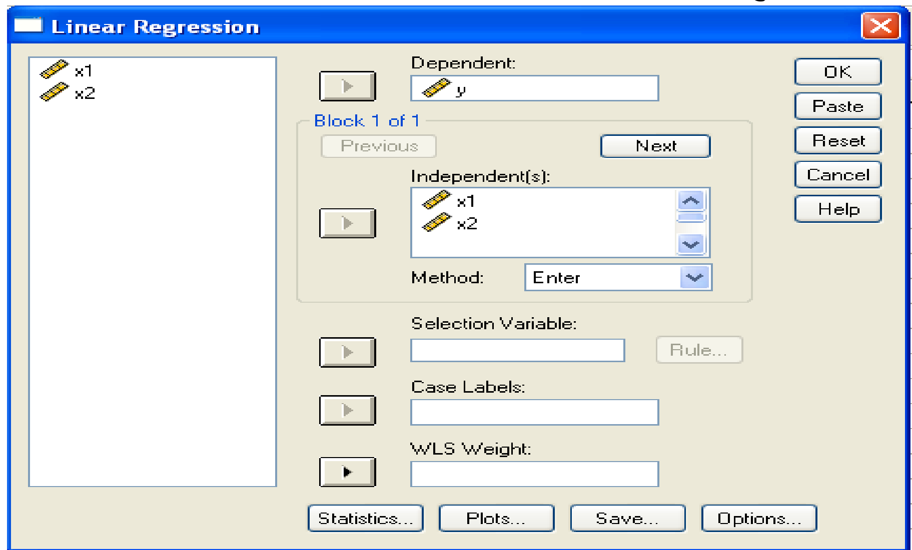
وحيث سيتم في الفصل العاشرتناول موضوع الانحدار بصورة مفصلة لاهميته ، لذا سيتم التطرق هنا بقدر ما يتعلق الامر بايجاد الارتباط المتعدد لاكثر من متغيرين باستخدام برنامج SPSS ، من خلال توظيف معطيات المثال رقم (٢.٦) ، والتي يمكن تلحيص اجراءات الحصول عليه بما يلي :

- استدعاء القائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Regression ، ثم الخيارLinear ، فيظهر لنا مربع الحوار Linear Regression المبين في الشكل البياني رقم (٦٤.١٠) ، وفيه يتم استخدام السهم الجانبي لنقل المتغيرين المستقلين x_1 و x_2 الى تحت Independents و المتغير التابع y الى تحت Dependent ، ثم الكبس على ايقونة Statistics ،
- تظهر لنا لوحة Linear Regression : Statistics البينة في الشكل البياني رقم (٦٥.١٠) ليتم التاشير فيها على R ، وعلى فترة الثقة Confidence Intervals والمقاييس الاحصائية Descriptives ، ثم الكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار Linear Regression مرة اخرى ،
- الكبس ايضا على ايقونة Options لنحصل عل لوحة Linear Regression : Options المبينة في الشكل البياني رقم (٦٦.١٠) ليتم التاشير فيها على اختبار f والعودة من جديد الى مربع الحوار ،
- الكبس على ايقونة Ok لنحصل على المخرجات المينة في الجداول رقم (١٧.١٠) .

ومن جدول المخرجات نستدل على ان معامل الارتباط المتعدة R ومقداره ٠.٩٧٤ ، وان قيمة f جاءت عند $\alpha = 0.04$ وليس ٠.٠٢٥ وبدرجات حرية عددها ٢ و ٣ ، عليه نرفض فرضية H_0 مما يدل على ان معامل ارتباط المجتمع المتعدد لايساوي صفر ، وهو ما يتفق مع النتيجة التي تم الحصول عليها في اعلاه من دون استخدام برنامج SPSS رغم وكما ذكرنا قلة عدد درجات الحرية بسبب صغر حجم العينة ، مع ملاحظة وجود فروق في مقياسي المتوسط والانحراف المعياري للمتغيرات المستقلة مع مقياسى المتغير التابع y ، كما نستدل على معنوية معاملي الانحدار b`s مما يدل على معنوية العلاقة مع المتغير التابع ، بالاضافة الى معنوية معامل التحديد R^2 في تفسير تباين المتغير التابع .

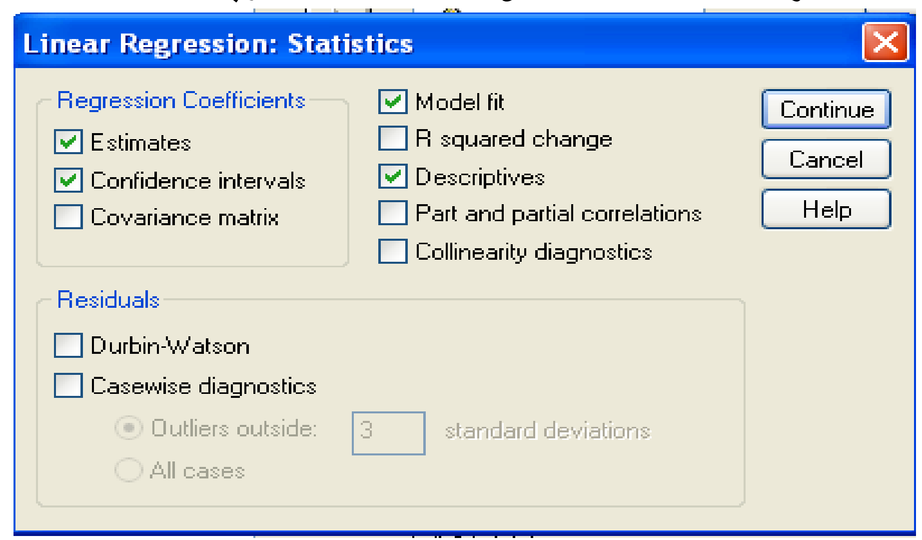
الشكل البياني رقم (٦٤.١٠)

مربع الحوار Linear Regression لايجاد معامل الارتباط المتعدد



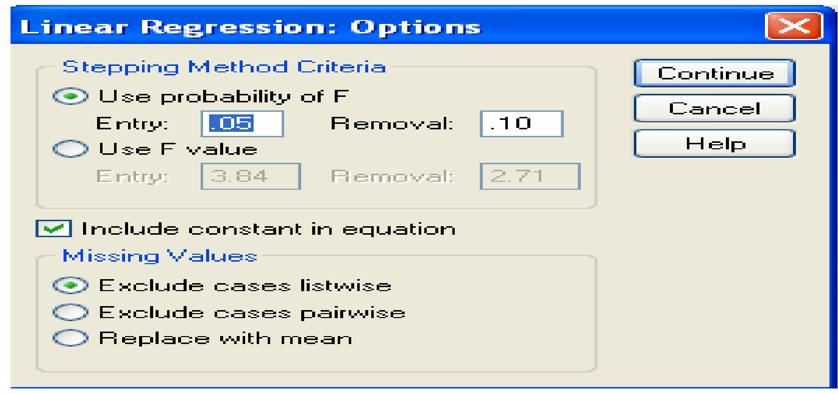
الشكل البياني رقم (٦٥.١٠)

لوحة Linear Regression : Statistics لمعامل الارتباط المتعدد



الشكل البياني رقم (٦٦.١٠)

لوحة Linear Regression : Options لمعامل الارتباط المتعدد



جداول مخرجات رقم (١٧.١٠)

مخرجات الانحدار الخطي لايجاد الارتباط المتعدد

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
y	2.5000	1.37840	6
x1	5.5000	3.27109	6
x2	4.6667	2.80476	6

Correlations

		y	x1	x2
Pearson Correlation	y	1.000	.909	.931
	x1	.909	1.000	.741
	x2	.931	.741	1.000
Sig. (1-tailed)	y	.	.006	.003
	x1	.006	.	.046
	x2	.003	.046	.
N	y	6	6	6
	x1	6	6	6
	x2	6	6	6

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.987(a)	.974	.956	.28883

a Predictors: (Constant), x2, x1

ANOVA(b)

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	9.250	2	4.625	55.440	.004(a)
	Residual	.250	3	.083		
	Total	9.500	5			

a Predictors: (Constant), x2, x1

b Dependent Variable: y

Coefficients(a)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	.064	.260		.246	.821	-.763	.891
	x1	.205	.059	.486	3.484	.040	.018	.392
	x2	.280	.069	.571	4.089	.026	.062	.499

a Dependent Variable: y

١٠-٤-٤ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات ارتباط الرتب

وحيث ان قيم المتغيرات هي نوعية ، فيمكن اللجوء الى استخدام القائمة Transform ومنها الامر الفرعي Recode لاعادة تحويل القيم النوعية الى كمية ، او فان ان يتم انشاء الملف بادخال قيم الرتب التي يتم الحصول عليها والمبينة في عمودي x_1 و x_2 من جدول حل المثال (٣.٦) اعلاه ، والمبنة في الشكل البياني رقم (٦٧.١٠) ادناه :

الشكل البياني رقم (٦٧.١٠)

شكل معطيات ملف ايجاد معامل ارتباط الرتب

rank [DataSet1] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

1 : x1 6.5

	x1	x2	var	var	var
1	6.50	1.50			
2	2.50	10.50			
3	4.50	10.50			
4	6.50	7.50			
5	10.50	5.00			
6	4.50	9.00			
7	1.00	5.00			
8	8.50	3.00			
9	10.50	7.50			
10	2.50	1.50			
11	8.50	5.00			
12					
13					

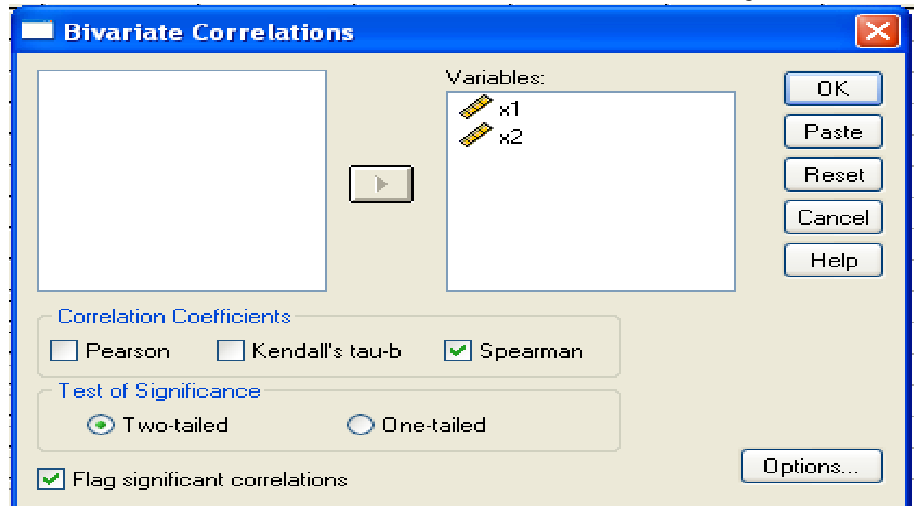
اما الخطوات الاخرى المطلوبة للحصول على معامل ارتباط الرتب بعد انشاء الملف اعلاه فهي لاتختلف عن تلك المتعلقة بمعامل الارتباط التنائي البسيط او الجزئي ، باستثناء التاشير على Spearman تحت Correlation Coefficient بدلا من Pearson او Partial اي :

- استدعاء القائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Correlate ومن ثم الخيار Bivariate ليظهر مربع الحوارBivariate Correlations المبين في الشكل البياني رقم (٦٨.١٠) ، ليتم التاشيرعلى Spearman تحت Correlation Coefficient ، واستخدام السهم الجانبي لنقل المتغيرين الى تحت Variables. وبعد التعامل مع ايقونة Options والعودة الى مربع الحوار ، يتم الكبس على ايقونة Ok لنحصل على مخرجات التحليل المبينة في الجداول رقم (١٨.١٠) .

ومن المخرجات نستدل على تماثل حصيلة نتائج التحليل مع نتائج الحساب اليدوي تقريبا ، من حيث ضعف معامل الارتباط وعدم معنويته وباشارته السالبة . مما يدل على عدم علاقة اداء اللاعب في لعبة السلة واداءه في لعبة الطائرة ، او العكس .

الشكل البياني رقم (٦٨.١٠)

يوضح التاشيرعند Spearman للحصول على معامل ارتباط الرتب



جداول رقم (١٨.١٠)

مخرجات استخدام برنامج SPSS في الحصول

على معامل ارتباط الرتب للمثال رقم (٣.٦)

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
x1	6.0000	3.27872	11
x2	6.0000	3.26343	11

Correlations

			x1	x2
Spearman's rho	x1	Correlation Coefficient	1.000	-.145
		Sig. (2-tailed)	.	.671
		N	11	11
	x2	Correlation Coefficient	-.145	1.000
		Sig. (2-tailed)	.671	.
		N	11	11

١٠-٤-٥ استخدام برنامج SPSS في ايجاد مؤشرات ارتباط التوافق

وهي ذات الاجراءات التي تم توظيفها لايجاد قيمة $\chi^{٢}$ في حالة المثال (١٣.٦) في موضوع اختبار التجانس ، والاهم هنا هي طريقة ادخال المعطيات لانشاء الملف الذي يخضع لعملية التحليل . وبالرجوع الى النتيجة المستخرجة بواسطة برنامج SPSS للمثال المذكور ، حيث كانت قيمة $\chi^2 = 15.919$ ، والاخذ بنظر الاعتبار حجم العينة وهي ٧٤، فان :

$$\chi_c^2 = n(\chi^2) - n$$
$$= 74(15.919) - 74 = 1104$$

وبتطبيق صيغة حساب معامل ارتباط التوافق نحصل على :

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi_c^2}{\chi_c^2 + n}}$$
$$= \sqrt{\frac{1104}{1104 + 74}} = 0.968$$

وعند الاخذ بنظر الاعتبار حجم العينة الكبير نسبيا وهو ٧٤ ، والاستعانة بالملحق رقم (4) ، يستدل من النتيجة على قوة العلاقة بين الفئات العمرية ومشاهدة الرامج الترفيهية لاحدى القنوات التلفزيونية موضوع المثال (١٣.٦)

١٠-٥ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار

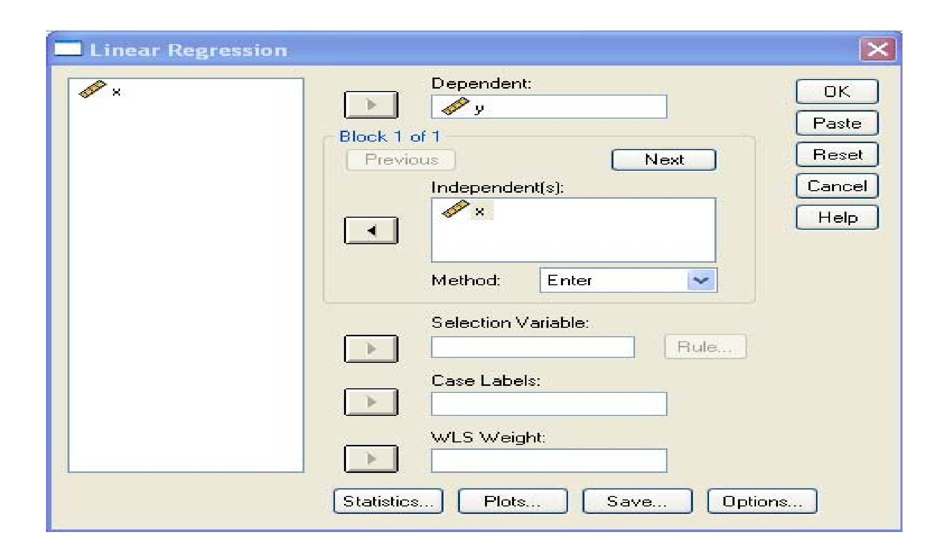
١٠-٥-١ استخدام برنامج SPSS في الانحدار الخطي البسيط

- انشاء ملف بمعطيات المثال (١.٧) اعلاه ، بتسمية المتغيرين x و y في صفحة Variable View ونقل معطيات المتغيرين او تدوينهما على صفحة Variable Data .
- استدعاء قائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Regression ومن ثم التاشير على خيار Linear

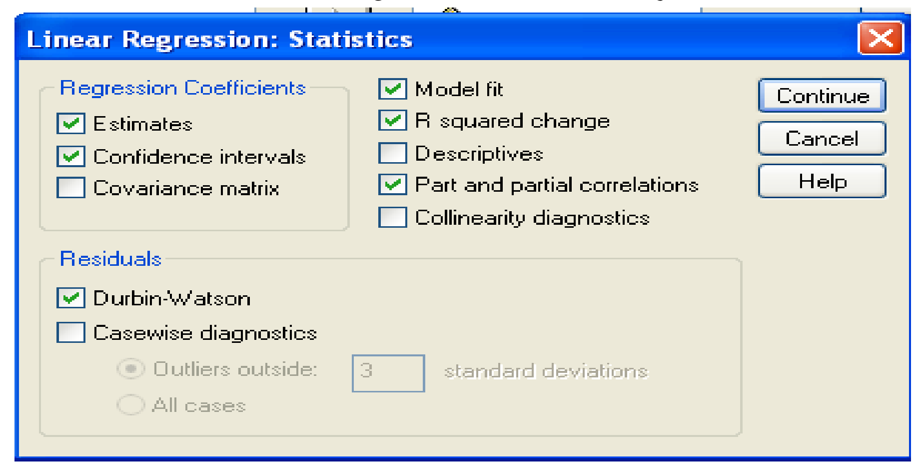
- يظهر لنا مربع الحوار Linear Regression المبين في الشكل البياني رقم (٦٩.١٠) ، وفيه يتم استخدام السهم الجانبي لنقل المتغير التابع y الى تحت Dependent والمتغير المستقل x (او مجموعة المتغيرات المستقلة في حالة تحليل الانحدار الخطي المتعدد) الى تحت Independent ،
- الكبس على ايقونة Statistics لتظهر لنا لوحة Linear Regression: Statistics المبينة في الشكل البياني رقم (٧٠.١٠) ليتم التاشير ازاء المعايير الوصفية المتعلقة بقياس معنوية النموذج ومعاملات النموذج وكما هو موضح على الشكل البياني . بعد الانتهاء مع لوحة Linear Regression: Statistics والكبس على ايقونة Continue للعودة الى مربع الحوار من جديد ،
- الكبس على ايقونة Options للحصول على لوحة Linear Regression: Options المبينة في الشكل البياني رقم (٧١.١٠) فيتم التاشير عندها في حالة الرغبة في تغييرما هو مثبت من معايير ادخال المتغير للتحليل او حذفه وكما مبين في الشكل البياني المذكور . والعودة مرة اخرى الى مربع الحوار
- يتم الكبس على ايقونة Plots لتظهرلنا لوحة Linear Regression: Plots المبينة في الشكل البياني رقم (٧٢.١٠) ، ليتم التاشير على الاشكال البيانية المرغوب الحصل عليها والتي تعطي فكرة عن انتشار المعطيات ومدى تحقق فرضية الخطية Linearity وعن مدى تجانس انتشار الاخطاء Residuals وعن شكل التوزيع الطبيعي للمعطيات ، وما الى ذلك . مع ملاحظة ، الكبس على ايقونة Next الموجودة في وسط اللوحة ، بعد الانتهاء من تحديد شكل انتشار الاول ، ليتم تحديد شكل الانتشار الثاني وهكذا ، وبعد الانتهاء من لوحة Linear Regression: Plots والعودة الى مربع الحوار ،
- الكبس على ايقونة لنحصل على المخرجات المبينة في الجداول رقم (١٩.١٠) والاشكال البيانية رقم (٧٣.١٠) و (٧٤.١٠) و (٧٥.١٠) .

ومن المخرجات نستدل على ان جميع المعايير الاحصائية وهي ، F , t, R , R^2 عالية المعنوية عند $\alpha=$ ٠.٠٠٠ ، الا انه رغم تحقق الخطية كما مبين على الشكل البياني رقم (٧٥.١٠) ، الا ان انتشار الاخطاء غير متجانس كما يتضح من شكل الانتشار رقم (٧٣.١٠) ، مع عدم الاطمئنان بدرجة كافية من شكل التوزيع الطبيعي للمعطيات كما يتضح من المدرج التكراري رقم (٧٤.١٠) ، وقد يكون السبب الرئيسي هو قلة حجم العينة . ان تحسين النموذج يكمن اما بزيادة حجم العينة ، او باعادة صياغة المتغيرات ، او ربما محاولة استخدام معادلة نصف خطية او غير خطية كان تكون لوغارتمية مثلا .

الشكل البياني رقم (٦٩.١٠)
مربع حوار **Linear Regression**

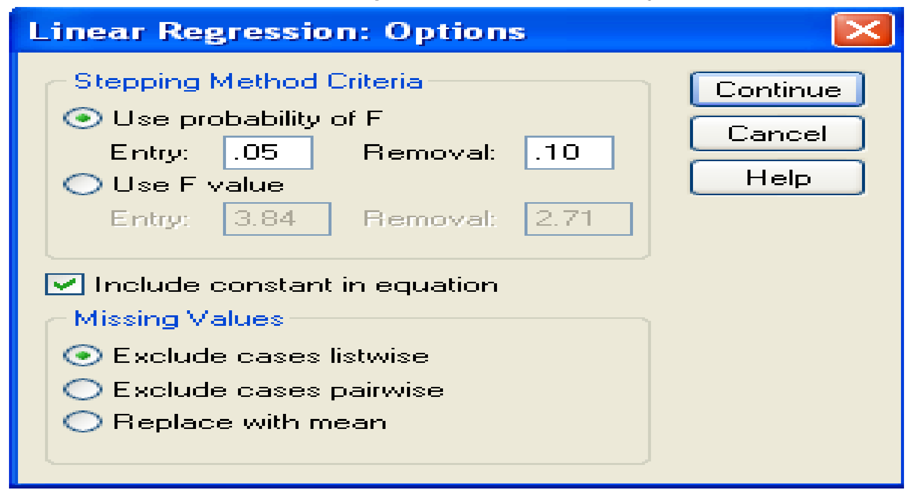


الشكل البياني رقم (٧٠.١٠)
لوحة **Linear Regression: Statistics**



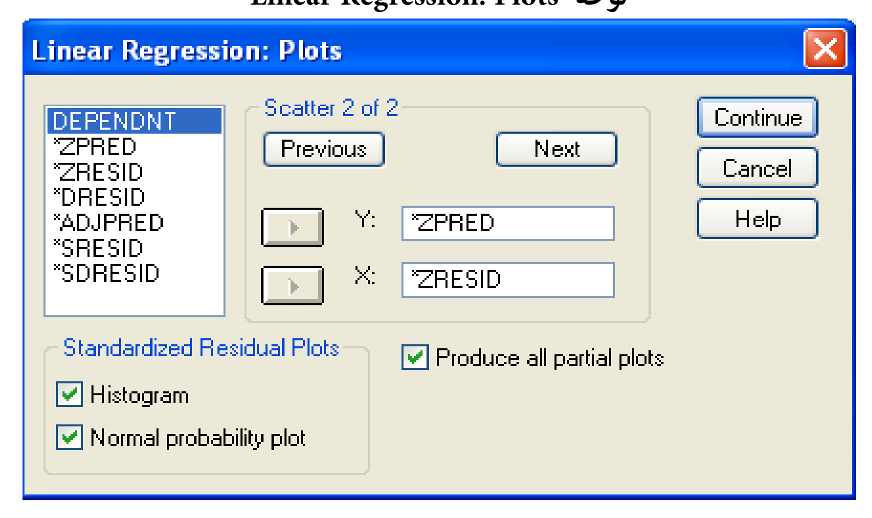
الشكل البياني رقم (٧١.١٠)

لوحة Linear Regression: Options



الشكل البياني رقم (٧٢.١٠)

لوحة Linear Regression: Plots



جداول رقم (١٩.١٠)
مخرجات تحليل الانحدار الخطي البسيط

Variables Entered/Removed(b)

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	x(a)	.	Enter

a All requested variables entered. b Dependent Variable: y

Model Summary(b)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1	.903(a)	.815	.798	75.82017	.815	48.369	1	11	.000

a Predictors: (Constant), x b Dependent Variable: y

ANOVA(b)

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	278059.386	1	278059.386	48.369	.000(a)
	Residual	63235.686	11	5748.699		
	Total	341295.072	12			

a Predictors: (Constant), x ، b Dependent Variable: y

Coefficients(a)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	Constant	62.544	29.220		2.140	.056
	x	2.911	.419	.903	6.955	.000

a Dependent Variable: y

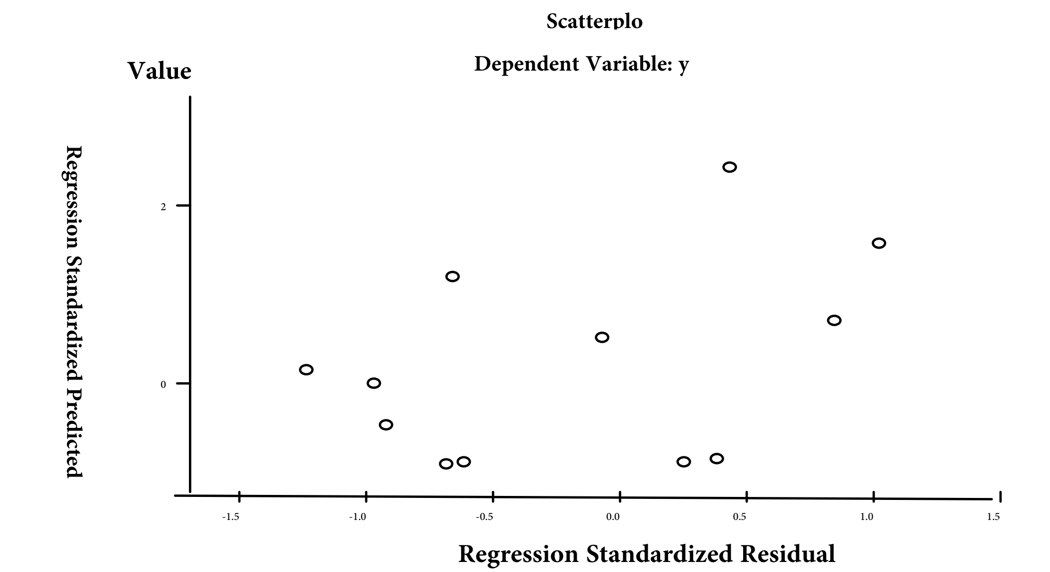
Model		Unstandardized Coefficients		95% Confidence Interval for B		
		B	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound	Zero-order Partial Correlations
1	Constant	62.544	29.220	-1.769	126.858	
	x	2.911	.419	1.990	3.832	.903

Residuals Statistics(a)

	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	65.7465	573.7448	203.646	152.2222	13
Residual	-93.72504	127.0370	.00000	72.59229	13
Std. Predicted Value	-.906	2.431	.000	1.000	13
Std. Residual	-1.236	1.676	.000	.957	13

a Dependent Variable: y

الشكل البياني رقم (٧٣.١٠)



الشكل البياني رقم (٧٤.١٠)

Histogram

Frequency

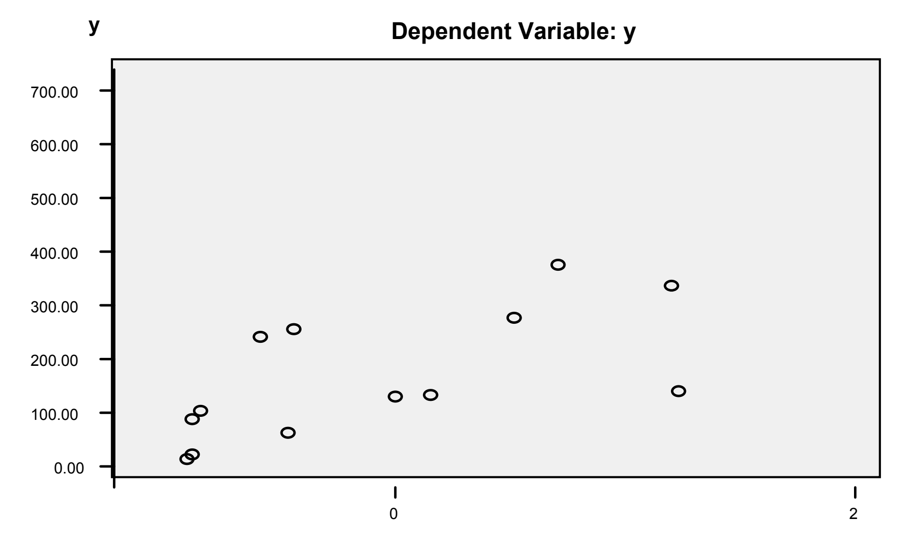
Dependent Variable: y

5
4
3
2
1
0

-2 0 2

Regression Standardized Residual

Scatter plot **الشكل البياني رقم (٧٥.١٠)**



١٠-٥-٢ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار الخطي المتعدد

في هذه الحالة يصبح من الصعب اجراء عملية التحليل من دون استخدام البرنامج، واجراءات تحليل الانحدار الخطي المتعدد هي ذات الاجراءات التي تم اتباعها مع حالة التحليل الخطي البسيط . مع التاكيد هنا على نقطيتين هما :

الاولى : هي ضرورة اختيار طريقة التحليل Method الموجودة في مربع الحوار المبين شكله في (٦٩.١٠) اعلاه ، ويفضل اختيار طريقة Stepwise عندما يكون الهدف الحصول على نموذج لاغراض التنبوء او السيطرة والتحكم ، لان الطريقة وكما سبق الاشارة في اعلاه ، تساعد على الاختصار في الوقت من جهة وتقوم بعرض نتائج كل متغير يتم اضافتة لعملية التحليل من جهة اخرى . اما اذا كان الهدف من التحليل هو الوصف والتفسير للظاهرة تحت الدراسة ، عندها يفضل التاشير على طريقة Enter لانها ستقوم بشمول كافة المتغيرات في عملية التحليل وبناء النموذج الوصفي .

اما النقطة الثانية ، هو التاكيد على ضرورة التاشير على الرسوم البيانية في لوحة Plots والمبين شكلها في (٧٢.١٠) اعلاه ايضا ، لغرض التحقق من الفروض وعلى الاخص تلك المتعلقة بالخطية والتوزيع الطبيعي وشكل انتشار الاخطاء .

مثال (٢.١٠) : لدينا عينة عشوائية يبلغ عددها $n = 74$ تم جمعها من التدريسيين العاملين في عدد من الجامعات العراقية والاردنية والاماراتية واليمنية ، وتمثلت المعطيات التي تم جمعها والمبين مقطع منها في الشكل البياني رقم (٧٦.١٠) ، معلومات اكاديمية واقتصادية وشخصية عن المبحوثين والاستفسار عن مستوى رضاهم عن ظروف وخصائص العملية البحثية ، وتم فيها اعتماد عدد البحوث والكتب المنشورة كمتغير تابع y . والمطلوب بناء نموذج يضم العوامل المؤثرة على الانتاح البحثي .

الشكل البياني رقم (٧٦.١٠)

مقطع من متغيرات المثال (٢.١٠) الخاضعة لتحليل الانحدار الخطي المتعدد

Researchers Satisfiction [DataSet1] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

1 : sex 1

	x05	x06	x07	x08	x09	x10	x11	x12	x13	x14	x15	y
38	5.00	3.00	3.00	4.00	1.00	2.00	2.00	3.00	2.00	1.00	3.00	2
39	3.00	3.00	3.00	3.00	2.00	2.00	2.00	4.00	2.00	1.00	2.00	1
40	3.00	2.00	3.00	2.00	1.00	2.00	1.00	3.00	2.00	3.00	2.00	2
41	2.00	3.00	3.00	4.00	3.00	2.00	1.00	3.00	2.00	1.00	2.00	2
42	3.00	3.00	3.00	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00	2.00	1.00	4.00	5
43	2.00	4.00	2.00	3.00	1.00	2.00	1.00	3.00	1.00	2.00	2.00	3
44	3.00	3.00	3.00	2.00	2.00	3.00	1.00	3.00	2.00	1.00	2.00	6
45	2.00	2.00	3.00	2.00	1.00	3.00	3.00	2.00	4.00	2.00	2.00	3
46	3.00	4.00	3.00	2.00	2.00	2.00	1.00	2.00	2.00	4.00	3.00	2
47	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	2.00	2.00	2.00	1.00	2.00	3.00	5
48	3.00	1.00	3.00	2.00	4.00	2.00	1.00	3.00	3.00	5.00	2.00	14
49	3.00	2.00	4.00	4.00	2.00	1.00	1.00	2.00	1.00	2.00	2.00	3
50	3.00	3.00	3.00	3.00	2.00	2.00	3.00	5.00	2.00	1.00	3.00	2
51	2.00	3.00	2.00	2.00	1.00	2.00	2.00	4.00	2.00	1.00	4.00	6
52	3.00	2.00	3.00	3.00	3.00	1.00	2.00	4.00	4.00	1.00	2.00	5
53	2.00	4.00	4.00	3.00	4.00	1.00	1.00	3.00	3.00	4.00	4.00	21
54	3.00	3.00	3.00	4.00	3.00	3.00	2.00	3.00	3.00	1.00	3.00	6
55	4.00	3.00	3.00	4.00	3.00	2.00	2.00	4.00	2.00	1.00	2.00	13
56	2.00	3.00	3.00	2.00	2.00	2.00	2.00	3.00	3.00	1.00	4.00	11
57	1.00	3.00	3.00	2.00	3.00	1.00	3.00	3.00	2.00	2.00	3.00	10

الحل لـ (٢.١٠) :

عقب إخضاع ملف المعطيات الذي تم انشاؤه ، واتباع ذات الاجراءات المبينة في تحليل الانحدار الخطي البسيط في الفقرة (١٠-٥-١) اعلاه ، جاءت مخرجات نتائج التحليل والمبينه في جداول المخرجات رقم (٢١.١٢) والاشكال البيانية المبينة رقم (٧٧.١٠) و (٧٨.١٠) و (٧٩.١٠) . ومنها نستل على :

➢ **ظهور خمسة متغيرات من مجموع ٢٢ متغيرا مستقلا ، مستوفية لمعايير المعنوية وكما مبين من جداول المخرجات رقم (٢٠.١٠) ، وهي :**

Tit (اللقب العلمي)

Nay (فئات سنين الخدمة الاكاديمية)

Age (العمر)

Spe (الاختصاص العلمي)

X14 (الجهات المستفيدة من تطبيق نتائج البحوث)

➢ **معايير جودة النموذج من خلال كل من R & F, R^2 ، معاملات الانحدار والمعامل الثابت ودرجة معنويتها** ، والمبينة فيما يلي :

	Coefficient.	Variable	S.E.	t	Sig.
y =	8.634	(Constant)	1.863	4.634	0.000
	- 2.234	Tit	0.399	-5.602	0.000
	+0.999	Nay	o.452	2.209	0.031
	+1.324	Age	0.462	2.869	0.006
	- 0.357	Spe	0.135	-2.650	0.010
	+ 0.458	X14	0.185	2.472	0.016

$R = 0.928$

$R^2 = 0.861$

$F = 81.341$ Sig. at 0.000

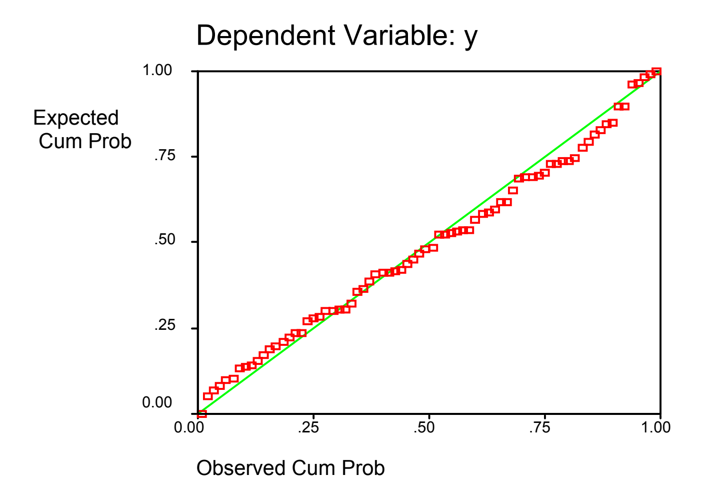
➢ **المعايير المنطقية Logical Criteria** : بالرجوع الى الاشارات التي جاءت بها كل من المتغيرات التي ضمها النموذج نجد بان جميعها جاءت صحيحة ، فاشارة المتغير Tit سالبة هي نتيجة اعطاء القيمة الاقل وهي ١ للقب استاذ و ٢ للاستاذ المشارك وهكذا ، وبالتالي فمن المتوقع بانه كلما انخفضت قيمة المتغير يزداد الانتاج البحثي اي ترتفع قيمة المتغير التابع y . وكذا الحال عن الاشارة السالبة للمتغير Spe الذي يبدا بالاختصاصات العلمية التي اعطيت لها القيمة ١ وتاخذ بالتصاعد لغاية القيمة ٦ مما يعني بان هذه الاختصاصات هي الاكثر انتاجا نتيجة اليسر في توفير المختبرات والاجهزة المطلوبة وما الى ذلك . اما اشارات المتغيرات الاخرى التي ضمها النموذج وهي Nay , Age , X_{14} فهي موجبة وجاءت متماشية ايضا مع صيغة طرحهما على المبحوث ، فكل زيادة في معدل عدد سنين الخدمة الاكاديمية تؤول الى زيادة في الانتاج البحثي ، وكذا الحال بالنسبة لمتغير العمر ، اما بالنسبة لمتغير مستوى الرضا عن تطبيق نتائج البحوث من قبل الجهات المستفيدة ، فزيادة مستوى الرضا التي يبدأ من ١ وترتفع لغاية ٥ من شانها ان تؤدي الى ارتفاع في قيمة Y المعبر عن عدد المؤلفات والبحوث المنشورة .

➢ **المعايير الاحصائية Statistical Criteria** : وبملاحظة مستوى معنوية المعاييرالتي ظهر بها النموذج سواء مايتعلق معامل التحديد (Coefficient of Determination, R^2) او أختبار F (F- test) او اختبار t نجد ان جميعها عالية معنوية highly significant واغلبها جاء عند مستوى ٠.٠٠٠ او ٠.٠٠ .

➢ **اختبار فرضيات النموذج Assumptions** : ان الاشكال البيانية لكل من الارقام (٧٧.١٠) المتعلقه بفرضية العلاقة الخطية والذي يخص اختبار فرضية مساواة الوسط الحسابي للصفر ، اي $E(\varepsilon_i) = 0$ و (٧٨.١٠) المتعلق بشكل انتشار البواقي للتحقق من فرضية $E(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ، والتوزيع الطبيعي للمدرج التكراري في الشكل (٧٩.١٠) الذي يتعلق باختبار استقلالية البواقي وتوزيعها الطبيعي $E(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0$ تعطي صورة واضحة عن استيفاء النموذج لكل من الفرضيات الثلاث .

شكل بياني رقم (٧٧.١٠) اختبار فرضية الاتجاه الخطي

ومساواة الوسط الحسابي للصفر ، أي $E(\varepsilon_i) = 0$

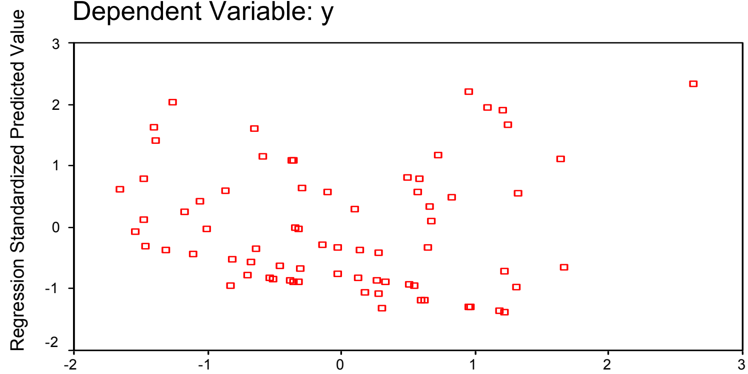


شكل بياني رقم (٧٨.١٠)

اختبار فرضية تساوى التباين لكافة المشاهدات، أي $E(\varepsilon_i) = \sigma^2$

Scatterplot

Dependent Variable: y



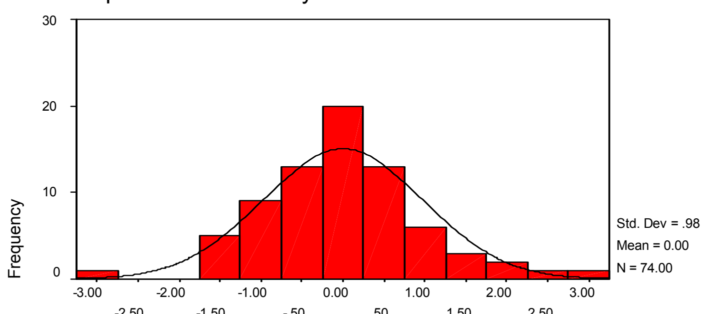
Regression Standardized Residual

شكل بياني رقم (٧٩.١٠)

اختبار فرضية ان قيم البواقي مستقلة عن بعضها، أي $E(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0$

Histogram

Dependent Variable: y



Regression Standardized Residual

➢ **أختبار القوة التنبوئية للنموذج Predictive Power of the Model** و يتم تقييم مدى قدرة طاقم المتغيرات التي يتضمنها النموذج على تقدير قيم لا تختلف جوهريا عن القيم الحقيقية للمتغير التابع . وتتم عملية التقيم من خلال اختبار الفروق التاتجة بين القيم الحقيقية y والقيم التي يتم تقديرها بواسطة النموذج $\hat{y}$ ، ومن ان حجم الفروق المعيارية لاتتجاوز مقدار الخطا المسموح . وهناك عدة طرق يمكن توظيفها لهذا الغرض وجميعها تفترض بان هذه الفروق موزعة توزيعا طبيعيا ، ومنها طريقة الانحرافات الطبيعية (Normal Deviates) ، وطريقة البواقي المعيارية (Standardized Residuals) وجميعها تفترض وقوع هذه البواقي المعيارية بين حدي 1.96- و1.96+ عند درجة ثقة مقدارها ٩٥% .

والجدول رقم (٢٠.١٠) التالي يعطي صورة عن تحليل البواقي القياسية لقيم التنبوء بواسطة نموذج الانحدار الذي تم تطويره لدرجة ثقة ٩٥ % ومقدارقيمتها الجدولية عند $\alpha/2 = 2.576$ مقابل القيمتين الدنيا والعليا 1.402- و 2.403 على التوالي والتي تقل عن القيمة الجدولية ٢.٥٧٦ .

جدول رقم (٢٠.١٠) يبين مؤشرات تحليل البواقي

Residuals Statistics a

	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	.3409	17.1686	6.7753	4.5964	74
Residual	-4.5972	4.9012	-5.91E-02	1.8218	74
Std. Predicted Value	-1.402	2.403	.053	1.039	74
Std. Residual	-2.491	2.655	-.032	.987	74

a. Dependent Variable:

جداول رقم (٢١.١٠)
مخرجات تحليل الانحدار الخطي المتعدد للمثال رقم (٢.١٢)

Variables Entered/Removed [a]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
2	ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3;18 & over=4)	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
3	Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55=3;56 & over=4)	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
4	Specialization (scie.=1,art.=2, busi.& accont.=3, medi.scie.=4,engi.=5, comp& tech.=6)	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
5	satisf. of org. seriousness in applying res. results (Ex.=5;V.G=4;.G.=3;Acc.=2;N.A.=1)	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

a. Dependent Variable: No. of papers & books published by respondent

معاملات النموذج ومعنويتها وفقا لمخرجات برنامج SPSS

Coefficients [a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	19.314	.929		20.782	.000
	Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)	-4.464	.309	-.865	-14.433	.000
2	(Constant)	10.537	1.800		5.855	.000
	Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)	-2.739	.412	-.531	-6.651	.000
	ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3; 18 & over=4)	1.907	.352	.432	5.418	.000
3	(Constant)	9.155	1.877		4.876	.000
	Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)	-2.466	.423	-.478	-5.837	.000
	ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3; 18 & over=4)	1.206	.480	.274	2.515	.014
	Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55= 3;56 & over=4)	1.014	.485	.227	2.092	.040
4	(Constant)	10.004	1.845		5.421	.000
	Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)	-2.362	.410	-.458	-5.758	.000
	ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3; 18 & over=4)	1.022	.469	.232	2.178	.033
	Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55= 3;56 & over=4)	1.247	.478	.279	2.610	.011
	Specialization (scie.=1,art.=2, busi.& accont.=3,medi.scie.=4,e ngi.=5,comp& tech.=6)	-.341	.139	-.119	-2.442	.017
5	(Constant)	8.634	1.863		4.634	.000
	Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)	-2.234	.399	-.433	-5.602	.000
	ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3; 18 & over=4)	.999	.452	.227	2.209	.031
	Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55= 3;56 & over=4)	1.324	.461	.297	2.869	.006
	Specialization (scie.=1,art.=2, busi.& accont.=3,medi.scie.=4,e ngi.=5,comp& tech.=6)	-.357	.135	-.125	-2.650	.010
	satisf. of org. seriousness in applying res. results (Ex.=5;V.G.=4;.G.=3;Acc.= 2;N.A.=1)	.458	.185	.115	2.472	.016

a. Dependent Variable: No. of papers & books published by respondent

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.865[a]	.748	.745	2.4081
2	.907[b]	.824	.818	2.0315
3	.913[c]	.834	.827	1.9836
4	.921[d]	.848	.839	1.9149
5	.928[e]	.861	.850	1.8458

a. Predictors: (Constant), Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4)

b. Predictors: (Constant), Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4), ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3;18 & over=4)

c. Predictors: (Constant), Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4), ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3;18 & over=4), Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55=3;56 & over=4)

d. Predictors: (Constant), Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4), ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3;18 & over=4), Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55=3;56 & over=4), Specialization (scie.=1,art.=2, busi.& accont.=3,medi.scie.=4,engi.=5,comp& tech.=6)

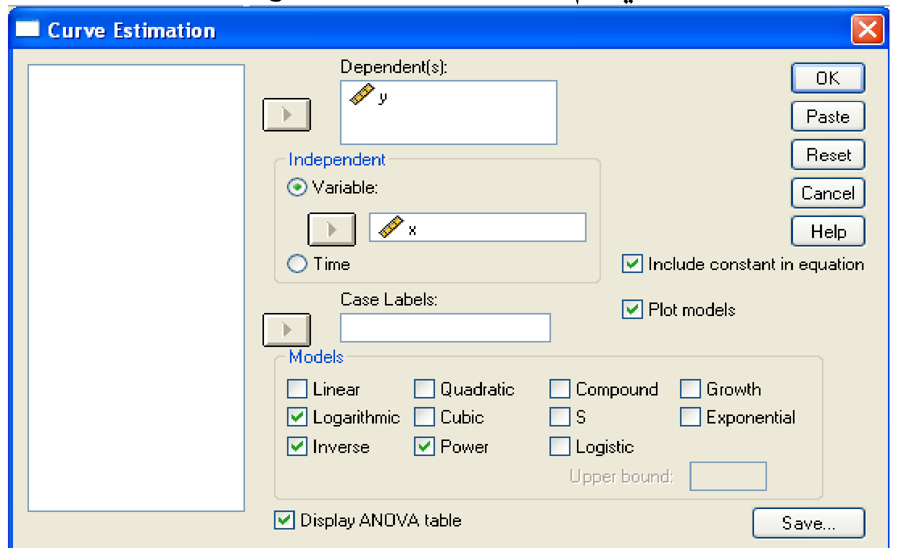
e. Predictors: (Constant), Academic title (Professor.=1;Associate Prof.=2;Assistant Prof.=3;others=4), ays grouping , years of ac servi (1-5 years=1;6-11=2;12-17=3;18 & over=4), Age (24-35 years=1;36-45=2;46-55=3;56 & over=4), Specialization (scie.=1,art.=2, busi.& accont.=3,medi.scie.=4,engi.=5,comp& tech.=6), satisf. of org. seriousness in applying res. results (Ex.=5;V.G.=4;.G.=3;Acc.=2;N.A.=1)

١٠-٥-٣ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار غير الخطي البسيط

- الدخول الى البرنامج وانشاء ملف بمعطيات المثال (٣.٧) ، يتم استدعاء القائمة Analysis ومنها الامر الفرعي Regression ومن ثم الخيار Curve Estimation ، فيظهر لنا مربع الحوار Curve Estimation المبن في الشكل البياني رقم (٨٠.١٠) . وفي مربع الحوار يتم استخدام السهم الجانبي لنقل المتغير التابع y الى تحت Dependent واستخدام السهم الجانبي الثاني لنقل المتغير المستقل x الى تحت Independent ، بعد ان يتم التاشير عند Variable .

- وعند نفس مربع الحوار Curve Estimation ، يتم ايضا التاشير تحت Models عند النماذج المطلوبة بموجب المثال (٣.٧) وهي Logarithmic و Inverse و Power ، ومن ثم التاشير في نهاية المربع عند Display AOVA Table للحصول على اشكال المنحنيات الناتجة عن تضبيط النماذج الثلاثة .
- الكبس على ايقونة Ok لنحصل على مخرجات التحليل المبينة في الشكل البياني رقم (٨١.١٠) و الجداول رقم (٣٢.١٠) .

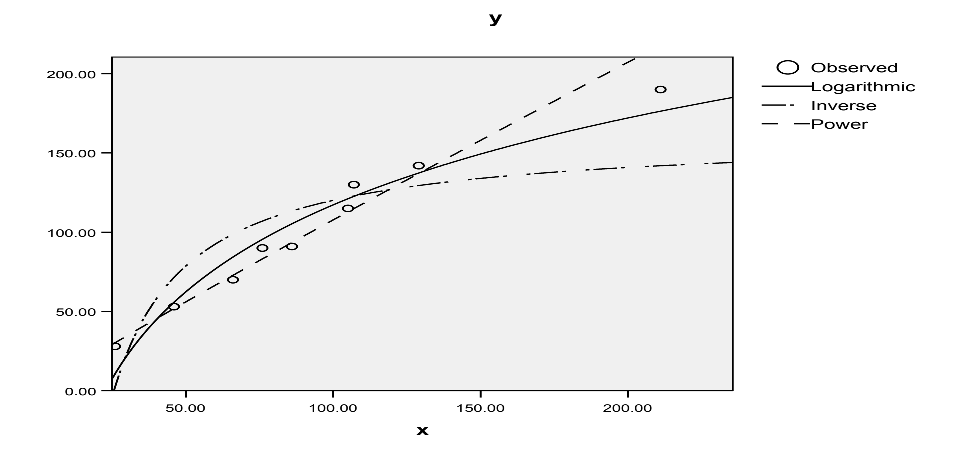
الشكل البياني رقم (٨٠.١٠) لوحة حوار النماذج غير الخطية



وعند التمعن في الشكل البياني ، نستدل بوضوح من ان النموذج الاسي Power كان الاكثر تضبيطا للمعطيات ، يليه النموذج اللوغارتيمي Logarithmic ، وان نتائج التحليل المبينة في جداول المخرجات جاءت تعزيزا لذلك الاستنتاج وكما يتضح من المقارنة البسيطة التالية :

المعيار	النموذج الاسي Power model	الموذج اللوغارتيمي model Logarithmic	النموذج العكسي Inverse model
R	**0.990**	**0.973**	**0.856**
R^2	**0.981**	**0.946**	**0.73**
F	**360.99 Sig at 0.000**	**122.613 Sig at 0.000**	**19.198 Sig at 0.003**
Beta	**0.990**	**0.973**	**-0.856**
t Sig at	**0.000**	**0.000**	**0.003**

الشكل البياني رقم (٨١.١٠) مقارنة القيم الحقيقية
مع نتائج النماذج غير الخطية وهي : الاسي ، اللوغارتيمي والعكسي



جداول رقم (٢٢.١٠) مخرجات تحليل الانحدار غير الخطي البسيط

Curve Fit Model Description

Model Name		MOD_2
Dependent Variable	1	y
Equation	1	Logarithmic
	2	Inverse
	3	Power(a)
Independent Variable		x
Constant		Included
Variable Whose Values Label Observations in Plots		Unspecified

a The model requires all non-missing values to be positive.

Case Processing Summary

	N
Total Cases	9
Excluded Cases(a)	0
Forecasted Cases	0
Newly Created Cases	0

a Cases with a missing value in any variable are excluded from the analysis.

Variable Processing Summary

		Variables	
		Dependent	Independent
		y	x
Number of Positive Values		9	9
Number of Zeros		0	0
Number of Negative Values		0	0
Number of Missing Values	User-Missing	0	0
	System-Missing	0	0

Logarithmic

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.973	.946	.938	12.251

The independent variable is x.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	18403.346	1	18403.346	122.613	.000
Residual	1050.654	7	150.093		
Total	19454.000	8			

The independent variable is x.

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
ln(x)	79.134	7.147	.973	11.073	.000
Constant	-247.190	31.709		-7.796	.000

Inverse

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.856	.733	.695	27.250

The independent variable is x.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	14256.036	1	14256.036	19.198	.003
Residual	5197.964	7	742.566		
Total	19454.000	8			

The independent variable is x.

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients		
	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
1 / x	-4146.738	946.400	-.856	-4.382	.003
Constant	161.588	16.544		9.767	.000

Power

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.990	.981	.978	.085

The independent variable is x.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	2.616	1	2.616	360.989	.000
Residual	.051	7	.007		
Total	2.667	8			

The independent variable is x.

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients		
	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
ln(x)	.944	.050	.990	19.000	.000
(Constant)	1.398	.308		4.538	.003

The dependent variable is ln(y).

١٠-٥-٤ استخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار غير الخطي المتعدد

لا تختلف الإجراءات المطلوبة لاستخدام برنامج SPSS في تحليل الانحدار غير الخطي المتعدد عن تلك التي تم ذكرها مع تحليل الانحدار غير الخطي البسيط اعلاه ، باستثناء ان يكون التاشير هنا عند Quadratic او Cubic او كلاهما الموجودة تحت عنوان Models في مربع الحوار المبين في الشكل رقم (٨٢.١٠) .

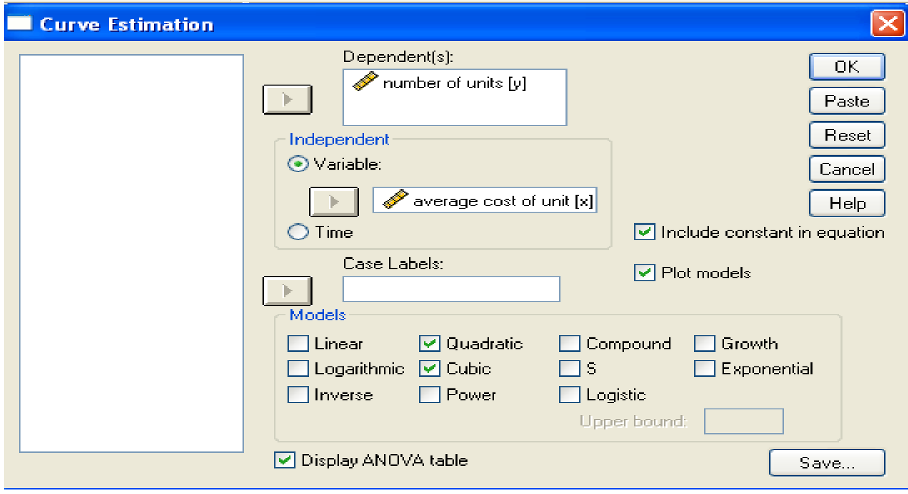
فبانشاء ملف معطيات المثال (٤.٧) ، واخضاعه للتحليل وفقا للاجراءات المنوه عنها ، نحصل على المخرجات المبينة في الشكل البياني رقم (٨٣.١٠) وفي الجداول رقم (٢٣.١٠) .

ومن نتائج مخرجات التحليل ، وكما يتضح جليا من الشكل البياني رقم (٨٣.١٠) بان نماذج التحليل غير الخطي المتعدد هو المناسب لتضبيط المعطيات ، وخاصة النموذج التربيعي Quadratic Model حيث جاءت كل من المعطيات الحقيقية والتقديرية شبه متطابقة . وهذا ما يفسر معاملي التحديد R^2 هي ٠.٩٩ و ٠.٩٨٩ لنموذجي التربيعي والتكعيبي على التوالي .

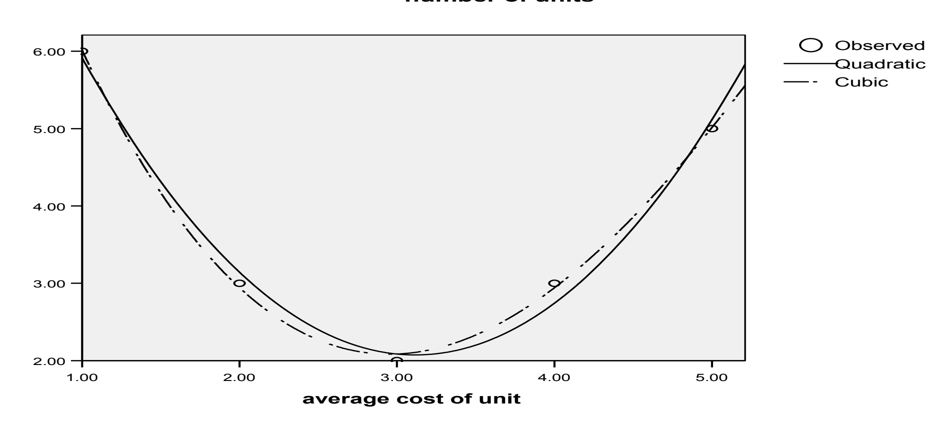
اما اختبار F على نطاق النموذج و t على مستوى المتغيرات فهي معنوية عند ٠.٠٥ = α .

الشكل البياني رقم (٨٢.١٠) مربع حوار

Curve Estimation في تحليل الانحدار غير الخطي المتعدد



الشكل البياني رقم (٨٣.١٠) نموذجي التربيعي والتكعيبي للمثال رقم(٤.٧)



جداول رقم (٢٣.١٠)
مخرجات تحليل الانحدار غير الخطي المتعدد لمعطيات المثال (٤.٧)

Curve Fit Model Description

Model Name		**MOD_3**
Dependent Variable	**1**	**number of units**
Equation	**1**	**Quadratic**
	2	**Cubic**
Independent Variable		**average cost of unit**
Constant		**Included**
Variable Whose Values Label Observations in Plots		**Unspecified**
Tolerance for Entering Terms in Equations		**.0001**

Case Processing Summary

	N
Total Cases	5
Excluded Cases(a)	0
Forecasted Cases	0
Newly Created Cases	0

a Cases with a missing value in any variable are excluded from the analysis.

Variable Processing Summary

		Variables	
		Dependent	Independent
		number of units	average cost of unit
Number of Positive Values		5	5
Number of Zeros		0	0
Number of Negative Values		0	0
Number of Missing Values	User-Missing	0	0
	System-Missing	0	0

Model Summary :Quadratic

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.995	.989	.979	.239

The independent variable is average cost of unit.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	10.686	2	5.343	93.500	.011
Residual	.114	2	.057		
Total	10.800	4			

The independent variable is average cost of unit.

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
average cost of unit	-5.343	.391	-5.141	-13.675	.005
average cost of unit ** 2	.857	.064	5.044	13.416	.006
(Constant)	10.400	.513		20.285	.002

Model Summary :Cubic

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.999	.999	.995	.120

The independent variable is average cost of unit.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	10.786	3	3.595	251.667	.046
Residual	.014	1	.014		
Total	10.800	4			

The independent variable is average cost of unit.

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
average cost of unit	-7.310	.769	-7.034	-9.511	.067
average cost of unit ** 2	1.607	.285	9.458	5.634	.112
average cost of unit ** 3	-.083	.031	-2.585	-2.646	.230
(Constant)	11.800	.588		20.069	.032

١٠-٦ استخدام برنامج SPSS في تحليل الاتجاه العام للسلاسل الزمنية

بقدر تعلق الأمر باستخدام برنامج **SPSS** بعنصر الاتجاه العام الذي اهم عناصر السلسلة الزمنية نكون امام حالتين هي :

١٠-٦-١ حالة عدم اجراء التمهيد **Without Smoothing**،

وفيها تكون اجراءات استخدام برنامج **SPSS هي** ذاتها التي تم اتباعها مع تحليل الانحدار في حالتي الخطي وغير الخطي في اعلاه ، وسنتاول في الاتي الحالة غير الخطية من خلال توظيف معطيات المثال (٨-٣)، لنحصل على المخرجات المبينة في الجدول رقم (١٠-٢٤) التالي، والذي منه نستدل على تماثل معاملات الانحدارغير الخطي والمعامل الثابت مع تلك التي تم حسابها في حل المثال (٨-٣) ، بالاضافة الى ما يوضحه الشكل البياني رقم (٨٤.١٠) من تظبيط المعادلة التربيعية لمعطيات المثال المذكور ، كما وتم الحصول على مؤشرات اخرى تتعلق بمعنوية المعادلة والمتغيرات التي تضمنتها .

جدول مخرجات رقم (١٠-٢٤)
لنتائج تحليل الاتجاه غير الخطي للمثال (٣.٨) للاتجاه العام للسلسلة الزمنية

Model Description

Model Name		MOD_3
Dependent Variable	1	y
Equation	1	Quadratic
Independent Variable		t
Constant		Included
Variable Whose Values Label Observations in Plots		Unspecified
Tolerance for Entering Terms in Equations		.0001

Case Processing Summary

	N
Total Cases	11
Excluded Cases(a)	0
Forecasted Cases	0
Newly Created Cases	0

a Cases with a missing value in any variable are excluded from the analysis.

are excluded from the analysis.

Variable Processing Summary

		Variables	
		Dependent	Independent
		y	t
Number of Positive Values		11	5
Number of Zeros		0	1
Number of Negative Values		0	5
Number of Missing Values	User-Missing	0	0
	System-Missing	0	0

Model Summary :Quadratic

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.656	.431	.289	3.370

The independent variable is t.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	68.782	2	34.391	3.028	.105
Residual	90.854	8	11.357		
Total	159.636	10			

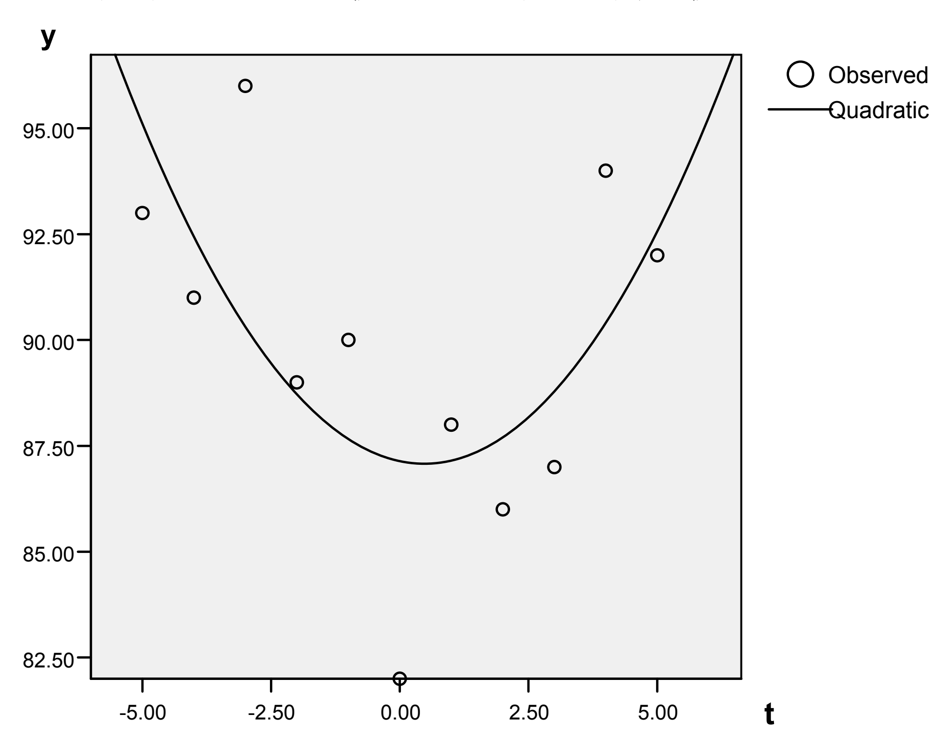
The independent variable is t.

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
t	-.255	.321	-.211	-.792	.451
t ** 2	.268	.115	.621	2.330	.048
(Constant)	87.138	1.535		56.769	.000



الشكل البياني رقم (٨٤.١٠) : شكل منحني معطيات المثال (٣.٨)



٢-٦-١٠ حالة اجراء عملية التمهيد With Smoothing،

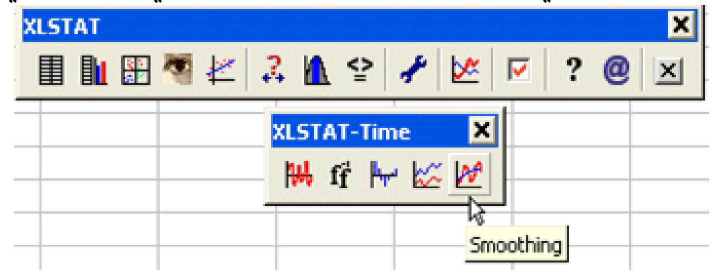
اما في حالة الحاجة لاجراء عملية التمهيد على السلسلة عند بناء نموذج الاتجاه العام سيتطلب استخدام اما الامر الرئيسي Time series من قائمة Analysis او احد البرامج التالية :

TSM Package v4.26

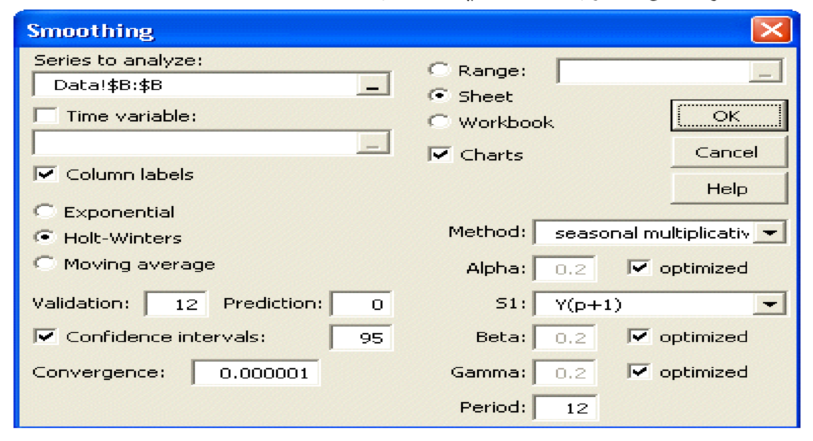
And version OXMP1

او البرنامج الخاص بالسلاسل الزمنية ا لذي يوفره برنامج اكسل والذي بتميز ببساطة الاستخدام وهو : XLSTAT : MS Excel ، ويتم ذلك بالدخول لبرنامج

XLSTAT ، ومن ثم اختيار الامر الفرعي Smoothing ، وبظهور مربع الحوار يتم التاشير على ايقونة الشكل الذي يدل على عملية التمهيد وكما مبين في الشكل البياني التالي:



ليظهر لنا مربع الحوار التالي ، ليتم فيه التاشير على متطلبات التحليل ، يليها الكبس على ايقونة Ok للحصول على مخرجات التحليل المستهدفة.



١٠-٧ استخدام الحاسوب في حساب الارقم القياسية

بالنظر لبساطة عملية حساب الارقام القياسة ، فيمكن استخدام برنامج Excel لملائمة قي اجراء العمليات الحسابية ، وذلك من خلال استخدام شريط الصيغ ، كما يتضح من الامثلة التالية :

- فلو كان لدينا مثلا اسعار احدى المواد للفترة ٢٠٠٢ – ٢٠٠٨ والمبينة في الشكل البياني رقم (٨٥.١٠) ، والمطلوب حساب الرقم القياسي البسيط لمعرفة التغير الحاصل على السعر للفترة المذكورة . فنحتاج الى ما يلي :

الخطوة الاولى : على افتراض ان سنة الاساس المختارة هي سنة ٢٠٠٢ ،عندها ندوين في شريط الصيغ ، الصيغة المبينة في الشكل البياني رقم (٨٥.١٠) التي تدل على مواقع القيم الداخلة في عملية الحساب .

الشكل البياني رقم (٨٥.١٠) مدخلات حساب الرقم القياسي البسيط

STDEV =(B1/$B$1)*100

	A	B	C	D
1	2002	195	B$1)*100	
2	2003	204		
3	2004	211		
4	2005	218		
5	2006	230	استنساخ الصيغة	
6	2007	222		
7	2008	234		
8				
9				

الخطوة الثانية : الضغط على الجانب الايسر من الفارة والسحب الى الاسفل ولغاية نهاية الفترة في العمود B ، فنحصل على الارقام القيايسة المبينة في الشكل البياني رقم (٨٦.١٠) التالي .

الشكل البياني رقم (٨٦.١٠) مخرجات حساب الرقم القياسي البسيط

C1 =(B1/$B$1)*100

	A	B	C	D
1	2002	195	100	
2	2003	204	104.6154	
3	2004	211	108.2051	
4	2005	218	111.7949	
5	2006	230	117.9487	
6	2007	222	113.8462	
7	2008	234	120	
8				
9				

- وفي حالة كانت سنة الاساس المختارة هي ٢٠٠٨ مثلا ، عندها تكون الصيغة هي : =(B1/$B$7)*100 .

▪ واذا كنا بصدد ايجاد الرقم القياسي للمثال اعلاه مرجحا بالكميات فان صيغة الحساب تصبح كما مبين فالشكل البياني رقم (٨٧.١٠) التالي :

الشكل البياني رقم (٨٧.١٠) مخرجات الرقم القياسي المرجح بالكميات

D2 =(B2/$B$2)*(C2/$C$2)*100

	A	B	C	D	E
1	year	price	quantity		
2	2002	195	532	100	
3	2003	204	641	126.0497	
4	2004	211	666	135.4598	
5	2005	218	891	187.2354	
6	2006	230	894	198.2071	
7	2007	222	1005	215.0665	
8	2008	234	1254	282.8571	
9					

▪ اما في حالة ايجاد الرقم القياسي لمجموعة سلع مرجحة بالكميات لفترتين ولتكن بطريقة لاسبير مثلا وكانت قيم الاسعار والكميات هي كما مبين الشكل البياني رقم (٨٨.١٠) ، فان اجراءات العملية الحسابية تكون عبارة عن ايجاد مجاميع حاصل ضرب P_0q_0 و P_nq_0 اولا باستخدام شريط الصيغ واجراء عملية السحب بواسطة الفارة ، ومن ثم ايجاد الرقم القياسي من خلال القسمة وكما مبين في شريط الصيغ على ذات الشكل البياني (٨٨.١٠) لنحصل على الرقم القياسي المبين في الخلية G10.

الشكل البياني رم (٨٨.١٠)

مدخلات ومخرجات الرقم القياسي التجميعي المرجح بطريقة لاسبير

G10 =(F10/E10)*100

	A	B	C	D	E	F	G
1	السلعة	الاسعار (بالدينار)		الكمية			
2				المباعة			
3		2000	2008	2000			
4		po	pn	qo	poqo	pnqo	IL
5	a	4.5	5.1	150	675	765	
6	b	1.8	2.2	221	397.8	486.2	
7	c	0.35	0.4	375	131.25	150	
8	d	1	1.25	80	80	100	
9	e	0.4	5	72	28.8	360	
10					1312.85	1861.2	141.7679

الملاحق

الملحق رقم (١)

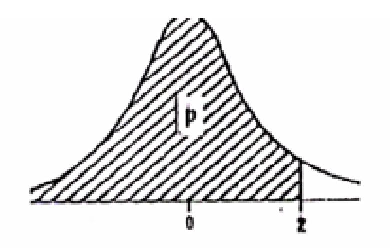
Random sampling numbers جدول الارقام العشوائية

Hill AB (1977) ***A Short Textbook of Medical Statistics*****. London: Hodder and Stoughton, 1977:306-7.**

	1 2 3 4	5 6 7 8	9 10 11 12	13 14 15 16	17 18 19 20	21 22 23 24	25 26 27 28	29 30 31 32
1	8 0 9 4	2 5 2 5	8 2 4 7	1 3 4 7	7 4 3 3	3 6 2 0	1 8 9 7	2 1 3 4
2	3 5 6 3	2 1 9 8	8 2 1 1	9 0 4 5	2 6 1 8	2 7 5 1	2 6 2 7	1 0 9 5
3	1 3 3 0	6 3 3 1	3 7 5 3	9 6 9 3	8 7 3 8	6 8 1 5	1 5 3 8	8 5 4 3
4	3 5 6 5	0 0 1 6	2 2 4 3	6 4 3 2	4 7 9 6	6 0 9 5	5 2 8 3	1 6 2 0
5	7 8 5 0	5 9 2 5	5 5 8 8	7 3 1 1	2 1 9 2	4 5 4 5	3 5 3 0	5 5 8 9
6	4 4 9 0	5 4 1 7	9 7 2 7	6 1 5 3	5 9 0 1	4 8 7 8	9 9 8 0	9 8 7 7
7	6 5 4 5	9 1 0 4	9 3 1 8	8 8 1 9	7 5 3 7	2 7 8 5	9 3 7 3	2 4 4 5
8	3 6 2 8	5 9 9 5	1 2 1 5	9 7 5 3	9 2 2 3	5 6 5 8	2 9 4 4	2 8 9 9
9	4 6 6 5	4 8 2 0	7 5 5 4	0 6 1 2	9 6 8 3	4 2 5 1	9 1 3 8	1 7 0 9
10	6 4 9 8	7 5 1 9	0 4 7 4	7 8 1 8	6 8 3 2	9 6 8 3	9 8 7 2	4 0 9 0
11	6 7 2 2	9 8 6 9	9 3 6 1	7 8 7 5	4 8 8 3	1 3 1 5	9 6 7 9	8 8 3 4
12	9 7 4 8	5 9 3 2	5 1 1 5	2 7 2 1	0 0 3 3	9 3 0 3	9 7 1 3	4 0 1 2
13	5 6 4 1	1 4 1 7	1 4 1 9	7 4 3 4	8 1 6 5	7 3 6 8	1 2 1 8	5 0 3 9
14	7 4 4 4	9 2 0 0	8 8 4 0	5 8 8 2	4 3 9 8	3 9 0 4	9 1 9 9	9 3 3 6
15	8 2 7 9	3 0 1 9	4 6 7 2	3 7 4 3	3 9 7 9	4 6 8 9	9 0 2 1	6 9 9 0
16	0 1 6 1	7 6 1 7	1 0 2 4	2 3 8 7	2 8 9 1	6 6 7 7	1 5 8 5	2 4 8 2
17	7 3 8 8	9 7 5 9	7 5 5 5	6 6 2 4	9 9 7 7	2 0 0 8	5 5 9 6	9 7 4 0
18	7 8 3 0	4 7 1 4	3 6 9 5	2 9 1 9	1 8 0 4	4 0 4 4	1 0 3 4	2 5 9 7
19	9 8 8 7	4 2 1 6	6 5 2 6	4 5 3 5	8 4 3 0	5 2 7 0	9 6 0 5	0 7 6 8
20	1 2 6 1	2 5 1 6	8 5 6 9	2 3 1 0	3 9 3 9	8 7 0 3	9 8 4 1	0 3 5 3
21	3 9 4 7	4 9 3 7	7 6 3 4	2 5 4 3	6 2 3 9	7 4 5 5	2 0 5 5	7 7 9 5
22	4 5 5 0	8 1 0 3	1 2 5 0	2 3 0 4	1 1 3 8	9 7 8 8	9 1 4 4	4 5 2 6
23	1 3 4 4	9 6 9 7	2 3 8 3	6 9 7 6	6 2 5 1	4 2 0 1	2 0 3 8	6 5 5 2
24	8 9 7 6	5 8 2 3	8 4 8 7	0 4 5 0	3 1 0 6	9 1 6 6	2 7 1 7	7 6 0 1
25	7 7 1 0	9 9 4 3	6 9 7 8	8 2 7 3	9 7 1 4	9 7 0 0	1 5 6 6	2 8 8 9
26	6 9 5 9	6 0 0 8	8 4 4 2	2 2 8 2	1 5 2 4	2 5 1 7	5 8 1 8	0 0 8 1
27	7 9 4 1	2 3 1 2	2 4 3 1	6 7 0 2	9 9 8 4	3 4 6 9	3 0 8 5	4 7 6 2
28	2 2 8 4	0 8 9 6	9 1 0 7	5 5 4 2	7 3 1 9	3 7 8 2	1 0 6 8	9 5 7 4
29	9 5 9 4	7 4 1 6	9 3 6 5	6 0 4 5	1 1 8 3	5 9 1 6	9 5 9 9	1 1 4 3
30	4 6 1 3	8 5 4 9	6 3 6 9	3 2 0 8	5 1 0 9	9 6 8 0	1 1 6 8	6 1 3 3

الملحق رقم (٢)

قيم Z الموزعة طبيعيا N(0,1) عند مستويات معنوية مختلفة



p	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.50	0.000	0.025	0.050	0.075	0.100	0.126	0.151	0.176	0.202	0.228
0.60	0.253	0.279	0.305	0.332	0.358	0.385	0.412	0.440	0.468	0.496
0.70	0.524	0.553	0.583	0.613	0.643	0.674	0.706	0.739	0.772	0.806
0.80	0.842	0.878	0.915	0.954	0.994	1.036	1.080	1.126	1.175	1.227
0.90	1.282	1.341	1.405	1.476	1.555					

p	.000	.001	.002	.003	.004	.005	.006	.007	.008	.009
0.95	1.645	1.655	1.665	1.675	1.685	1.695	1.706	1.717	1.728	1.73[illegible]
0.96	1.751	1.762	1.774	1.787	1.799	1.812	1.825	1.838	1.852	1.86[illegible]
0.97	1.881	1.896	1.911	1.927	1.943	1.960	1.977	1.995	2.014	2.03[illegible]
0.98	2.054	2.075	2.097	2.120	2.144	2.170	2.197	2.226	2.257	2.29[illegible]
0.99	2.326	2.366	2.409	2.457	2.512	2.576	2.652	2.748	2.878	3.09[illegible]

الملحق رقم (٣)

قيم t الجدولية عند مستويات معنوية مختلفة ودرجات الحرية ٧

t Distribution: Critical Values of t

df	90%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841	10.215
4	1.533	2.132	2.777	3.747	4.604	7.173
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.708	5.208
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.500	4.785
8	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355	4.501
9	1.383	1.833	2.262	2.822	3.250	4.297
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	1.345	1.761	2.145	2.625	2.977	3.787
15	1.341	1.753	2.132	2.603	2.947	3.733
16	1.337	1.746	2.120	2.584	2.921	3.686
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.879	3.611
19	1.328	1.729	2.093	2.540	2.861	3.580
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.788	3.450
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.705	3.307
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

الملحق رقم (٤)

قيم مربع كاي χ^2 عند عدد مستويات المعنوية ودرجات الحرية V

df \ X	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	1.6 E-6	3.9E-5	0.00016	0.00098	0.00393	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83
2	0.002	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.6	13.82
3	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27
4	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12
9	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.3	32.91
13	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79
18	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31
21	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.4	46.80
22	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
26	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05
27	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48
28	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89
29	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30
30	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70
31	12.20	14.46	15.66	17.54	19.28	44.99	48.23	52.19	55.00	61.10
32	12.81	15.13	16.36	18.29	20.07	46.19	49.48	53.49	56.33	62.49
33	13.43	15.82	17.07	19.05	20.87	47.40	50.73	54.78	57.65	63.87
34	14.06	16.50	17.79	19.81	21.66	48.60	51.97	56.06	58.96	65.25
35	14.69	17.19	18.51	20.57	22.47	49.80	53.20	57.34	60.27	66.62
36	15.32	17.89	19.23	21.34	23.27	51.00	54.44	58.62	61.58	67.99
37	15.97	18.59	19.96	22.11	24.07	52.19	55.67	59.89	62.88	69.35
38	16.61	19.29	20.69	22.88	24.88	53.38	56.90	61.16	64.18	70.70
39	17.26	20.00	21.43	23.65	25.70	54.57	58.12	62.43	65.48	72.05

الملحق رقم (٥)

قيم f الجدولية عند عدد من مستويات المعنوية ودرجات الحرية v_1 و v_2

F Distribution: Critical Values of *F* (5% significance level)

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.36	246.46	247.32	248.01
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.42	19.43	19.44	19.45
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.71	8.69	8.67	8.66
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.87	5.84	5.82	5.80
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.64	4.60	4.58	4.56
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.96	3.92	3.90	3.87
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.53	3.49	3.47	3.44
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.24	3.20	3.17	3.15
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.03	2.99	2.96	2.94
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.86	2.83	2.80	2.77
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.74	2.70	2.67	2.65
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.64	2.60	2.57	2.54
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.55	2.51	2.48	2.46
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.48	2.44	2.41	2.39
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	2.38	2.35	2.33
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.37	2.33	2.30	2.28
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.33	2.29	2.26	2.23
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.29	2.25	2.22	2.19
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.26	2.21	2.18	2.16
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.22	2.18	2.15	2.12
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.20	2.16	2.12	2.10
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.17	2.13	2.10	2.07
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.15	2.11	2.08	2.05
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.13	2.09	2.05	2.03
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.11	2.07	2.04	2.01
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.09	2.05	2.02	1.99
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.06	2.02	1.99	1.96
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.05	2.01	1.97	1.94
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.04	1.99	1.96	1.93
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	2.04	1.99	1.94	1.91	1.88
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.95	1.90	1.87	1.84
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.89	1.85	1.81	1.78
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.86	1.82	1.78	1.75
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.89	1.84	1.79	1.75	1.72
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.82	1.77	1.73	1.70
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.86	1.80	1.76	1.72	1.69
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.79	1.75	1.71	1.68
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.82	1.76	1.71	1.67	1.64
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.80	1.74	1.69	1.66	1.62
250	3.88	3.03	2.64	2.41	2.25	2.13	2.05	1.98	1.92	1.87	1.79	1.73	1.68	1.65	1.61
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61
400	3.86	3.02	2.63	2.39	2.24	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.78	1.72	1.67	1.63	1.60
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59
600	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.11	2.02	1.95	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59
750	3.85	3.01	2.62	2.38	2.23	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.77	1.70	1.66	1.62	1.58
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.76	1.70	1.65	1.61	1.58

تابع ملحق رقم (٥) عند $\alpha=0.05$

F Distribution: Critical Values of F (5% s _ ıc

ν_2 \ ν_1	25	30	35	40	50	60	75	100	150	200
1	249.26	250.10	250.69	251.14	251.77	252.20	252.62	253.04	253.46	253.68
2	19.46	19.46	19.47	19.47	19.48	19.48	19.48	19.49	19.49	19.49
3	8.63	8.62	8.60	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.54	8.54
4	5.77	5.75	5.73	5.72	5.70	5.69	5.68	5.66	5.65	5.65
5	4.52	4.50	4.48	4.46	4.44	4.43	4.42	4.41	4.39	4.39
6	3.83	3.81	3.79	3.77	3.75	3.74	3.73	3.71	3.70	3.69
7	3.40	3.38	3.36	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.26	3.25
8	3.11	3.08	3.06	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95
9	2.89	2.86	2.84	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.74	2.73
10	2.73	2.70	2.68	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.57	2.56
11	2.60	2.57	2.55	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.44	2.43
12	2.50	2.47	2.44	2.43	2.40	2.38	2.37	2.35	2.33	2.32
13	2.41	2.38	2.36	2.34	2.31	2.30	2.28	2.26	2.24	2.23
14	2.34	2.31	2.28	2.27	2.24	2.22	2.21	2.19	2.17	2.16
15	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.10	2.10
16	2.23	2.19	2.17	2.15	2.12	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04
17	2.18	2.15	2.12	2.10	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99
18	2.14	2.11	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00	1.98	1.96	1.95
19	2.11	2.07	2.05	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.92	1.91
20	2.07	2.04	2.01	1.99	1.97	1.95	1.93	1.91	1.89	1.88
21	2.05	2.01	1.98	1.96	1.94	1.92	1.90	1.88	1.86	1.84
22	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82
23	2.00	1.96	1.93	1.91	1.88	1.86	1.84	1.82	1.80	1.79
24	1.97	1.94	1.91	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.77
25	1.96	1.92	1.89	1.87	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75
26	1.94	1.90	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.73
27	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81	1.79	1.76	1.74	1.72	1.71
28	1.91	1.87	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.70	1.69
29	1.89	1.85	1.83	1.81	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.67
30	1.88	1.84	1.81	1.79	1.76	1.74	1.72	1.70	1.67	1.66
35	1.82	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.63	1.61	1.60
40	1.78	1.74	1.72	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.56	1.55
50	1.73	1.69	1.66	1.63	1.60	1.58	1.55	1.52	1.50	1.48
60	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.53	1.51	1.48	1.45	1.44
70	1.66	1.62	1.59	1.57	1.53	1.50	1.48	1.45	1.42	1.40
80	1.64	1.60	1.57	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.39	1.38
90	1.63	1.59	1.55	1.53	1.49	1.46	1.44	1.41	1.38	1.36
100	1.62	1.57	1.54	1.52	1.48	1.45	1.42	1.39	1.36	1.34
120	1.60	1.55	1.52	1.50	1.46	1.43	1.40	1.37	1.33	1.32
150	1.58	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29
200	1.56	1.52	1.48	1.46	1.41	1.39	1.35	1.32	1.28	1.26
250	1.55	1.50	1.47	1.44	1.40	1.37	1.34	1.31	1.27	1.25
300	1.54	1.50	1.46	1.43	1.39	1.36	1.33	1.30	1.26	1.23
400	1.53	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32	1.28	1.24	1.22
500	1.53	1.48	1.45	1.42	1.38	1.35	1.31	1.28	1.23	1.21
600	1.52	1.48	1.44	1.41	1.37	1.34	1.31	1.27	1.23	1.20
750	1.52	1.47	1.44	1.41	1.37	1.34	1.30	1.26	1.22	1.20
1000	1.52	1.47	1.43	1.41	1.36	1.33	1.30	1.26	1.22	1.19

تابع ملحق رقم (٥) عند α=0.01

I)

F Distribution: Critical Values of F (1% significance level)

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
1	4052.18	4999.50	5403.35	5624.58	5763.65	5858.99	5928.36	5981.07	6022.47	6055.85	6106.32	6142.67	6170.10	6191.53	6208.73
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.44	99.44	99.45
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.92	26.83	26.75	26.69
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.25	14.15	14.08	14.02
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.77	9.68	9.61	9.55
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.60	7.52	7.45	7.40
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.36	6.28	6.21	6.16
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.56	5.48	5.41	5.36
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	5.01	4.92	4.86	4.81
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.60	4.52	4.46	4.41
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.29	4.21	4.15	4.10
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.05	3.97	3.91	3.86
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.86	3.78	3.72	3.66
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.70	3.62	3.56	3.51
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.56	3.49	3.42	3.37
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.45	3.37	3.31	3.26
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.35	3.27	3.21	3.16
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.27	3.19	3.13	3.08
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.19	3.12	3.05	3.00
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.13	3.05	2.99	2.94
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.07	2.99	2.93	2.88
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	3.02	2.94	2.88	2.83
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.97	2.89	2.83	2.78
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.93	2.85	2.79	2.74
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.89	2.81	2.75	2.70
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.86	2.78	2.72	2.66
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.82	2.75	2.68	2.63
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.79	2.72	2.65	2.60
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.77	2.69	2.63	2.57
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.74	2.66	2.60	2.55
35	7.42	5.27	4.40	3.91	3.59	3.37	3.20	3.07	2.96	2.88	2.74	2.64	2.56	2.50	2.44
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.56	2.48	2.42	2.37
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.56	2.46	2.38	2.32	2.27
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.39	2.31	2.25	2.20
70	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.45	2.35	2.27	2.20	2.15
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.42	2.31	2.23	2.17	2.12
90	6.93	4.85	4.01	3.53	3.23	3.01	2.84	2.72	2.61	2.52	2.39	2.29	2.21	2.14	2.09
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.37	2.27	2.19	2.12	2.07
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.23	2.15	2.09	2.03
150	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.31	2.20	2.12	2.06	2.00
200	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.27	2.17	2.09	2.03	1.97
250	6.74	4.69	3.86	3.40	3.09	2.87	2.71	2.58	2.48	2.39	2.26	2.15	2.07	2.01	1.95
300	6.72	4.68	3.85	3.38	3.08	2.86	2.70	2.57	2.47	2.38	2.24	2.14	2.06	1.99	1.94
400	6.70	4.66	3.83	3.37	3.06	2.85	2.68	2.56	2.45	2.37	2.23	2.13	2.05	1.98	1.92
500	6.69	4.65	3.82	3.36	3.05	2.84	2.68	2.55	2.44	2.36	2.22	2.12	2.04	1.97	1.92
600	6.68	4.64	3.81	3.35	3.05	2.83	2.67	2.54	2.44	2.35	2.21	2.11	2.03	1.96	1.91
750	6.67	4.63	3.81	3.34	3.04	2.83	2.66	2.53	2.43	2.34	2.21	2.11	2.02	1.96	1.90
1000	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.20	2.10	2.02	1.95	1.90

الملحق رقم (٦)

التوزيع اطبيعي الاحتمالي للمساحة الواقعة بين قيم Z والمتوسط

ز	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000
4.0	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000

الملحق رقم (٧)

التوزيع الطبيعي Z التجميعي الذي يعطي احتمال المتغير العشوائي

الموزع طبيعيا(N(0,1

Cumulative Standardized Normal Distribution

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999							

الملحق رقم (٨)

قيم الاحتمال التجميعي لتوزيع بواسون Poisson

Cumulative Poisson Distribution

	λ									
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.905	0.819	0.741	0.670	0.607	0.549	0.497	0.449	0.407	0.368
1	0.995	0.982	0.963	0.938	0.910	0.878	0.844	0.809	0.772	0.736
2	1.000	0.999	0.996	0.992	0.986	0.977	0.966	0.953	0.937	0.920
3		1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.994	0.991	0.987	0.981
4				1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996
5							1.000	1.000	1.000	0.999
6										1.000

	λ									
x	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
0	0.301	0.247	0.202	0.165	0.135	0.111	0.091	0.074	0.061	0.050
1	0.663	0.592	0.525	0.463	0.406	0.355	0.308	0.267	0.231	0.199
2	0.879	0.833	0.783	0.731	0.677	0.623	0.570	0.518	0.469	0.423
3	0.966	0.946	0.921	0.891	0.857	0.819	0.779	0.736	0.692	0.647
4	0.992	0.986	0.976	0.964	0.947	0.928	0.904	0.877	0.848	0.815
5	0.998	0.997	0.994	0.990	0.983	0.975	0.964	0.951	0.935	0.961
6	1.000	0.999	0.999	0.997	0.995	0.993	0.988	0.983	0.976	0.966
7		1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.995	0.992	0.988
8				1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996
9							1.000	1.000	0.999	0.999
10									1.000	1.000

	λ									
x	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
0	0.041	0.033	0.027	0.022	0.018	0.015	0.012	0.010	0.008	0.007
1	0.171	0.147	0.126	0.107	0.092	0.078	0.066	0.056	0.048	0.040
2	0.380	0.340	0.303	0.269	0.238	0.210	0.185	0.163	0.143	0.125
3	0.603	0.558	0.515	0.473	0.433	0.395	0.359	0.326	0.294	0.265
4	0.781	0.744	0.706	0.668	0.629	0.590	0.551	0.513	0.476	0.440
5	0.895	0.871	0.844	0.816	0.785	0.753	0.720	0.686	0.651	0.616
6	0.955	0.942	0.927	0.909	0.889	0.867	0.844	0.818	0.791	0.762
7	0.983	0.977	0.969	0.960	0.949	0.936	0.921	0.905	0.887	0.867
8	0.994	0.992	0.998	0.984	0.979	0.972	0.964	0.955	0.944	0.932
9	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992	0.989	0.985	0.980	0.975	0.968
10	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992	0.990	0.986
11		1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.995
12				1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998
13							1.000	1.000	1.000	0.999
14										1.000

الملحق رقم (٩)

جدول قيم التوزيع الثنائي (ذو الحدين) التجميعي

Cumulative Binomial Distribution

		p								
n	x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
5	0	0.591	0.328	0.168	0.078	0.031	0.010	0.002	0.000	0.000
	1	0.919	0.737	0.528	0.337	0.188	0.087	0.031	0.007	0.000
	2	0.991	0.942	0.837	0.683	0.500	0.317	0.163	0.058	0.009
	3	0.995	0.993	0.969	0.913	0.813	0.663	0.472	0.263	0.082
	4	1.000	1.000	0.998	0.990	0.699	0.922	0.832	0.672	0.410
10	0	0.349	0.107	0.028	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	1	0.736	0.376	0.149	0.046	0.011	0.002	0.000	0.000	0.000
	2	0.930	0.678	0.383	0.167	0.055	0.012	0.002	0.000	0.000
	3	0.987	0.879	0.650	0.382	0.172	0.055	0.011	0.001	0.000
	4	0.988	0.967	0.850	0.633	0.377	0.166	0.047	0.006	0.000
	5	1.000	0.994	0.953	0.834	0.623	0.367	0.150	0.033	0.002
	6	1.000	0.999	0.989	0.945	0.828	0.618	0.350	0.121	0.013
	7	1.000	1.000	0.998	0.988	0.945	0.833	0.617	0.322	0.070
	8	1.000	1.000	1.000	0.998	0.989	0.954	0.851	0.624	0.264
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.994	0.972	0.893	0.651
15	0	0.206	0.035	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	1	0.549	0.167	0.035	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.816	0.398	0.127	0.027	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	0.944	0.648	0.297	0.091	0.018	0.002	0.000	0.000	0.000
	4	0.987	0.836	0.516	0.217	0.059	0.009	0.001	0.000	0.000
	5	0.998	0.939	0.722	0.403	0.151	0.034	0.004	0.000	0.000
	6	1.000	0.982	0.869	0.610	0.304	0.095	0.015	0.001	0.000
	7	1.000	0.996	0.950	0.787	0.500	0.213	0.050	0.004	0.000
	8	1.000	0.999	0.985	0.905	0.696	0.390	0.131	0.018	0.000
	9	1.000	1.000	0.996	0.966	0.849	0.597	0.278	0.061	0.002
	10	1.000	1.000	0.999	0.991	0.941	0.783	0.485	0.164	0.013
	11	1.000	1.000	1.000	0.998	0.982	0.909	0.703	0.352	0.056
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	0.996	0.973	0.873	0.602	0.184
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	0.965	0.833	0.451
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	0.965	0.794

الملحق رقم (١٠)

قيم معامل ارتباط سبيرمان Spearman الجدولية

عند مستويات معنوية مختلفة وعند حجم العينة n

n	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	n	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	n	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
5	0.900		37	0.325	0.419	69	0.237	0.308
6	0.943	1.000	38	0.320	0.413	70	0.235	0.306
7	0.821	0.929	39	0.316	0.408	71	0.234	0.304
8	0.762	0.881	40	0.312	0.403	72	0.232	0.302
9	0.700	0.833	41	0.308	0.398	73	0.230	0.300
10	0.648	0.782	42	0.305	0.393	74	0.229	0.298
11	0.618	0.755	43	0.301	0.389	75	0.227	0.296
12	0.587	0.720	44	0.298	0.385	76	0.226	0.294
13	0.560	0.692	45	0.294	0.380	77	0.224	0.292
14	0.538	0.670	46	0.291	0.376	78	0.223	0.290
15	0.521	0.645	47	0.288	0.372	79	0.221	0.288
16	0.503	0.626	48	0.285	0.369	80	0.220	0.286
17	0.485	0.610	49	0.282	0.365	81	0.219	0.285
18	0.472	0.593	50	0.279	0.361	82	0.217	0.283
19	0.458	0.579	51	0.276	0.358	83	0.216	0.281
20	0.447	0.564	52	0.273	0.354	84	0.215	0.280
21	0.435	0.551	53	0.271	0.351	85	0.213	0.278
22	0.425	0.539	54	0.268	0.348	86	0.212	0.276
23	0.415	0.528	55	0.266	0.345	87	0.211	0.275
24	0.406	0.516	56	0.263	0.342	88	0.210	0.273
25	0.398	0.506	57	0.261	0.339	89	0.208	0.272
26	0.389	0.497	58	0.259	0.336	90	0.207	0.270
27	0.382	0.488	59	0.256	0.333	91	0.206	0.269
28	0.375	0.479	60	0.254	0.330	92	0.205	0.267
29	0.368	0.471	61	0.252	0.327	93	0.204	0.266
30	0.362	0.464	62	0.250	0.325	94	0.203	0.264
31	0.356	0.456	63	0.248	0.322	95	0.202	0.263
32	0.350	0.449	64	0.246	0.320	96	0.201	0.262
33	0.345	0.443	65	0.244	0.317	97	0.200	0.260
34	0.339	0.436	66	0.242	0.315	98	0.199	0.259
35	0.334	0.430	67	0.241	0.313	99	0.198	0.258
36	0.329	0.424	68	0.239	0.310	100	0.197	0.257

الملحق رقم (١١)
قيم داربن- وتسون الجدولية عند مستويات معنوية ٠.٠٥ و ٠.٠٠
وفقا لحجم العينة n وعدد المتغيرات k

		X variables, excluding the intercept									
Observations		1		2		3		4		5	
N	Prob.	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U
15	0.05	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
	0.01	0.81	1.07	0.7	1.25	0.59	1.46	0.49	1.70	0.39	1.96
20	0.05	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
	0.01	0.95	1.15	0.86	1.27	0.77	1.41	0.68	1.57	0.60	1.74
25	0.05	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
	0.01	1.05	1.21	0.98	1.30	0.90	1.41	0.83	1.52	0.75	1.65
30	0.05	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
	0.01	1.13	1.26	1.07	1.34	1.01	1.42	0.94	1.51	0.88	1.61
40	0.05	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.39	1.72	1.23	1.79
	0.01	1.25	1.34	1.20	1.40	1.15	1.46	1.10	1.52	1.05	1.58
50	0.05	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
	0.01	1.32	1.40	1.28	1.45	1.24	1.49	1.20	1.54	1.16	1.59
60	0.05	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
	0.01	1.38	1.45	1.35	1.48	1.32	1.52	1.28	1.56	1.25	1.60
80	0.05	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
	0.01	1.47	1.52	1.44	1.54	1.42	1.57	1.39	1.60	1.36	1.62
100	0.05	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78
	0.01	1.52	1.56	1.50	1.58	1.48	1.60	1.46	1.63	1.44	1.65

المـراجع

(١) مراجع باللغة العربية

١. البلداوي عبدالحميد، ٢٠٠٤، **اساليب البحث العلمي والتحليل الاحصائي باستخدام برنامج SPSS** ، دار الشروق للنشر والتوزيع - عمان .
٢. البلداوي عبدالحميد، ١٩٩٧، **الإحصاء للعلوم الإدارية والتطبيقية**، دار الشروق للنشر والتوزيع / عمان – الأردن.
٣. الزعبي محمد بلال والطلافحة عباس، ٢٠٠٣، **النظام الاحصائي SPSS**، دار وائل للنشر ، عمان-الاردن .
٤. الداغر محمود محمد، ٢٠٠٧، **الاسواق المالية**، دار الشروق للنشر والتوزيع ، عمان-الاردن .
٥. غرايبة فوزي واخرين، ٢٠٠٢، **اساليب البحث العلمي في العلوم الاجتماعية والانسانية**، الطبعة الثالثة، دار وائل للنشر ، عمان – **الاردن.**
٦. البلداوي عبد الحميد، ١٩٩٥، الأساليب الاحصائية التطبيقية للمعاينة، جامعة السابع من ابريل، ليبيا.

(٢) مراجع باللغة الانكليزية

1. Cohen, J., Cohen P., West, S.G., & Aiken, L.S. (2003). Applied multiple regression/correlation analysis for the behavioral sciences. (3rd ed.) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
2. Busbas, D.S. (1979) "A multidimensional Scaling Approach to the Determination of Preferences for Transportation projects " , Ph.D. thesis, indiana University U.S.A.
3. Cochron William G. , 1980 , Sampling Techniques, New York, Jon Wiley .
4. Deming W.Edwards, 1980, Sample Design in Business Research, Wiley, New York.
5. Draper N R and Smith H , 1980 , Applied Regression Analysis , 3rd Ed., John Wiley and Sons inc., London .

6. Daling , J.R. and Tomura, 1970 , Use of Orthogonal Factors for selection of Variables in a Regression Equation An illustration ,Journal of Applied Statistics. 19.
7. Draper & Smith, 1990, Applied Regression Analysis, John Wiley and son Inc, London .
8. Fishbein, M. (1967) . “ Reading in attitude theory and measurement " . John Wily and Sons Inc.
9. Fishbein , M. and Ajzen,(1975). " Beliefs, attitudes, intention and behavior : an introduction to theory and research " . Addison-Wesley, Reading, Mass .
10. Hartgen , D.T. (1973) . " The influence of attitudinal and Situational Variables on Urban mode choice “, Ph.D. thesis, Urban and Reginal Planning, northwestern University .
11. Jeffers, J.P. An Introduction to system Analysis : with ecological applications, William Clowes and sons LTD, London , 1978 .
12. Kendall M, 1981, Multivariate Analysis, 2nd Ed., Charls Greffin and Company Ltd., London
13. Koutsoyiannis, A. (1977)."Theory of Econometrics" , second edition, The Macmillan Press LTD., New York .
14. .Morrison, D.F. , Multivariate Statistical Methods, Mc. Graw-Hill, New York, 1967
١٥.Provost S.B. (2005). Moment-based density approximants. The Mathematical Journal, 9, 727–756.
16. Rose C.and Smith M.D. (2002). Mathematical Statistics with Mathematica. Springer: New York
1٧. Torgerson , W.S. (1958) , " Theory and methods of scaling " John Wiely and Sons, Inc. London
1٨. W.J. Krzanowski, Principles of Multivariate Analysis, Oxford University Press, 1988 .

١٩. Zorkovich S S, 1981, Presentation of Surveyes Proccedings of the 3rd Session, Bulletin of the International Statistical Institute, Buenos Aires, Book 1 .

(٣) مجلات علمية

1. Brand D. (1976) . " Approaches to Travel Behavior Research " Transportation Research , 567, pp 12-33 .
2. Burbett,p.(1973). " The Dimensions of alternative in spatial choice processes ", Geographicl Analysis, Vol. 3, pp 181-204 .
3. Hocking, R.R., The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression Biometrics, 32, PP. 1-49, 1976
4. Kansky, K.J. (1967) . " Travel pattern of Urban residents ", Transportation Science Vol. I, PP 261-258 .
5. paine, F.T.et.al (1969)."Consumer attitudes toward auto versus public Transport alternatives, Journal of Applied Psychology , Vol.6,PP 472-480



" المؤلف في سطور"

الدكتور عبدالحميد عبدالمجيد البلداوي

beldawin@yahoo.ca

- مواليد بغداد – العراق في ١٩٤٥/٩/٥ .
- حاصل على الدكتوراه والماجستير من بريطانيا والبكالوريوس من العراق في اختصاص الاحصاء التطبيقي .
- عمل باحث وخبير ومدير باحثين في مجال التخطيط والاحصاء في العراق ودولة الامارات لمدة ٢٦ سنة ،
- عمل استاذ مشارك في جامعات: عراقية– اردنية– ليبية لمدة ١٤ سنة ،
- ساهم بدراسات لاغراض الامم المتحدة ومؤسسات احصائية عربية وفي العديد من المؤتمرات الدولية والعربية ،
- اقامة دورات تدريبية في مجال: اتخاذ القرار باستخدام النماذج الاحصائية – تصميم العينات وتطبيقها– التحليل الاحصائي باستخدام برنامج SPSS – بناء الارقام القياسية واستخداماتها – استخدام الاساليب الكمية في الجودة الشاملة .
- نشر له ٢2 بحثا ،
- في مجال التأليف نشرت له بالاضافة لهذا الكتاب ، الكتب التالية :

١. ألاساليب التطبيقية لتحليل واعداد البحوث العلمية "مع حالات دراسية باستخدام برنامج SPSS" ، ٢٠٠٨، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان .
٢. الإحصاء للعلوم الإدارية والتطبيقية، ١٩٩٧ ، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان.
٣. الاساليب الكمية في ادارة الاعمال، ٢٠٠٨ "مشترك"، دار وائل للنشر والتوزيع، عمان

٤. اساليب البحث العلمي والتحليل الاحصائي باستخدام برنامج SPSS ، ٢٠٠٤ ، دار الشروق للنشر والتوزيع – عمان .
٥. الاساليب الاحصائية التطبيقية، دار الشروق للنشر ٢٠٠٤– دار الشروق للنشر والتوزيع – عمان، .
٦. تطبيقات الحاسوب في العمليات الادارية والمالية "مشترك"، ٢٠٠٤ ،دار الشروق للنشر والتوزيع – عمان،
٧. الطرق الاحصائية التطبيقية للمعاينة، ١٩٩٥ ،جامعة السابع من ابريل، ليبيا
٨. إدارة الجودة الشاملة والمعولية (الموثوقية)، التقنيات الحدثية في التطبيق والاستدامة، ٢٠٠٧ "مشترك" دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان.
٩. الإحصاء للباحثين والمخططين "مشترك" / معهد التخطيط القومي – وزارة التخطيط / مطبعة الجاحظ - بغداد/ ١٩٨٥
١٠. التطور النوعي والمالي لقطاع النقل في العراق، ١٩٧١ ،وزارة التخطيط ، بغداد.